

Міністерство освіти і науки України
Національний університет харчових технологій

75 – річчю
Національного університету
харчових технологій
присвячується

**ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН
КУРСОВЕ ПРОЕКТУВАННЯ**

За редакцією професора А.І. Соколенка

Затверджено Міністерством освіти і науки України як навчальний
посібник для студентів вищих навчальних закладів

Київ, 2005

УДК 621.01 (076.5)
ББК 0000000
М 00

Затверджено Міністерством освіти і науки України як навчальний
посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 14/18.2 - 1661 від 12.07.05 р.)

Автори: **А.І. Соколенко, А.І. Українець**, доктори техн. наук
О.Ю. Шевченко, К.В. Васильківський, В.Л. Яровий,
С.І. Блаженко, В.А. Піддубний, кандидати техн. наук

Рецензенти:

А.І. Петрук, д-р техн. наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, завідувач кафедри машин і агрегатів поліграфічного виробництва Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" ;

В.С. Ловейкін, д-р техн. наук, професор кафедри "Основи професійного навчання" Київського національного університету будівництва і архітектури

Теорія механізмів і машин. Курсове проектування: Навчальний посібник
/ За ред. проф. А.І. Соколенка / - К.: П.П. Люксар, 2005. - с.

ISBN 000 - 000 - 000 - 0

ББК 0000000

Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів III - IV рівня акредитації напрямку "Інженерна механіка". Викладено загальні положення, що стосуються аналізу і синтезу структури, кінематики, кінетостатики і динаміки механізмів, наведено приклади виконання розділів в курсовому проектуванні.

ISBN 000 - 000 - 000 - 0

© А.І. Соколенко, А.І. Українець,
О.Ю. Шевченко, К.В. Васильківський,
В.Л. Яровий, С.І. Блаженко,
В.А. Піддубний, 2005
© Видавництво П.П."Люксар", 2005

З М І С Т

Вступ.....	6
Розділ 1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ	10
1.1. Основні поняття і визначення.....	10
1.2. Класифікація кінематичних пар.....	10
1.3. Кінематичні ланцюги.....	12
1.4. Структура плоских механізмів.....	14
1.5. Класифікація плоских механізмів.....	14
1.6. Утворення механізмів.....	19
1.7. Приклади виконання структурного аналізу механізмів	20
1.8. Контрольні питання	24
Розділ 2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ	25
2.1. Задачі і методи кінематичного аналізу механізмів	25
2.2. Метод планів	26
2.3. Метод кінематичних діаграм	44
2.4. Аналітичні методи кінематичного аналізу механізмів	47
2.4.1. Загальні положення	47
2.4.2. Дослідження методом векторних контурів	51
2.5. Послідовність кінематичного аналізу важільних механізмів	61
2.6. Контрольні питання	62
Розділ 3. КІНЕСТАТИЧНИЙ СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМІВ	63
3.1. Класифікація сил, які діють на ланки механізмів.....	63
3.2. Сили інерції ланок механізму.....	65
3.3. Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів	66
3.4. Кінестатика ведучої ланки.....	68
3.5. Приклади силового розрахунку механізмів з нижчими кінематичними парами за методом планів	69
3.6. Визначення зрівноважувальної сили за допомогою важеля Жуковського	79
3.7. Силовий розрахунок механізмів з вищими парами	81
3.8. Послідовність силового розрахунку важільного механізму в курсовому проекті.....	86
3.9. Контрольні питання	88
Розділ 4. ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ І СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ.....	90
4.1. Приведення сил (моментів сил) і мас (моментів інерції)	

в механізмах	90
4.1.1. Приклади на приведення сил і мас	91
4.2. Визначення закону руху ланки приведення машинного агрегату	93
4.3. Розв'язання задач динаміки на основі рівнянь руху у формі закону кінетичної енергії	96
4.4. Визначення махових мас методом Віттенбауера	122
4.5. Основи аналітичних досліджень динаміки машинних агрегатів	129
4.6. Визначення моменту інерції маховика на основі нелінійних моделей	133
4.7. Розрахунки на основі нелінійних моделей	134
4.8. Визначення моменту інерції маховика на основі лінійних моделей	137
4.9. Контрольні питання	141
Розділ 5. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ	142
5.1. Основні поняття і визначення	142
Метод обернення руху (метод інверсії)	145
5.2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів	145
5.3. Синтез кулачкових механізмів	147
Закони руху штовхача	147
Кути тиску і передачі руху в кулачкових механізмах	156
Динамічний синтез кулачкових механізмів	158
5.4. Аналітичне визначення мінімального радіуса кулачка і кутів передачі руху	167
5.5. Послідовність виконання синтезу кулачкового механізму в курсівому проєкті	172
5.8. Контрольні питання	175
Розділ 6. ЗУБЧАСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ	176
6.1. Загальні положення	176
6.2. Визначення розмірів прямозубих циліндричних коліс зовнішнього зачеплення	185
6.3. Побудова профілів зубчастих коліс	192
6.4. Визначення коефіцієнтів перекриття і ковзання	197
6.5. Послідовність геометричного синтезу зубчастих передач і визначення якісних характеристик зачеплення	200
6.6. Контрольні питання	201
Розділ 7. СУЧАСНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ В КУРСОВОМУ ПРОЄКТУВАННІ З ТММ	203
7.1. Система АРМ WinSlider	203

7.1.1. Загальні відомості та методи досліджень плоских важільних механізмів в середовищі WinSlider.....	203
7.1.2. Інтерфейс та команди АРМ WinSlider.....	206
7.1.3. Приклад побудови та розрахунку кінематичних параметрів важільного механізму.....	219
7.2. Програмний засіб Mathcad.....	223
7.2.1. Загальні відомості та інтерфейс системи Mathcad.....	223
7.2.2. Кінематичне дослідження важільного механізму аналітичним методом в системі Mathcad.....	228
7.2.3. Розрахунок параметрів динамічної двомасової моделі.....	233
Розділ 8. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ТА ЗАХИСТУ КУРСОВОГО ПРОЕКТУ.....	238
8.1. Мета та завдання курсового проектування.....	238
8.2. Вимоги до оформлення пояснювальної записки.....	239
8.3. Вимоги до оформлення графічної частини проекту.....	241
8.4. Організація захисту проекту.....	242
8.5. Перелік питань для підготовки до захисту курсового проекту.....	242
ДОДАТОК.....	248
ЛІТЕРАТУРА.....	252

ВСТУП

Початок третього тисячоліття нашої ери називають космічним, атомним або електроніки, проте основою технологічного прогресу були і залишаються машини. Саме розвинене машинобудування є важливою складовою і вінцем технологічної і економічної бази держави, в основі якої лежить сконцентрований інтелект минулих і сьогоденних поколінь.

Рівень розвитку машинобудування і ступінь досконалості машин в значній мірі визначають продуктивність і ефективність праці, рівень впливу на навколишнє середовище, рівень життя суспільства тощо. Машина повинна відповідати технологічним вимогам, вимогам по обмеженню матеріаломісткості та енерговитратам, і разом з тим повинна бути високопродуктивною, надійною в експлуатації. Для успішного розв'язання такого комплексу вимог спеціалісти галузі машинобудування повинні знати основи цілого ряду наук і в тому числі теорії механізмів і машин.

Створення сучасної машини потребує від розробників всебічного аналізу її проекту. Такий аналіз мінімізує затрати і дозволяє в багатьох випадках забезпечити оптимізацію виконання технологічних операцій. Сучасні методи моделювання силових дій та пов'язаних з ними кінематичних параметрів в ланцюжку від двигуна до передавально-перетворювальних механізмів і до робочого органу або до кількох робочих органів дозволяють з великою точністю прогнозувати протікання різних механічних, електромеханічних, пневматичних та інших процесів.

Розв'язання задачі створення нової машини можливе різними шляхами, однак універсальним критерієм в її оцінці є питома вартість за інших рівних умов.

Характерною для машин-автоматів є наявність кількох робочих органів, синхронізація дії яких забезпечується передачами з жорсткими кінематичними зв'язками. Саме тому в такому пристрої можуть використовуватись зубчасті, ланцюгові, черв'ячні, кулачкові механізми тощо.

Застосування подібної сукупності механізмів потребує, з одного боку, виконання таких вимог як точність виконання переміщень, позиціонування, часу вистоїв тощо, а з іншого – мінімізування витрат матеріалів, маси рухомих частин, експлуатаційних витрат.

Названа сукупність факторів визначає відносну складність розв'язання вказаних задач, вимагає певних стадій їх виконання. Кількість стадій передбачена єдиною системою конструкторської документації (ЄСКД): технічне завдання, технічна пропозиція, ескізний проект, технічний і робочий проекти.

Виконання цих стадій ґрунтується на методах автоматизованого проєк-

тування машин (САПР), базою яких є логічне формулювання завдання, математичні моделі процесів і об'єктів, вибір і обґрунтування системних моделей, обчислення на ЕОМ і аналіз результатів, складання прогнозів досягнення мети.

Можливість виконання розрахунків ґрунтується на формалізації задач і зв'язків, алгоритмах і програмах розрахунків та програмному забезпеченні, що дозволяє проєктанту вести діалог з ЕОМ.

Кінематична схема механізму є основою реальної машини, створення цієї схеми – перший і основний етап проєктування. Наступним етапом є вибір розмірів і матеріалів деталей майбутньої машини, а завершується проєктування вибором методів і засобів виготовлення складових і всієї конструкції. Зрозуміло, що другий і третій етапи ґрунтуються на першому, що підкреслює важливу роль теорії механізмів і машин.

Теорія механізмів і машин в сучасному вигляді є комплексною наукою, в якій проблеми структури, кінематики і динаміки щільно переплітаються з проблемами оптимізації і керування.

Майже завжди завдання нарощування продуктивності машин пов'язується з необхідністю підвищення кінематичних параметрів, що автоматично призводить до зростання динамічних навантажень.

Сучасні теоретичні доробки динаміки машин дозволяють усувати подібні протиріччя за рахунок збільшення часу перехідних процесів, уникнення ударних навантажень, послідовного навантаження робочих органів, обмеження жорсткостей систем тощо.

Разом з тим, у створенні високопродуктивних технологічних машин відслідковується й інший напрям, пов'язаний з організацією паралельних потоків не тільки на рівні потокових ліній, а й безпосередньо в окремих машинах. Для прикладу наведемо машини по вкладанню упаковок харчової промисловості у транспортну тару, банко- і пляшкормийні машини, лінійні фасувальні машини тощо.

Багатоваріантний характер інженерних задач в процесі створення машини відображається набором дисциплін навчальних планів. Питання, пов'язані з синтезом структурної і кінематичної схем механізмів, їх компоновкою і узгодженням рухів, силовим аналізом механізмів, визначенням законів руху ланок механізмів, обумовлених заданими силами, оцінка віброактивності і віброзахисту механізмів, керування рухом, досягнення заданого позиціонування та інші питання вивчаються в курсі "Теорія механізмів і машин".

Основи конструювання деталей машин, складальних одиниць, питання загальної компоновки машин за умовами міцності, жорсткості, вібростійкості, зносостійкості вивчаються в дисципліні "Деталі машин", підґрунтям якої також є дисципліна "Опір матеріалів".

Питання, що розв'язуються методами "Теорії механізмів і машин" та "Де-

талей машин", взаємопов'язані. Наприклад, за виконання силового розрахунку і для врахування сил інерції (моментів сил інерції) необхідно задаватись масами ланок. Останній показник остаточно визначається лише після їх конструювання. Якщо вибране довільно значення маси і одержане конструюванням суттєво відрізняються, то слід повернутися до силового розрахунку в другому наближенні і повторити обидва етапи.

Об'єднання окремих машин-автоматів, елементів транспортної системи і накопичувальних пристроїв призводить до створення автоматизованих поточкових ліній. Функціонування такого комплексу можливе лише за умови організації багаторівневої системи керування, побудованій на базі обчислювальних машин. Вивчення сумісної роботи технологічних машин і керуючих ЕОМ, розробка необхідних алгоритмів і програм також є однією з задач теорії механізмів і машин.

Вже існують машини-автомати і системи автоматичної дії, які мають високий рівень керування за різними параметрами, критеріями і показниками. Системи керування в залежності від вимог і особливостей об'єкту можуть мати логічні елементи електронного, пневматичного, гідравлічного і механічного типів.

Так розв'язання задачі синтезу механізмів супроводжується використанням багатокритеріальних систем і пошуком оптимальних варіантів.

Подальший розвиток теорії механізмів і машин прогнозується в галузі аналізу і синтезу механізмів передач, синтезу систем приводів, проблем віброзахисту, динаміки перехідних процесів, динаміки машин зі змінними масами ланок, створення машин вібраційної дії, синтезу просторових механізмів, розвитку експериментальних методів досліджень тощо. Однак, в основі цих напрямів лежать класичні методи ТММ, пов'язані зі структурним, кінематичним і динамічним аналізом і синтезом, вивчення яких в значній мірі покладеться на курсовий проект.

Навчальний посібник з курсового проектування складається з восьми розділів, присвячених структурному аналізу і класифікації плоских механізмів, кінематичному аналізу, кінетостатичному силовому розрахунку, динамічному аналізу механізмів, аналізу і синтезу кулачкових та зубчастих механізмів. Для виконання поставлених завдань пропонуються графо-аналітичні, аналітичні методи досліджень та сучасні комп'ютерні технології.

Виконання структурного аналізу (розділ 1) дозволяє визначити порядок і методи кінематичного дослідження (розділ 2), а визначення кінематичних параметрів дає змогу перейти до кінетостатичного розрахунку, який повинен починатися з останньої доданої групи Ассура (розділ 3). Силовий розрахунок ґрунтується на загальноновизначених припущеннях і у першому наближенні виконується без урахування сил тертя.

Кінетостатичний розрахунок дозволяє визначити реакції в кінематичних

парах, сили, що діють на ланки механізму, і зрівноважувальну силу (зрівноважувальний момент), що прикладається до вхідної ланки. Завершується ця частина розрахунків визначенням миттєвої потужності двигуна приводу.

У розділі 4, де розглядається динамічний аналіз, визначаються шляхи визначення кутової швидкості вхідної ланки і коефіцієнту нерівномірності її ходу або розв'язання задачі по визначенню параметрів маховика за заданими умовами.

Методи розв'язання задач кінематичного аналізу, динамічного і кінематичного синтезу кулачкових механізмів представлені у розділі 5, а сукупність задач по геометричному синтезу і визначенню якісних характеристик зубчастих зачеплень – у розділі 6.

Розділ 7 присвячений використанню комп'ютерних технологій в проектуванні, а порядок виконання проекту викладено у розділі 8.

У результаті виконання курсового проекту студент повинен засвоїти методи та набути навички за такими напрямками:

- оцінювання відповідності структурної схеми механізму умовам роботи машини;

 - проектування структурної та кінематичної схем важільного механізму;

 - кінематичний аналіз важільного механізму;

 - силовий аналіз механізму;

 - аналіз і регулювання режиму руху ланок механізму під дією заданих сил;

- сил;

 - динамічний і кінематичний синтез кулачкових механізмів;

 - розрахунок параметрів і геометричний синтез зубчастого зачеплення.

РОЗДІЛ 1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

1.1. Основні поняття і визначення

Сучасні методи кінематичного та кінетостатичного дослідження механізмів визначаються їх структурною побудовою. У зв'язку з цим дослідження (аналіз) любого механізму починається з вивчення саме структури. Наведемо деякі поняття та визначення, що зустрічаються в курсі теорії механізмів та машин.

Механізмом називається механічна система, призначена для перетворення руху одного або кількох тіл в задані рухи інших тіл.

Любий механізм складається з окремих деталей. Кожна рухома деталь або група деталей, що утворюють одну жорстку рухома систему називається *рухомаю ланкою*. Рух цих ланок досліджується по відношенню до нерухомих ланки, або *стояка*. В стаціонарних механізмах стояком є вся система нерухомих деталей, а в транспортних машинах – деталі, жорстко пов'язані з корпусом машини.

Ланка механізму, що здійснює рух, для виконання якого призначений механізм, називається *веденою*. *Ведучою* називається ланка, якій задається рух, що перетворюється механізмом в потрібні рухи ведених ланок. Ланки механізму входять у з'єднання між собою так, що завжди має місце рух однієї ланки відносно іншої.

З'єднання двох ланок, яке допускає їх відносний рух, називається *кінематичною парою*.

Поверхні, лінії, точки ланок, в яких вони контактують з іншими ланками, утворюючи кінематичну пару, називаються *елементами кінематичних пар*.

1.2. Класифікація кінематичних пар

Для зручності структурного аналізу механізмів кінематичні пари поділяються за різними ознаками:

- 1) за кількістю умов зв'язку, які накладаються на відносний рух ланок;
- 2) за характером відносного руху ланок;
- 3) за характером дотикання ланок.

Розглянемо першу ознаку.

Вільне тверде тіло (ланка) в просторі має шість ступенів вільності, тобто воно може здійснювати три незалежних поступальних рухи вдовж осей просторової системи координат і три обертальні рухи навколо них (рис. 1.1). Якщо ж ланка входить в кінематичну пару, то на її відносний рух, тобто на

рух по відношенню до іншої ланки, що входить до цієї пари, накладаються певні обмеження. Ці обмеження називаються *умовами зв'язку*.

За кількістю умов зв'язків, що накладаються на відносний рух ланок, пари

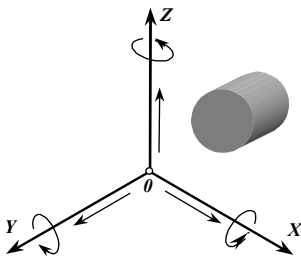



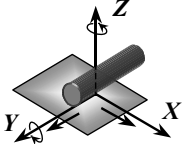
Рис. 1.1. Схема до визначення числа можливих переміщень тіла у просторі

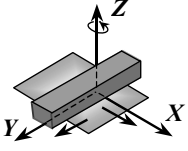
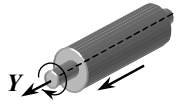
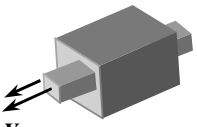
поділяють на 5 класів, оскільки в залежності від способу з'єднання ланок в кінематичну пару кількість умов зв'язків може змінюватись від одиниці до п'яти. В іншому разі кінематична пара перестає існувати. До першого класу відносяться пари, які накладають на відносний рух ланок одну умову зв'язку, до другого – пари, які накладають дві умови зв'язку, до третього – три і так далі. В табл. 1.1 представлено деякі види кінематичних пар всіх п'яти класів. Стрілками позначено можливі відносні переміщення ланок.

За характером відносного руху ланок кінематичні пари поділяють на *просторові* та *плоскі*. Якщо форма кінематичної пари така, що вона дозволяє плоскопаралельний відносний рух ланок, то така пара називається *плоскою*. В іншому випадку вона буде *просторовою*.

Таблиця 1.1

Види кінематичних пар п'яти класів

Кінематична пара	Кількість ступенів вільності	Кількість умов зв'язку	Клас пари
1	2	3	4
 Вища просторова пара	5	1	1
 Нижча просторова пара	4	2	2

1	2	3	4
 <p>Нижча плоска пара</p>	3	3	3
 <p>Нижча просторова пара</p>	2	4	4
 <p>Нижча плоска пара</p>	1	5	5

За характером дотикання ланок пари поділяють на *нижчі* та *вищі*. Нижчими кінематичними парами називають такі, в яких ланки дотикаються поверхнями. У вищих парах ланки дотикаються в точці або по лінії.

До плоских нижчих пар відносяться пари п'ятого класу:

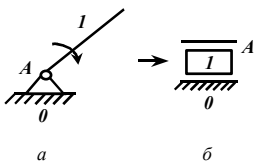


Рис. 1.2. Схема до утворення кінематичних пар

а) обертальна (шарнір), яка припускає тільки обертальний рух однієї ланки відносно другої навколо осі шарніру (рис. 1.2, а);

б) поступальна (повзун в прямолінійних напрямках), в якій одна ланка може рухатись відносно іншої тільки поступально вповдовж осі напрямної (рис. 1.2, б).

1.3. Кінематичні ланцюги

Системи ланок, які утворюють між собою кінематичні пари, називаються *кінематичними ланцюгами*.

Кінематичні ланцюги поділяються на плоскі і просторові. *Плоским* називається такий кінематичний ланцюг, у якого всі ланки рухаються паралельно одній загальній площині. В іншому разі ланцюг буде *просторовим*.

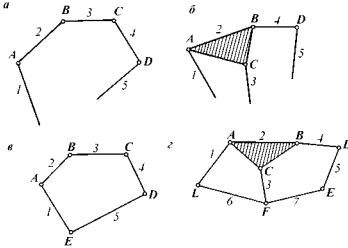


Рис. 1.3. Схеми кінематичних ланцюгів
 матимуть (рис. 1.3, а, в). *Складний* кінематичний ланцюг це той, в якому є хоча б одна ланка, що входить більше ніж в дві кінематичні пари (рис. 1.3, б, з).

Кінематичний ланцюг може бути відкритим, якщо в ньому є ланки, які входять тільки в одну кінематичну пару (рис. 1.3, а, б), і замкненим, якщо всі ланки входять не менше ніж в дві кінематичні пари (рис. 1.3, в, з).

Кінематичні ланцюги поділяються на прості й складні. *Простим* називається такий кінематичний ланцюг, у якого кожна ланка входить не більше ніж в дві кіне-

матичні пари (рис. 1.3, а, в). *Складний* кінематичний ланцюг це той, в якому є хоча б одна ланка, що входить більше ніж в дві кінематичні пари (рис. 1.3, б, з).

Кількість ступенів вільності кінематичного ланцюга визначається за його структурною формулою. Цю формулу одержують, відслідковуючи за утворенням кінематичного ланцюга.

Розглянемо плоский кінематичний ланцюг. Вільна ланка в плоскому русі має три ступеня вільності. Вона може здійснювати тільки три незалежні рухи: два поступальних вповодж осей координат, розташованих в площині руху, і один обертальний навколо осі, перпендикулярної до цієї площини. У зв'язку з цим в плоскому кінематичному ланцюзі можуть бути тільки такі пари, які з трьох можливих незалежних переміщень дозволяють одне (пари п'ятого класу), або два (пари четвертого класу). Позначимо кількість пар п'ятого класу через p_5 , кількість пар четвертого класу через p_4 , і кількість ланок ланцюга через k .

До з'єднання в кінематичні пари всі ланки ланцюга мали $3k$ ступеня вільності. При утворенні плоского кінематичного ланцюга кожна пара п'ятого класу накладає дві умови зв'язку на відносний рух ланок, а всі p_5 пар п'ятого класу – $2p_5$ умов зв'язку; кожна пара четвертого класу накладає один зв'язок, а всі пари четвертого класу – $1p_4$ умови зв'язку. Таким чином, після з'єднання всіх ланок у кінематичні пари кількість ступенів вільності H плоского кінематичного ланцюга дорівнює

$$H = 3k - 2p_5 - p_4$$

Ця формула показує кількість ступенів вільності плоского кінематичного ланцюга в абсолютному русі, тобто по відношенню до системи координат, не пов'язаної з ланками ланцюга.

1.4. Структура плоских механізмів

Рух ланок механізму визначається по відношенню до стояка.

Для створення механізму з кінематичного ланцюга необхідно одну з його ланок закріпити нерухомо, тобто перетворити її на стояк. При цьому плоский кінематичний ланцюг буде позбавлений трьох ступенів вільності. Тому кількість ступенів рухомості w відносно стояка буде дорівнювати

$$w = 3k - 2p_5 - p_4 - 3 = 3(k - 1) - 2p_5 - p_4.$$

Позначивши $(k - 1)$ через n , отримаємо

$$w = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1.1)$$

де n – кількість рухомих ланок.

Структурна формула (1.1) плоских механізмів вперше була отримана академіком П.Л. Чебишевим і носить його ім'я.

Ступінь рухомості механізму показує, скільки потрібно задати незалежних координат, щоб охарактеризувати положення якоїсь ланки механізму відносно стояка. Якщо механізм має один ступінь рухомості ($w = 1$), то за заданого руху однієї з ланок (ведучої) всі інші ланки будуть мати цілком визначені рухи. Якщо ж механізм має два ступеня рухомості ($w = 2$), то визначеність руху його ланок може бути забезпечена або двома ведучими ланками, які мають по одному незалежному руху, або однією ведучою ланкою, яка має два незалежні рухи.

1.5. Класифікація плоских механізмів

Рациональна класифікація повинна поділяти всі механізми на такі групи, кожна з яких відрізнялась би єдністю методів структурного, кінематичного і кінетостатичного дослідження. Цим вимогам відповідає науково обґрунтована структурна класифікація плоских механізмів, яку вперше запропонував російський вчений Л.В. Ассур. Згідно з цією класифікацією, кожен плоский механізм може бути створений з механізму (механізмів) першого класу шляхом нашарування на нього (на них) структурних груп Асура.

Розглянемо спочатку механізми, до складу яких входять пари п'ятого класу.

Механізмом першого класу називають ведучу ланку, яка з'єднана кінематичною парою (обертальною або поступальною) зі стояком (рис. 1.2).

Групою Асура називається відкритий кінематичний ланцюг, який при приєднанні вільними елементами ланок до стояка буде мати нульовий ступінь рухомості ($w_{\text{гр}} = 0$), а після приєднання до механізму не змінить його кількості ступенів рухомості. Структурна формула групи Асура має вигляд

$$3n - 2p_5 = 0$$

або


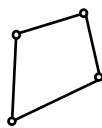
$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.2)$$

З рівняння (1.2) витікає, що кількість ланок у групі Ассура повинна бути парною, а кількість пар п'ятого класу – кратною трьом. Можливі такі комбінації кількостей ланок і пар структурних груп:

n	2	4	6	8	...
p_5	3	6	9	12	...

Групи Ассура поділяють на класи, порядки і види. *Клас групи Ассура* визначається вищим класом замкненого контура, який входить до її складу, *клас контура* – кількістю кінематичних пар, які його створюють. Контур може бути створений як ланкою, так і системою ланок (табл. 1.2). *Порядок групи Ассура* визначається кількістю вільних елементів ланок, якими вона приєднується до механізму.

Таблиця 1.2

Схеми до класифікації контурів			
Номер класа контуру			
2	3	4	5
			

В табл. 1.3 наведено деякі схеми груп Ассура з позначеннями їх класу і порядку. В цій таблиці усі пари обертальні. Однак варто мати на увазі, що замість обертальних пар можуть бути і поступальні. В залежності від комбінації обертальних і поступальних пар та взаємного їх розташування всі групи Ассура другого класу поділяють на п'ять видів (рис. 1.4, а-д).

Клас механізму визначається вищим класом групи Ассура, яка входить до складу цього механізму.


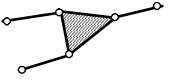
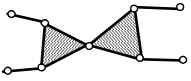
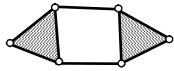
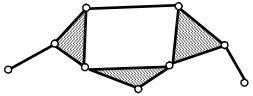
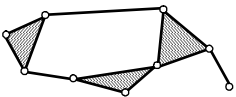
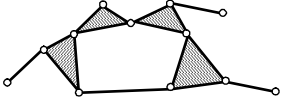
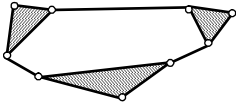
В плоских механізмах, крім нижчих пар, можуть бути й вищі. В цьому випадку кожному вищу пару треба умовно замінити кінематичним ланцюгом, до складу якого входять тільки нижчі пари. Кінематична пара четвертого класу (вища пара) в плоских механізмах накладає одну умову зв'язку, тобто вона зменшує ступінь рухомості механізму на одиницю. Тому кінематичний ланцюг з нижчими парами, що заміщує одну пару четвертого класу, повинен від-

повідати умові

$$w = 3n - 2p_5 = -1,$$

$$p_5 = \frac{3n+1}{2}.$$

Таблиця 1.3

Схеми до класифікації груп Асура		Клас групи	Порядок групи
Структурна схема групи			
	$n = 2$ $p_5 = 3$	2	2
	$n = 4$ $p_5 = 6$	3	3
	$n = 6$ $p_5 = 9$	3	4
	$n = 4$ $p_5 = 6$	4	2
	$n = 6$ $p_5 = 9$	4	3
	$n = 6$ $p_5 = 9$	5	3
	$n = 8$ $p_5 = 12$	5	4
	$n = 6$ $p_5 = 9$	6	3

З цієї умови видно, що не тільки кінематичний ланцюг, а й одна ланка ($n = 1$), яка входить до двох нижчих пар ($p_3 = 2$), може бути еквівалентною вищій парі. При цьому для виконання умови кінематичної еквівалентності заміщення треба виконувати певним чином (рис. 1.5).

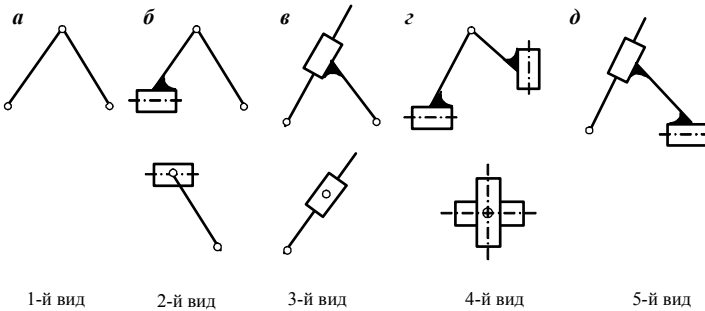


Рис. 1.4. Схеми груп Ассура 2 класу 5 видів

В точці дотикання профілів проводиться нормаль до них, на якій знаходяться центри кривизни O_1 та O_2 кривих, які утворюють ці профілі. Точки O_1 та O_2 позначають центри шарнірів, які потім з'єднуються умовною ланкою 3 (рис. 1.5, а, в). Якщо один із дотичних профілів є прямою, то центр кривизни цього профілю буде нескінченно віддалений і обертальна пара перетворюється в поступальну (рис. 1.5, б, г).

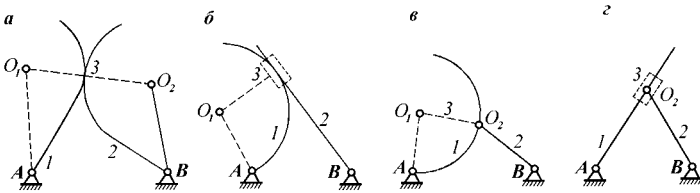


Рис. 1.5. Схеми до утворення еквівалентних механізмів

Іноді під час конструктивного оформлення до схеми механізму вводять ланки, які формально зменшують ступінь рухомості, але фактично не впливають на кінематику всього механізму. Такі ланки і кінематичні пари, до яких входять ланки, називаються *пасивними умовами зв'язку*. Під час структурно-

го аналізу і класифікації їх не приймають до уваги.

Приклад. На рисунку 1.6, *a* показано механізм спарника тепловозу. Розміри його ланок задовольняють умовам:

$$AC = BD = OE; OB = ED; OA = EC.$$

Рішення. За формулою Чебишева маємо

$$w = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

Насправді цей механізм має один ступінь рухомості. Якщо із схеми видалити ланку 4 та дві нижчі пари *B* і *D*, то кінематика інших ланок не зміниться (рис. 1.6, *б*). Після видалення пасивного зв'язку ступінь рухомості механізму буде дорівнювати

$$w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

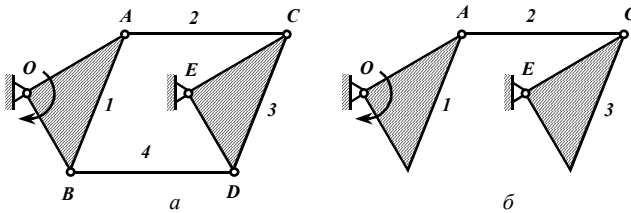


Рис. 1.6. Механізм з пасивним зв'язком

Деякі механізми мають ступені вільності, які не впливають на кінематику всього механізму. Такі ступені вільності називають *зайвими*. Так у кулачковому механізмі (рис. 1.7, *a*) обертання круглого ролика 3 навколо осі *B* не спричиняє руху ні кулачка 1, ні штовхача 2, але формально утворює зайвий ступінь вільності. Легко відмітити, що певному закону руху кулачка відповідає певний рух штовхача. Проте завдяки можливості обертання ролика ступінь рухомості механізму

$$w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

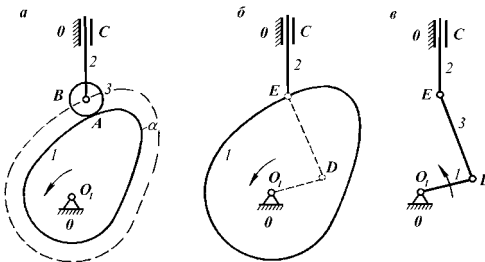


Рис. 1.7. Кулачковий механізм з зайвим ступенем вільності і заміщуючий механізм

Без порушення кінематики всього механізму в цілому можна видалити ролик, профіль кулачка *a* еквідистантно збільшити на радіус ролика, а штовхач об'єднати безпосередньо з кулачком у вищу пару *E*.

Заміщуючий механізм (рис. 1.7, *б*) має один ступінь рухомості:

$$w = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Для визначення класу механізму виконують заміщення вищої пари E (рис. 1.7, ϵ) фіктивною ланкою 3, яка входить у дві обертальні пари E і D .

Під час структурного дослідження механізмів також варто брати до уваги, що іноді в механізмах можуть зустрічатися шарніри, які з'єднують не

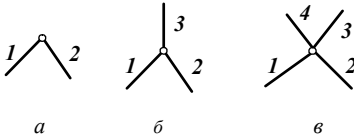


Рис. 1.8. Схема до визначення кількості кінематичних пар

дві ланки (рис. 1.8, a), а три ланки і більше (рис. 1.8, b , ϵ). У цьому випадку їх називають подвоєними, потроєними тощо. В подвоєному шарнірі $p_s = 2$, в потроєному $p_s = 3$. Якщо шарнір з'єднує k ланок, то він

має кратність $(k - 1)$.

Під час структурного аналізу повинні бути визначені:

- ступінь рухомості механізму;
- кількість приєднаних до ведучої ланки (до ведучих ланок) структурних груп;
- клас, порядок і вид кожної групи;
- клас механізму.

Треба відмітити, що в залежності від вибору ведучих ланок може змінюватись клас механізму.

1.6. Утворення механізмів

Всякий, скільки завгодно складний механізм, утворюється додаванням

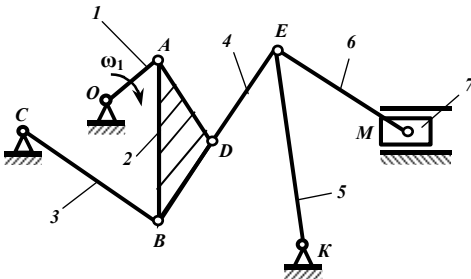


Рис. 1.9. Схема до утворення механізмів

до початкового (початкових) механізму груп Ассура. Таке додавання не змінює ступінь рухомості і, виконуючи структурний аналіз, слід розшукувати останню додану групу. Поступове від'єднання, починаючи з останньої, груп Ассура не змінює законів руху тих ланок, які залишилися в складі механізму і приводить до початкового механізму.

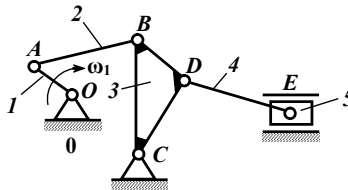
механізму.

Початковий механізм в складі важільного (рис. 1.9) утворено ланкою 1 і

стояком. До початкового механізму послідовно додано три групи Ассура з ланками 2 – 3; 4 – 5 та 6 – 7. Оскільки всі додані групи Ассура є групами другого класу, то і механізм належить до другого класу.

1.7. Приклади виконання структурного аналізу механізмів

Приклад 1.



Ланки:

0 – стояк; 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромисло; 4 – шатун; 5 – повзун.

Кількість рухомих ланок $n = 5$.

Кінематичні пари:

Кінематичні пари	O	A	B	C	D	E	E'
Ланки	0-1	1-2	2-3	0-3	3-4	4-5	5-0

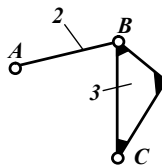
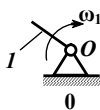
Кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5 = 7$. Всі кінематичні пари нижчі.

Ступінь рухомості механізму:

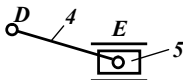
$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Розкладання схеми механізму на групи Ассура:

Механізм I класу



Група Ассура
2 клас;
2 порядок;
1 вид



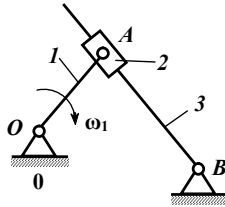
Група Ассура
2 клас;
2 порядок;
2 вид

Механізм 2 класу.

Схема утворення механізму:

I (0,1) → II (2, 3) → II (4, 5).

Приклад 2



Ланки:

0 – стояк; 1 – кривошип; 2 – камінь; 3 – куліса.

Кількість рухомих ланок $n = 3$.

Кінематичні пари:

Кінематичні пари	O	A	A'	B
Ланки	0-1	1-2	2-3	3-0

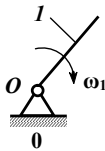
Кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5 = 4$. Всі кінематичні пари нижчі.

Ступінь рухомості механізму:

$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

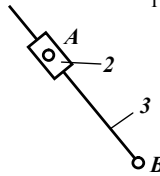
Розкладання схеми механізму на групи Ассра:

Механізм I класу



Група Ассра

2 клас;
2 порядок;
3 вид

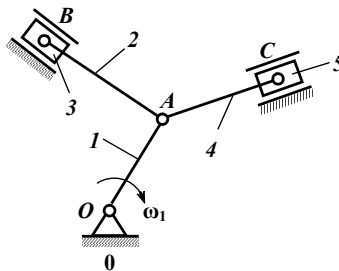


Механізм 2 класу.

Схема утворення механізму:

I (0,1) → II (2,3).

Приклад 3



Ланки:

0 – стояк; 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – повзун; 4 – шатун; 5 – повзун.

Кількість рухомих ланок $n = 5$.

Кінематичні пари:

Кінематичні пари	O	A	A'	B	B'	C	C'
Ланки	0-1	1-2	1-4	2-3	0-3	4-5	5-0

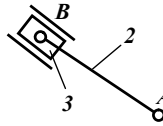
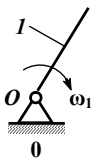
Кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5 = 7$. Всі кінематичні пари нижчі.

Ступінь рухомості механізму:

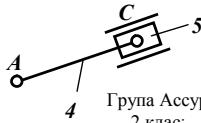
$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Розкладання схеми механізму на групи Ассурі:

Механізм I класу



Група Ассурі
2 клас;
2 порядок;
2 вид



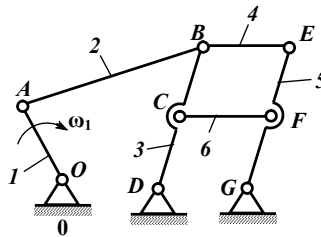
Група Ассурі
2 клас;
2 порядок;
2 вид

Механізм 2 класу.

Схема утворення механізму:



Приклад 4



Ланки:

0 – стояк; 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромисло; 4 – шатун; 5 – коромисло; 6 – шатун.

Кількість рухомих ланок $n = 6$.

Кінематичні пари:

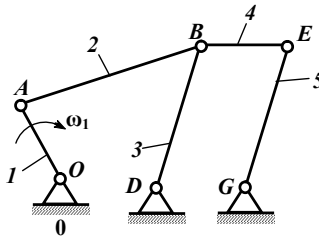
Кінематичні пари	O	A	B	B'	C	D	E	F	G
Ланки	0-1	1-2	2-3	2-4	3-6	0-3	4-5	5-6	5-0

Кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5 = 9$. Всі кінематичні пари нижчі.

Ступінь рухомості механізму:

$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 9 = 0.$$

Величина ступеня рухомості свідчить про наявність пасивних зв'язків. Можна вважати, що ланка 6 в схемі механізму призначена для підвищення жорсткості системи. Вилучаємо її з механізму та зображуємо нову схему.

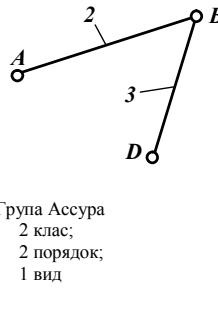
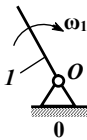


В даній схемі кількість рухомих ланок $n = 5$, кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5 = 7$. Тоді ступінь рухомості механізму:

$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Розкладання схеми механізму на групи Ассура:

Механізм I класу



Група Ассура
2 клас;
2 порядок;
1 вид

Група Ассура
2 клас;
2 порядок;
1 вид

Механізм 2 класу.

Схема утворення механізму:

I (0,1) → II (2,3) → II (4,5).

1.8. Контрольні питання

1. Що називається механізмом, ланкою, кінематичною парою?
2. З яких ланок складається механізм?
3. За якою ознакою здійснюється класифікація кінематичних пар?
4. Що називають ступенем вільності тіла, кінематичного ланцюга?
5. Яка кінематична пара називається плоскою і яка просторовою?
6. Чим відрізняється вища кінематична пара від нижчої?
7. Який фізичний зміст має ступінь рухомості механізму?
8. Скільки кінематичних пар є в рухомому з'єднанні 4 ланок?
9. Як визначається ступінь рухомості плоского механізму?
10. Як утворюються механізми?
11. Що називають групою Ассура?
12. Як класифікують групи Ассура?
13. За якою ознакою визначають порядок групи Ассура?
14. Що покладено в основу раціональної класифікації механізмів?
15. Чи може бути непарним число ланок у складі групи Ассура?
16. Чи може бути парним число ланок у складі механізму?
17. Чи може бути парним число ланок у складі механізму за відсутності пасивних зв'язків?
18. Яким є призначення механізмів?
19. Чи існують машини, в складі яких відсутні механізми?

РОЗДІЛ 2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

2.1. Задачі і методи кінематичного аналізу механізмів

Механізми, до складу яких входять тільки нижчі кінематичні пари, називаються *важільними*. Ланки важільних механізмів поділяють в залежності від характеру з'єднання з іншими ланками і рухів, які вони виконують, на кривошипи, шатуни, коромисла, повзуни, камені і куліси.

Кривошип – це ланка, яка утворює обертальну пару зі стояком і здійснює обертальний рух.

Шатун – це ланка, що утворює кінематичні пари з іншими рухомими ланками і виконує складний рух.

Коромислом називається ланка, що утворює кінематичну обертальну пару зі стояком і виконує коливальний рух.

Повзун – це ланка, яка утворює поступальну пару зі стояком.

Каменем називають ланку, яка утворює поступальну пару з рухомою ланкою.

Куліса – це ланка, яка має на собі напрямну для каменя.

Під час кінематичного аналізу механізмів вивчається рух ланок з геометричної точки зору, тобто без урахування сил, які викликають цей рух. Схема механізму, розміри його ланок і закони руху ведучих ланок повинні бути заданими. Законом руху кривошипа зазвичай є рівномірне обертання його навколо нерухомої осі.

В результаті кінематичного аналізу повинно бути послідовно визначено:

1) положення ланок і траєкторії, що описуються окремими точками механізму;

2) лінійні швидкості окремих точок і кутові швидкості ланок;

3) лінійні прискорення окремих точок і кутові прискорення ланок.

В русі більшості механізмів простежується періодичність. Всі кінематичні параметри механізму (положення ланок, швидкості і прискорення) змінюються періодично. Тому кінематичний аналіз достатньо виконати лише для одного періоду.

Кінематичне дослідження механізму ведеться в такій послідовності: спочатку досліджується рух ведучих ланок, а потім виконується кінематичний аналіз окремих груп Ассура в послідовності їх приєднання під час створення механізму.

Такий порядок кінематичного дослідження пояснюється тим, що для аналізу кожної групи Ассура повинні бути відомі положення, швидкості та прискорення елементів ланок, до яких приєднується група, тобто до кінематичного аналізу механізму треба приступати лише після виконання

структурного аналізу, на основі якого встановлено порядок нашарування груп Ассура.

Кінематичне дослідження кожної групи Ассура повинно починатися з визначення кінематичних параметрів внутрішніх пар групи. Потім визначаються положення, швидкості та прискорення інших точок групи і кутові швидкості та прискорення її ланок.

Кожному класу груп Ассура відповідає певний спосіб кінематичного аналізу. Обмежимося дослідженням механізмів тільки другого класу, які найбільш поширені.

Під час кінематичного дослідження механізму користуються *аналітичними* методами або *графо-аналітичними* (метод планів і метод кінематичних діаграм). Графо-аналітичні методи, поступаючись в точності аналітичним, характеризуються простотою і наглядністю. Тому вони отримали широке розповсюдження. Розглянемо графо-аналітичні методи кінематичного аналізу механізмів.

Під час графічної побудови необхідно відображати на кресленні не тільки довжину ланок, але і такі величини, як швидкість, прискорення, час тощо. В цих випадках використовують *масштабні коефіцієнти*, які показують, скільки одиниць тієї чи іншої величини прийдеться на один міліметр відрізка, який зображує цю величину. Іноді масштабний коефіцієнт називають *обчислювальним масштабом* або просто *масштабом*. Для скорочення ми будемо називати його масштабом.

2.2. Метод планів

Основним методом графо-аналітичного дослідження є побудова планів положень, швидкостей і прискорень механізму.

Взаємне положення ланок механізму, що рухаються, весь час змінюється, але для кожного моменту часу положення ланок є цілком визначеним. Графічне зображення взаємного положення ланок, яке відповідає обраному моменту часу, називається *планом механізму*.

Побудову плану механізму починають із зображення за даними координатами нерухомих елементів ланок: нерухомих точок і напрямних. Потім зображують ведучу ланку в заданому положенні. Після цього визначають положення ланок груп Ассура. В групах Ассура другого класу положення ланок знаходять методом геометричних місць (методом засічок). Щоб визначити траєкторію якоїсь точки механізму, необхідно побудувати декілька планів механізму, визначити положення заданої точки і з'єднати їх плавною кривою.

Якщо ведуча ланка виконує рівномірний обертальний рух, то коло, яке описує одна з її точок, можна поділити на рівні частини, найчастіше на 12 або на 24. Положення кожної точки поділу відмічають певним номером, який

відноситься до плану всього механізму.

Наочне уявлення про величини і напрямки швидкостей та прискорень окремих точок механізму дають плани швидкостей та прискорень.

Планом швидкостей (прискорень) ланки називається графічна побудова у вигляді пучка, промені якого відображають абсолютні швидкості (прискорення) точок ланок механізму, а відрізки, що з'єднують кінці променів – відносні швидкості (прискорення) відповідних точок за даного положення ланки.

Планом швидкостей (прискорень) механізму називається сукупність планів швидкостей (прискорень) всіх ланок механізму з одним спільним полюсом. Всі нерухомі точки ланок механізмів зображуються в полюсах планів швидкостей і прискорень.

Побудова планів швидкостей та прискорень ґрунтується на графічному розв'язанні векторних рівнянь розподілу швидкостей і прискорень.

Розглянемо два характерних випадки.

1. Дві точки A і B (рис. 2.1) належать одній ланці і розташовані одна від одної на відстані l_{AB} .

Зв'язок між швидкостями точок A і B може бути представлений векторним рівнянням

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA},$$

тобто швидкість точки B є геометричною сумою швидкості точки A в переносному поступальному русі і швидкості точки B в обертальному русі ланки відносно точки A ($\vec{v}_{BA} \perp \overline{BA}$).

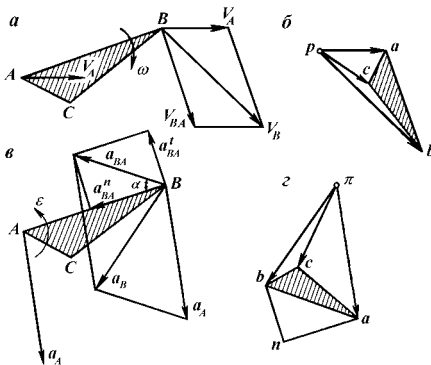


Рис. 2.1. Побудова планів швидкостей та прискорень

векторними рівняннями швидкостей. Однак в тих випадках, коли відомі

Зобразимо швидкості точок A і B в масштабі μ_v відрізками pa та pb , відкладеними від однієї точки p (рис. 2.1, б):

$$v_A = (pa) \mu_v; v_B = (pb) \mu_v.$$

З'єднаємо кінці цих відрізків (точки a і b) прямою лінією. Отриманий трикутник rab називається *планом швидкостей ланки*, а точка p – *полюсом плану швидкостей*.

Для визначення швидкостей інших точок ланки можна також скористатися

швидкості двох точок ланки, швидкості інших точок ланки краще знаходити на основі теореми подібності для швидкостей: *відрізки прямих ліній, які з'єднують точки на плані ланки, і відрізки прямих ліній, які з'єднують кінці векторів швидкостей цих точок на плані швидкостей, утворюють подібні і подібно розташовані фігури.*

Фігура на плані швидкостей повернута відносно фігури на плані ланки в напрямку ω на 90° . Ознакою подібного розташування фігур може бути порядок літер при обході цих фігур за контуром в певному напрямі. Так, якщо при обході контура трикутника ABC (рис. 2.1, *a*), наприклад, за годинниковою стрілкою, у його вершин послідовно зустрічаються літери A, B і C і при обході контура трикутника abc (рис. 2.1, *б*) за годинниковою стрілкою також послідовно зустрічаються літери a, b і c , трикутники ABC і abc є подібно розташованими.

Побудувавши за теоремою подібності на відріжку ab трикутник abc і з'єднавши полюс p з точкою c , отримаємо відрізок pc (рис. 2.1, *б*), який зображує в масштабі μ_v швидкість \bar{v}_c :

Кутова швидкість ω може бути знайдена з формули

$$\omega = \frac{v_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ab)\mu_v}{l_{AB}},$$

а напрямок ω можна знайти, якщо в точці B (рис. 2.1, *a*) прикласти вектор \bar{v}_{BA} .

Напрямки відносних швидкостей можна знайти з плану швидкостей. Вектор \bar{v}_{BA} – це вектор відносної швидкості точки B навколо точки A , який на плані зображено відрізком ab . Разом з тим, відрізок ba – це зображення вектора \bar{v}_{AB} .

Прискорення точок A і B пов'язані між собою векторним рівнянням

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA},$$

тобто прискорення точки B є геометричною сумою прискорення \bar{a}_A точки A в переносному поступальному русі та прискорення \bar{a}_{BA} точки B в обертальному русі ланки відносно точки A .

Повне відносне прискорення \bar{a}_{BA} складається в свою чергу з двох прискорень: нормального \bar{a}_{BA}^n , спрямованого до центру відносного обертання, тобто від точки B до точки A , і тангенціального \bar{a}_{BA}^t , спрямованого перпендикулярно відріжку AB (рис. 2.1, *в*). Тому

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t.$$

Для підрахунку модуля нормального прискорення застосуємо план швидкостей (рис. 2.1, б).

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{(ab \cdot \mu_v)^2}{l_{AB}}$$

Тангенціальне прискорення знайдемо з формули

$$a_{BA}^t = l_{AB} \varepsilon,$$

де ε – кутове прискорення ланки.

На рис. 2.1, з наведено план прискорень ланки. Прискорення точки A і B зображено на плані в масштабі μ_a відрізками πa та πb , відкладеними з однієї загальної точки π – полюса плану прискорень

$$a_A = (\pi a) \mu_a; \quad a_B = (\pi b) \mu_a.$$

Для визначення прискорення точки C доцільно використати теорему подібності для прискорень: *відрізки прямих ліній, які з'єднують точки на плані ланки, і відрізки прямих ліній, які з'єднують кінці векторів повних прискорень цих точок на плані прискорень, утворюють подібні і подібно розташовані фігури*. Фігура на плані прискорень повернута відносно фігури на плані ланки на кут $180^\circ - \alpha$ в напрямку ε , причому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

З плану прискорень можна визначити напрямок кутового прискорення ланки, якщо в точці B (рис. 2.1, в) прикласти вектор \overline{nb} прискорення a_{BA}^t .

2. Дві точки (A_1 і A_2) належать двом ланкам (1 і 2), які утворюють поступальну пару, і в даний момент часу збігаються (рис. 2.2, а, в).

У цьому випадку швидкість \vec{v}_{A_2} точки A_2 складається з двох швидкостей – переносної \vec{v}_{A_1} разом з точкою A_1 і відносної $\vec{v}_{A_2A_1}$. Формула розподілення швидкості має вигляд

$$\vec{v}_{A_2} = \vec{v}_{A_1} + \vec{v}_{A_2A_1},$$

де \vec{v}_{A_1} – швидкість точки A_1 ланки 1 (куліси), яка співпадає в даний момент з точкою A_2 (камня 2); $\vec{v}_{A_2A_1}$ – швидкість руху ланки 2 відносно ланки 1, яка спрямована паралельно до осі $x - x$.

План швидкостей для цього випадку виконано на рис. 2.2, б.

Прискорення точки A_2 , коли переносний рух не є поступальним, складається з трьох прискорень: переносного (тобто прискорення точки A_1), корілісового (поворотного) і відносного

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2A_1}^k + \bar{a}_{A_2A_1}^r.$$

Величина коріолісового прискорення $a_{A_2A_1}^k$ розраховується за формулою

$$a_{A_2A_1}^k = 2\omega_1 v_{A_2A_1},$$

де ω_1 - кутова швидкість обертання куліси 1.

Напрямок коріолісового прискорення $\bar{a}_{A_2A_1}^k$ показує вектор відносної швидкості $\bar{v}_{A_2A_1}$, якщо його повернути на 90° в напрямку обертання куліси,

тобто в напрямку ω_1 .

Вектор відносного прискорення $\bar{a}_{A_2A_1}^r$ ланки 2 відносно ланки 1 направлений паралельно осі $x-x$.

План прискорень показано на рис. 2.2, з.

Розглянемо використання метода планів для кінематичного дослідження плоских механізмів на конкретних прикладах.

Приклад 1.

Схема механізму показана на рис. 2.3, а. Параметри механізму: $l_{OA} = l_{CD} = 0,1$ м; $l_{BD} = 0,12$ м; $l_{BC} = 0,03$ м; $l_{OK} = 0,04$ м; $l_{DK} = 0,02$ м; $l_{CE} = 0,28$ м; $l_{AS_3} = 0,05$ м; $l_{CS_3} = 0,14$ м; точка S_3 - в центрі тяжіння трикутника BCD ; ведуча ланка - кривошип 1; $n = 115$ об/хв; $\omega_1 = \text{const}$.

Потрібно:

1) виконати структурний аналіз механізму;

2) побудувати 12 положень механізму, які відповідають 12 рівновіддаленим один від одного положенням кривошипа;

Рис. 2.2. Плани швидкостей і прискорень

3) побудувати траєкторію точки S_4 ;

4) побудувати план швидкостей для положення механізму, яке відповідає куту поворота кривошипа $\varphi = 210^\circ$. Визначити величини і напрямки швидкостей всіх вказаних на механізмі точок, а також кутових швидкостей ланок;

5) побудувати план прискорень для того ж положення механізму. Визначити величини і напрямки прискорень всіх точок механізму, а також кутових швидкостей ланок.

Розв'язання. I. *Структурний аналіз механізму.* Визначаємо ступінь рухомості механізму за структурною формулою Чебишева

$$w = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Отже, за однієї ведучої ланки механізм має визначеність руху.

Кривошип 1 і стійк 0 утворюють механізм першого класу. До механізму першого класу послідовно приєднані дві групи Ассура: (2, 3) – другого класу другого порядку першого виду; (4, 5) – другого класу другого порядку другого виду (рис. 2.3, б). Тобто даний механізм відно-

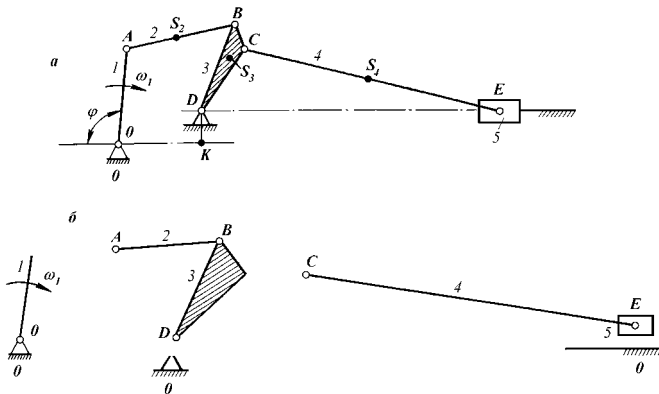


Рис. 2.3. Кінематична схема і групи Ассура механізму

ситься до другого класу. Порядок кінематичного дослідження цього механізму визначається формулою його побудови

$$I(0, 1) \rightarrow II(2, 3) \rightarrow II(4, 5).$$

II. *Визначення положень ланок механізму* (рис. 2.4). Обираємо масштаб довжин

$$\mu_s = \frac{l_{OA} \text{ (м)}}{OA \text{ (мм)}}.$$

Тут OA – відрізок, який відображає на кресленні розмір l_{OA} . Довжину цього відрізка зазвичай приймають від 40 до 70 мм. Приймаємо в нашому прикладі $OA = 50$ мм. Тоді

$$\mu_s = \frac{0,1}{50} = 0,002 \text{ м/мм}.$$

Цей масштаб відповідає креслярським стандартам. Знаходимо довжини інших відрізків

$$AB = CD = 50 \text{ мм}; \quad BD = \frac{l_{BD}}{\mu_s} = \frac{0,12}{0,002} = 60 \text{ мм};$$

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_s} = \frac{0,03}{0,002} = 15 \text{ мм}; \quad OK = \frac{l_{OK}}{\mu_s} = \frac{0,04}{0,002} = 20 \text{ мм};$$

$$DK = \frac{l_{DK}}{\mu_s} = \frac{0,02}{0,002} = 10 \text{ мм}; \quad CE = \frac{l_{CE}}{\mu_s} = \frac{0,28}{0,002} = 140 \text{ мм};$$

$$CS_4 = \frac{l_{CS_4}}{\mu_s} = \frac{0,14}{0,002} = 70 \text{ мм}; \quad AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_s} = \frac{0,05}{0,002} = 25 \text{ мм}.$$

Побудову починаємо із зображення нерухомих елементів. Наносимо на кресленні точки O і D (осі обертання ланок 1 і 3) та намічаємо траєкторію x - x точки E повзуна 5. Далі радіусом OA проводимо коло, яке є траєкторією точки A . На цьому колі на однаковій відстані один від одного наносимо положення точки A (1, 2, 3, ...). З'єднуємо їх відрізками прямих з точкою O та одержимо відповідні положення кривошипа. За початок відліку приймаємо точку A_0 , якій відповідає крайнє праве положення повзуна. Це положення легко знайти, якщо врахувати, що при цьому відрізки DC і CE будуть знаходитись на одній прямій. Нумерацію інших положень ведемо в напрямі обертання кривошипа (за годинниковою стрілкою).

Оскільки механізм відноситься до другого класу, то положення ланок в кожній групі Ассура визначимо методом засічок. Всі потрібні побудови виконаємо спочатку для одного положення кривошипа, яке визначається, наприклад, точкою A_{10} .

В групі (2, 3) визначимо положення точки B_{10} засічкою, зробленою з точки A_{10} радіусом AB на траєкторії точки B , тобто на колі радіусом DB . З'єднавши точку B_{10} з точками A_{10} і D прямими відрізками, знайдемо положення ланок 2 і 3. Потім за заданими розмірами відмічаємо на ланці 2 положення точки S_2 , а на ланці 3 — положення точок C_{10} і S_3 .

В групі (4, 5) спочатку визначимо положення точки E_{10} , зробивши засічку з точки C_{10} радіусом CE на напрямній x - x . Потім, з'єднавши точки C_{10} і E_{10} , отримаємо положення ланки 4, на якій відмічаємо точку S_4 .

Інші положення механізму будемо аналогічно. Положення ланок механізму, яке відповідає крайньому лівому положенню повзуна, визначимо наступним чином. З точки D робимо засічку на напрямній x - x радіусом $CE - CD$. Ланки групи (2, 3) при цьому займуть положення, яке зображене на кресленні пунктиром.

III. *Побудова траєкторії точки S_4 .* Траєкторію точки S_4 (шатунну криву) отримаємо, з'єднавши послідовно точки S_4 в усіх положеннях ланки 4 плавною кривою (рис. 2.4).

IV. *План швидкостей* (рис. 2.5, а). План швидкостей будемо в тій же послідовності: спочатку для механізму першого класу (0, 1), потім для групи (2, 3) і, нарешті, для групи (4, 5).

Для механізму першого класу визначимо швидкість точки A

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = \frac{\pi n}{30} l_{OA} = \frac{3,14 \cdot 115}{30} \cdot 0,1 = 1,2 \text{ м/с}.$$

Цю швидкість відображаємо на плані швидкостей в масштабі μ_v відрізком pa .

Довжину цього відрізка зручно вибирати в межах 40-70 мм. Приймаємо $pa = 60$ мм. Тоді масштаб плану швидкостей

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1,2}{60} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$$

буде відповідати рекомендованим значенням.

Полос p плану швидкостей розміщуємо у довільному місці. Вектор \overline{pa} перпендикулярний кривошипу в даному положенні і направлений в сторону його обертання.

В групі Ассура (2, 3) визначимо швидкість центра шарніра B , який з'єднує ланки 2 і 3.

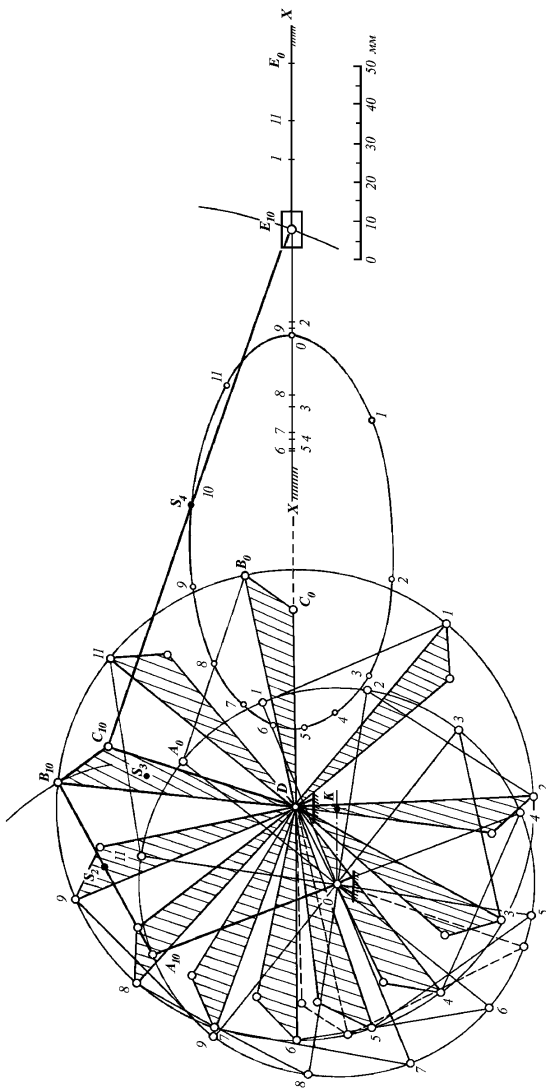


Рис. 2.4. Зображення положень ланок механізму

Розглядаючи рух точки B по відношенню до точки A , а потім по відношенню до точки D , запишемо відповідно два векторних рівняння:

$$\begin{cases} \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}; \\ \vec{v}_B = \vec{v}_D + \vec{v}_{BD}, \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\vec{v}_{BA} \perp AB$ і $\vec{v}_{BD} \perp DB$.

Розв'яжемо систему векторних рівнянь графічно. Згідно з першим рівнянням (2.1), через точку a проводимо пряму перпендикулярно до AB , а згідно з другим рівнянням, через точку p (тому що $v_D = 0$) проводимо пряму перпендикулярно до BD . На перетині цих перпендикулярів відмічаємо точку b , яка є кінцем вектора pb , що відображає абсолютну швидкість точки B . Для знаходження точки c на плані швидкостей можна також скласти і вирішити векторні рівняння. Однак зручніше скористатися теоремою подібності. На стороні pb буде-мо трикутник pbc , подібний до трикутника DBC і подібного до нього розташований.

Відстань точки c від точок b і p плану знайдемо із відношень:

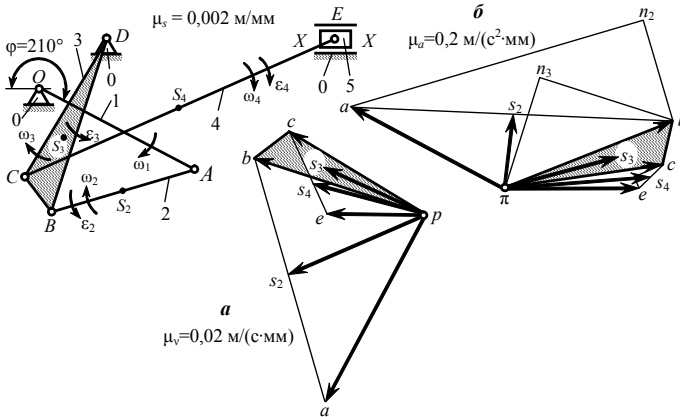


Рис. 2.5. Кінематична схема механізму і плани швидкостей та прискорень

$$\frac{pb}{DB} = \frac{pc}{DC} = \frac{bc}{BC}; \quad \frac{68}{60} = \frac{pc}{50} = \frac{bc}{15};$$

$$pc = 56,7 \text{ мм}; \quad bc = 17 \text{ мм}.$$

Потім у відповідності з умовою цього прикладу розташуємо точку s_2 на середині відрізка ab , а точку s_3 – в центрі тяжіння трикутника pbc . З'єднаємо точки s_2 і s_3 з полюсом p . План швидкостей для групи (2, 3) побудовано.

В групі Ассура (4, 5) визначаємо швидкість точки E , яка одночасно належить ланці 4 і ланці 5. Розглядаючи рух точки E спочатку по відношенню до точки C , а потім по відношенню до напрямної $x-x$, запишемо векторні рівняння:

$$\begin{cases} \vec{v}_E = \vec{v}_C + \vec{v}_{EC}; \\ \vec{v}_E = \vec{v}_{E_0} + \vec{v}_{EE_0}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Швидкість точки E_0 , розташованої на осі $x - x$ руху повзуна, дорівнює нулю, тому що напрямна нерухома. Відносні швидкості відомі за напрямками: $\vec{v}_{EC} \perp CE$, а $\vec{v}_{EE_0} \parallel x - x$.

Тому при спільному графічному розв'язанні рівнянь (2.2) достатньо через точку c плану швидкостей провести пряму перпендикулярно до CE , а через полюс p (тому що $v_{E_0} = 0$) – пряму паралельно $x - x$. Точку перетину цих прямих відмічаємо літерою e .

Точку s_4 розміщуємо, відповідно теоремі подібності, на середині відрізка ce . З'єднавши точку s_4 з полюсом плану швидкостей, отримаємо відрізок ps_4 , який відображає на плані вектор швидкості точки S_4 .

На цьому закінчується побудова плану швидкостей. Використовуючи цей план, знаходимо величини швидкостей:

$$\begin{aligned} v_B &= pb \mu_v = 68 \cdot 0,02 = 1,36 \text{ м/с}; \\ v_C &= pc \mu_v = 56,7 \cdot 0,02 = 1,134 \text{ м/с}; \\ v_{s_2} &= ps_2 \mu_v = 50 \cdot 0,02 = 1 \text{ м/с}; \\ v_{s_3} &= ps_3 \mu_v = 43 \cdot 0,02 = 0,86 \text{ м/с}; \\ v_{BA} &= ab \mu_v = 85 \cdot 0,02 = 1,7 \text{ м/с}; \\ v_E &= pe \mu_v = 39 \cdot 0,02 = 0,78 \text{ м/с}; \\ v_{s_4} &= ps_4 \mu_v = 46 \cdot 0,02 = 0,92 \text{ м/с}; \\ v_{EC} &= ce \mu_v = 34 \cdot 0,02 = 0,68 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Знаходимо кутові швидкості ω_2 і ω_3 ланок 2 і 3:

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}} = \frac{1,7}{0,1} = 17 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_3 = \frac{v_B}{l_{BD}} = \frac{1,36}{0,12} = 11,3 \text{ с}^{-1}.$$

Напрямок ω_2 визначимо, зробивши перенесення вектора швидкості v_{BA} в точку B і розглядаючи рух точки B відносно точки A в напрямку швидкості v_{BA} . Таким чином знаходимо, що ω_2 направлена в цьому положенні за годинниковою стрілкою. Аналогічно переносимо вектор \vec{pb} швидкості v_B в точку B і визначаємо, що ω_3 також направлена за годинниковою стрілкою.

Величина кутової швидкості ω_4 ланки 4 дорівнює

$$\omega_4 = \frac{v_{EC}}{l_{CE}} = \frac{0,68}{0,28} = 2,43 \text{ с}^{-1}.$$

Зробивши перенесення вектора \vec{ce} швидкості v_{EC} в точку E , знаходимо напрямком ω_4 (за годинниковою стрілкою).

V. План прискорень (рис. 2.5, б). Побудову плану прискорень виконуємо в послідовності, яка визначається формулою побудови даного механізму.

Для механізму першого класу визначаємо прискорення a_A точки A , яка виконує рівномірний рух по колу радіусом l_{OA} :

$$a_A = \omega_1^2 l_{OA} = \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 l_{OA} = \left(\frac{3,14 \cdot 115}{30} \right)^2 \cdot 0,1 = 14,4 \text{ м/с}^2.$$

Це прискорення прийнято відображати відрізком $\mu a = 40 - 70$ мм. Щоб отримати рекомендований масштаб прискорень μ_a , приймемо $\mu a = 72$ мм. Тоді

$$\mu_a = \frac{a_A}{\mu a} = \frac{14,4}{72} = 0,2 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

Оскільки прискорення a_A точки A складається тільки з нормального ($\omega_1 = \text{const}$, $\varepsilon_1 = 0$), то вектор направляємо по ланці OA до точки O . Цей вектор є планом прискорень кривошину OA .

В групі Ассура (2, 3) знаходимо прискорення точки B , розглядаючи рух точки B спочатку відносно точки A , а потім відносно точки D . Тоді запишемо два векторних рівняння:

$$\begin{aligned} \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t; \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_D + \vec{a}_{BD}^n + \vec{a}_{BD}^t; \end{aligned} \quad (2.3)$$

де $a_{BA}^n \parallel AB$; $a_{BA}^t \perp AB$; $a_{BD}^n \parallel BD$; $a_{BD}^t \perp BD$.

При цьому нормальна складова прискорення a_{BA}^n визначається за формулою

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}}.$$

Тоді відповідно довжина відрізка на плані, що йому відповідає $an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}$. Вектор

\vec{a}_{BA}^n спрямовується від точки B до точки A паралельно AB , а вектор \vec{a}_{BD}^n є паралельним BD в напрямку від B до D . Визначаємо модулі нормальних прискорень

$$\vec{a}_{BA}^n = \frac{(85 \cdot 0,02)^2}{0,1} = 28,8 \text{ м/с}^2; \quad \vec{a}_{BD}^n = \frac{(68 \cdot 0,02)^2}{0,12} = 15,4 \text{ м/с}^2.$$

Тоді відповідні відрізки

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{28,8}{0,2} = 144 \text{ мм}, \quad \pi n_3 = \frac{a_{BD}^n}{\mu_a} = \frac{15,4}{0,2} = 77 \text{ мм}.$$

Через точку n_2 проводимо лінію дії a_{BA}^t , а через точку n_3 перпендикулярно до BD проводимо лінію дії вектора \vec{a}_{BD}^t до перетину в точці b з напрямком вектора \vec{a}_{BA}^t . Відрізок πb зображує вектор прискорення \vec{a}_B , а відрізки n_2b і n_3b – відповідно тангенціальні прискорення \vec{a}_{BA}^t і \vec{a}_{BD}^t . З'єднавши точки b і a , отримаємо відрізок ab , який зображує вектор \vec{a}_{BA} повного відносного прискорення точки B відносно точки A .

На основі теореми подібності точку s_2 на плані прискорень розміщуємо на середині відрізка ab . Відрізок πs_2 зображує вектор прискорення \vec{a}_{s_2} точки S_2 .

За теоремою подібності знаходимо також відрізки πc і bc , які визначають положення

точки c на плані прискорень. З умови

$$\frac{\pi b}{DB} = \frac{\pi c}{DC} = \frac{bc}{BC}$$

знаходимо довжини відрізків πc і bc :

$$\frac{105}{60} = \frac{\pi c}{50} = \frac{bc}{15}; \quad \pi c = 87,5 \text{ мм}; \quad bc = 26,2 \text{ мм}.$$

Методом засічок знаходимо точку c , додержуючись схожості розташування фігур πbc і DBC .

У центрі тяжіння трикутника πbc розмішуємо точку s_3 і з'єднуємо її з полюсом π .

План прискорень для групи (2, 3) побудований.

У групі Ассура (4, 5) відомі прискорення точки C ланки 3 та нерухомої точки E_0 на напрямній $x - x$. Визначенню підлягає в першу чергу прискорення \bar{a}_E точки E повзуна 5. Розглядаючи спочатку рухи точки E по відношенню до точки C , а потім по відношенню до точки E_0 , складемо векторні рівняння:

$$\begin{cases} \bar{a}_E = \bar{a}_C + \bar{a}_{EC}^n + \bar{a}_{EC}^t; \\ \bar{a}_E = \bar{a}_{E_0} + \bar{a}_{EE_0}^k + \bar{a}_{EE_0}^r. \end{cases} \quad (2.4)$$

В цих рівняннях вектор \bar{a}_C відомий, вектори \bar{a}_{E_0} і $\bar{a}_{EE_0}^k$ дорівнюють нулю, оскільки напрямна $x - x$ нерухома. Величину нормального прискорення \bar{a}_{EC}^n точки E відносно точки C можемо визначити з виразу

$$a_{EC}^n = \frac{v_{EC}^2}{l_{EC}} = \frac{(ce \cdot \mu_V)^2}{l_{EC}} = \frac{(34 \cdot 0,02)^2}{0,28} = 1,66 \text{ м/с}^2,$$

де ce – відрізок на плані швидкостей, мм.

Напрями векторів тангенціального прискорення \bar{a}_{EC}^t точки E відносно точки C і прискорення ковзання $\bar{a}_{EE_0}^r$ точки E відносно точки E_0 відомі: $\bar{a}_{EC}^t \perp CE$, $\bar{a}_{EE_0}^r \parallel x - x$. Розв'язуємо рівняння (2.4) графічно. Згідно з першим рівнянням (2.4) з точки c плану прискорень треба відкласти відрізок cn_4 , що зображує прискорення \bar{a}_{EC}^n ,

$$cn_4 = \frac{a_{EC}^n}{\mu_a} = \frac{1,66}{0,2} = 8,3 \text{ мм}.$$

Відрізок cn_4 відкладаємо паралельно ланці CE у напрямку від точки E до точки C . Через точку n_4 проводимо перпендикулярно до CE напрям вектора \bar{a}_{EC}^t .

Відповідно з другим рівнянням (2.4) через точку π (оскільки $\bar{a}_{E_0} = 0$ і $\bar{a}_{EE_0}^k = 0$)

проводимо паралельно x - x напрямку вектора $\vec{a}_{EE_0}^r$. Ці напрями перетнуться в розшукуваній точці e .

Положення точки s_4 знайдемо з теореми подібності. З'єднаємо на плані прискорень точки c та e і відповідно з умовою цього прикладу розміщуємо точку s_4 посередині відрізка ce . Точку s_4 з'єднуємо з полюсом π . План прискорень побудовано, і з нього визначаємо величини прискорень:

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 105 \cdot 0,2 = 21 \text{ м/с}^2;$$

$$a_C = \pi c \cdot \mu_a = 87 \cdot 0,2 = 17,4 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_2} = \pi s_2 \cdot \mu_a = 45 \cdot 0,2 = 9 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_3} = \pi s_3 \cdot \mu_a = 65 \cdot 0,2 = 13 \text{ м/с}^2;$$

$$a_E = \pi e \cdot \mu_a = 85 \cdot 0,2 = 17 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_4} = \pi s_4 \cdot \mu_a = 86 \cdot 0,2 = 17,2 \text{ м/с}^2.$$

Величини кутових прискорень ε_2 і ε_3 ланок 2 і 3 знайдемо з рівнянь:

$$\varepsilon_2 = \frac{a'_{BA}}{l_{AB}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{AB}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a'_{BD}}{l_{BD}} = \frac{n_3 b \cdot \mu_a}{l_{BD}};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{61 \cdot 0,2}{0,1} = 122 \text{ 1/с}^2; \quad \varepsilon_3 = \frac{72 \cdot 0,2}{0,12} = 120 \text{ 1/с}^2.$$

Після перенесення вектора $\overline{n_2 b}$ прискорення \vec{a}'_{BA} (з рівняння (2.3) видно, що він направлений від точки n_2 до точки b плану прискорень) в точку B ланки 2, знаходимо напрям ε_2 (проти годинникової стрілки).

Порівнюючи напрями ω_2 і ε_2 , ω_3 і ε_3 , помічаємо, що в даному положенні і ланка 2, і ланка 3 обертаються сповільнено.

Величину кутового прискорення ε_4 ланки 4 знайдемо з рівняння

$$\varepsilon_4 = \frac{a'_{EC}}{l_{CE}} = \frac{n_4 e \cdot \mu_a}{l_{CE}} = \frac{23 \cdot 0,2}{0,28} = 16,4 \text{ 1/с}^2.$$

Здійснивши перенесення вектора $\overline{n_4 e}$ прискорення \vec{a}'_{EC} в точку E , знаходимо напрям ε_4 (за годинниковою стрілкою).

Порівнюючи напрями ω_4 і ε_4 , бачимо, що в даному положенні ланка 4 обертається прискорено.

Приклад 2. Схема механізму показана на рис. 2.6, а. Її параметри наступні:

$$l_{OA} = 0,225 \text{ м}; l_{BC} = 0,95 \text{ м}; l_{OB} = 0,6 \text{ м};$$

$$l_{BS_3} = 0,475 \text{ м}; n = 48 \text{ об/мин}; \omega_1 = \text{const}.$$

Потрібно:

- 1) виконати структурний аналіз механізму;
- 2) побудувати положення механізму, яке відповідає куту повороту кривошипу $\varphi = 30^\circ$;
- 3) побудувати план швидкостей механізму в цьому положенні. Визначити величини й напрями швидкостей всіх вказаних на механізмі точок та кутових швидкостей ланок;
- 4) побудувати план прискорень механізму. Визначити величини та напрями прискорень всіх точок механізму, а також кутових прискорень ланок.

Рішення. 1. *Структурний аналіз механізму.* Знаходимо ступінь рухомості механізму

$$w = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Ведучою є ланка 1 (кривошип). До механізму першого класу (0, 1) послідовно приєднані дві групи Ассура: група (2, 3) другого класу другого порядку третього виду та група (3, 4) другого класу другого порядку п'ятого виду.

Отже, механізм, що розглядається, відноситься до другого класу. Формула будови механізму має вигляд

$$I(0, 1) \rightarrow II(2, 3) \rightarrow II(4, 5)$$

II. *Побудова положень ланок механізму.* Оскільки даний механізм відноситься до другого класу, то положення ланок будемо методом засічок в послідовності, яка визначається формулою його побудови.

Виходячи з площі поля креслення, приймаємо масштаб довжин ланок $\mu_s = 0,005 \text{ м/мм}$.

Знаходимо довжини відрізків, які зображують ланки на схемі:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_s} = \frac{0,225}{0,005} = 45 \text{ мм};$$

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_s} = \frac{0,95}{0,005} = 190 \text{ мм};$$

$$OB = \frac{l_{OB}}{\mu_s} = \frac{0,6}{0,005} = 120 \text{ мм};$$

$$BS_3 = \frac{l_{BS_3}}{\mu_s} = \frac{0,475}{0,005} = 95 \text{ мм}.$$

Креслимо схему механізму для заданого положення кривошипу ($\varphi = 30^\circ$).

III. *План швидкостей* (рис. 2.6, б). Згідно з формулою будови даного механізму план швидкостей будемо у такій послідовності: механізм першого класу (0, 1), група (2, 3), група (4, 5).

Для механізму першого класу визначаємо швидкість центра шарніра A_1

$$v_{A_1} = \frac{\pi n}{30} \cdot l_{OA} = \frac{3,14 \cdot 48}{30} \cdot 0,225 = 1,13 \text{ м/с}.$$

Зображуємо цю швидкість відрізком pa_1 , величина якого дорівнює 40-70 мм. Взявши довжину цього відрізка 56,5 мм, отримуємо величину масштаба швидкостей

$$\mu_v = \frac{v_{A_1}}{pa_1} = \frac{1,13}{56,5} = 0,02 \text{ м/(с} \cdot \text{мм)},$$

яка відповідає рекомендованим значенням.

На рис. 2.6, *a* полюс p вибрано в довільному місці. Відрізок pa_1 направляємо перпендикулярно до кривошипу в бік його обертання. При цьому $v_{A_2} = v_{A_1}$.

У групі Ассур (2, 3) визначаємо спочатку швидкість \vec{v}_{A_3} тієї точки A_3 кулі 3, яка в даному положенні механізму збігається з точкою A_2 - центром шарніра A . Розглядаючи рух точки A_3 спочатку по відношенню до центра шарніра A_2 , а потім по відношенню до точки B , запишемо відповідно два векторних рівняння:

$$\begin{cases} \vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{A_2} + \vec{v}_{A_3A_2}; \\ \vec{v}_{A_3} = \vec{v}_B + \vec{v}_{A_3B}. \end{cases} \quad (2.5)$$

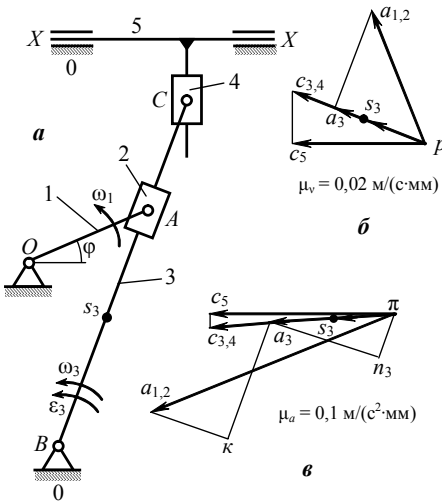


Рис. 2.6. Кінематична схема механізму (*a*) і плани швидкостей (*б*) та прискорень (*в*)

Швидкість ковзання $\vec{v}_{A_3A_2}$ точки A_3 кулі 3 відносно центра A_2 шарніра направлена паралельно AB . \vec{v}_{A_3B} - відносна швидкість точки A_3 в обертальному русі ланки 3 навколо точки B . Лінія дії цієї швидкості перпендикулярна до AB . Точка B нерухома, $\vec{v}_B = 0$.

Для графічного розв'язання рівнянь (2.5) достатньо через точку a_1 провести пряму, паралельну AB , а через полюс p провести пряму, перпендикулярну до AB . Точка перетину цих прямих визначить положення кінця a_3 вектора абсолютної швидкості точки A_3 кулі 3. На плані швидкостей $pa_3 = 40 \text{ мм}$.

Положення точок s_3 і c_3 на відрізку pa_3 або на його продовженні визначимо за теоремою подібності, використовуючи співвідношення:

$$pa_3 : ps_3 : pc_3 = BA : BS_3 : BC.$$

Маючи довжини відрізків BS_3 і BC та вимірюючи на кресленні відрізок AB , одержуємо:

$$AB = 150 \text{ мм}; \quad ps_3 = 25,3 \text{ мм}; \quad pc_3 = 50,6 \text{ мм}.$$

У групі Ассура (4, 5) визначимо швидкості точок ланки 4. Камінь 4 рухається поступально. Отже, швидкості всіх його точок дорівнюють швидкості \vec{v}_{C_3} центра шарніра C і

$$v_{C_4} = v_{C_3}.$$

Куліса 5 також рухається поступально. Тому у куліси 5 достатньо визначити швидкість якоїсь однієї точки. Визначимо швидкість точки C_5 , яка співпадає в даний момент з центром шарніра C_4 . Точка C_5 виконує переносний рух разом з шарніром C_4 зі швидкістю \vec{v}_{C_4} і рухається відносно цього шарніра по вертикальній осі напрямної зі швидкістю $\vec{v}_{C_5C_4}$. Отже,

$$\vec{v}_{C_5} = \vec{v}_{C_4} + \vec{v}_{C_5C_4}.$$

З іншого боку, розглядаючи рух куліси 5 по відношенню до напрямної $x-x$, можна записати друге векторне рівняння

$$\vec{v}_{C_5} = \vec{v}_{C_0} + \vec{v}_{C_5C_0},$$

де $\vec{v}_{C_0} = 0$, оскільки напрямна нерухома; $\vec{v}_{C_5C_0} \parallel x-x$.

Розв'яжемо ці рівняння графічно. З точки c_4 проводимо вертикальну, а з полюса p – горизонтальну прямі. У їх перетині отримуємо точку c_5 .

Відрізки c_4c_5 і pc_5 зображують швидкості $\vec{v}_{C_5C_4}$ і \vec{v}_{C_5} відповідно.

З плану швидкостей маємо:

$$v_{A_3} = pa_3 \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,02 = 0,8 \text{ м/с};$$

$$v_{A_3A_1} = a_1a_3 \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,02 = 0,8 \text{ м/с};$$

$$v_{S_3} = ps_3 \cdot \mu_v = 25,3 \cdot 0,02 = 0,506 \text{ м/с};$$

$$v_{C_3} = pc_3 \cdot \mu_v = 50,6 \cdot 0,02 = 1,012 \text{ м/с};$$

$$v_{C_5C_4} = c_4c_5 \cdot \mu_v = 13 \cdot 0,02 = 0,26 \text{ м/с};$$

$$v_{C_5} = pc_5 \cdot \mu_v = 48 \cdot 0,02 = 0,96 \text{ м/с}.$$

Величина кутової швидкості куліси 3 дорівнює

$$\omega_3 = \frac{v_{A_3}}{l_{AB}} = \frac{pa_3 \cdot \mu_v}{AB \cdot \mu_s} = \frac{40 \cdot 0,02}{150 \cdot 0,005} = 1,067 \text{ 1/с}.$$

Напрямок ω_3 вказує вектор pa_3 , якщо його прикласти до точки A_3 куліси 3 і розглядати рух точки A_3 відносно точки B . Куліса 3 в даному положенні обертається проти годинни-

кової стрілки.

IV. План прискорень (рис.2.6, в). Для механізму першого класу визначаємо прискорення центра шарніра A

$$a_{A_1} = \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 l_{OA} = \left(\frac{3,14 \cdot 48}{30} \right)^2 \cdot 0,225 = 5,7 \text{ м/с}^2.$$

Це прискорення зобразимо відрізком $\pi a_1 = 57 \text{ мм}$. При цьому масштаб прискорень буде дорівнювати

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{\pi a_1} = \frac{5,7}{57} = 0,1 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

З полюса π плану прискорень проводимо відрізок πa_1 паралельно AO в напрямку від точки A до центра O . При цьому $a_{A_1} = a_{A_2}$.

В групі Ассура (2, 3) визначимо спочатку прискорення \vec{a}_{A_3} точки A_3 куліси 3, яка збігається в даному положенні механізму з центром шарніра A_2 . Розглядаючи рух точки A_3 куліси спочатку по відношенню до центра шарніра A_2 , а потім по відношенню до центра обертання B куліси, запишемо два векторних рівняння:

$$\begin{cases} \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3A_2}^k + \vec{a}_{A_3A_2}^r; \\ \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_B + \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t. \end{cases} \quad (2.6)$$

Тут прискорення $\vec{a}_B = 0$.

Коріолісове прискорення $a_{A_3A_2}^k$ визначається за формулою:

$$a_{A_3A_2}^k = 2\omega_3 v_{A_3A_2} = 2 \frac{pa_3 \cdot \mu_v}{AB \cdot \mu_s} a_2 a_3 \cdot \mu_v.$$

Воно спрямовано в ту ж сторону, в яку буде спрямовано вектор $\vec{v}_{A_3A_1}$, якщо його повернути на 90° у напрямку кутової швидкості ω_3 куліси 3.

Вектор $\vec{a}_{A_3A_2}^r$ відносного прискорення точки A_3 куліси 3 по відношенню до повзуна 2 напрямлений паралельно AB .

Вектор $\vec{a}_{A_3B}^n$ нормального прискорення точки A_3 , яке виникає під час обертання куліси 3 відносно точки B , напрямлений по AB від точки A до точки B . Величина цього прискорення дорівнює

$$a_{A_3B}^n = \frac{v_{A_3}^2}{l_{A_3B}} = \frac{(pa_3 \cdot \mu_v)^2}{AB \cdot \mu_s}.$$

Вектор $\vec{a}_{A_3B}^t$ тангенціального прискорення точки A_3 під час її руху відносно точки B , направлений перпендикулярно до лінії AB .

Визначаємо величини коріолісового і нормального прискорень. Прискорення

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot \frac{40 \cdot 0,02}{150 \cdot 0,005} \cdot 40 \cdot 0,02 = 1,7 \text{ м/с}^2$$

відобразиться відрізком a_2k , довжина якого складає

$$a_2k = \frac{a_{A_3A_2}^k}{\mu_a} = \frac{1,7}{0,1} = 17 \text{ мм}.$$

Прискорення

$$a_{A_3B}^n = \frac{(40 \cdot 0,02)^2}{150 \cdot 0,005} = 0,85 \text{ м/с}^2$$

відобразиться відрізком πn_3 , який дорівнює

$$\pi n_3 = \frac{a_{A_3B}^n}{\mu_a} = \frac{0,85}{0,1} = 8,5 \text{ мм}.$$

Розв'язуємо систему рівнянь (2.6) графічно. З точки a_1 відкладемо відрізок a_1k і через точку k проведемо пряму, паралельну AB . Потім з полюса π відкладемо відрізок πn_3 і через точку n_3 проведемо пряму, перпендикулярну до AB . На перетині отримаємо точку a_3 — кінець вектора $\pi \vec{a}_3$ абсолютного прискорення \vec{a}_{A_3} точки A_3 куліси. З'єднавши полюс π з точкою a_3 , отримаємо $\pi \vec{a}_3 = 25$ мм. На відрізку $\pi \vec{a}_3$ або на його продовженні визначаємо за теоремою подібності положення точок s_3 і c_3 . Для цього використовуємо відношення:

$$\pi a_3 : \pi s_3 : \pi c_3 = BA : BS_3 : BC.$$

Отримуємо:

$$\pi s_3 = 15,8 \text{ мм}; \quad \pi c_3 = 31,6 \text{ мм}.$$

В групі Ассура (4, 5) визначимо прискорення точки C_5 куліси 5. Розглядаючи рух куліси 5 спочатку по відношенню до центра шарніра C_4 , а потім по відношенню до напрямної x - x , запишемо відповідно два векторних рівняння

$$\begin{cases} \vec{a}_{C_5} = \vec{a}_{C_4} + \vec{a}_{C_5C_4}^k + \vec{a}_{C_5C_4}^r; \\ \vec{a}_{C_5} = \vec{a}_{C_0} + \vec{a}_{C_5C_0}^k + \vec{a}_{C_5C_0}^r. \end{cases} \quad (2.7)$$

В системі (2.7) прискорення $\vec{a}_{C_4} = \vec{a}_{C_3}$ центра шарніра C визначено при дослідженні групи (2, 3); $\vec{a}_{C_5C_4}^k = 0$, оскільки напрямна каменя 4 не обертається ($\omega_4 = \omega_5 = 0$); $\vec{a}_{C_5C_3}^r$

направлено вертикально. Оскільки напрямна $x-x$ кулі 5 нерухома, то $\vec{a}_{c_0} = 0$, $\vec{a}_{c_5c_0}^k = 0$, а $\vec{a}_{c_5c_0}^r$ направлено горизонтально (паралельно $x-x$).

Щоб розв'язати графічно рівняння (2.7), достатньо через точку c_3 плану прискорень провести вертикальну, а через полюс π — горизонтальну прямі. На перетині отримаємо точку c_5 — кінець вектора абсолютного прискорення кулі 5.

З плану прискорень знаходимо

$$a_{A_3} = 25 \cdot 0,1 = 2,5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_3} = 15,8 \cdot 0,1 = 1,58 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{C_3} = 31,6 \cdot 0,1 = 3,16 \text{ м/с}^2.$$

Визначимо величину кутового прискорення кулі 3

$$\varepsilon_3 = \frac{a'_{A_3B}}{l_{AB}} = \frac{n_3 a_3 \cdot \mu_a}{AB \cdot \mu_s} = \frac{23,5 \cdot 0,1}{150 \cdot 0,005} = 3,14 \text{ с}^{-2}.$$

Напрямок ε_3 визначається напрямом вектора $\overline{n_3 a_3}$, якщо його перенести в точку A_3 кулі. Напрями кутової швидкості ω_3 та кутового прискорення ε_3 збігаються.

Звідси, в даному положенні кулі 3 обертається прискорено. Кулі 5 рухається прискорено, оскільки \vec{v}_{c_5} і \vec{a}_{c_5} направлено в один і той же бік.

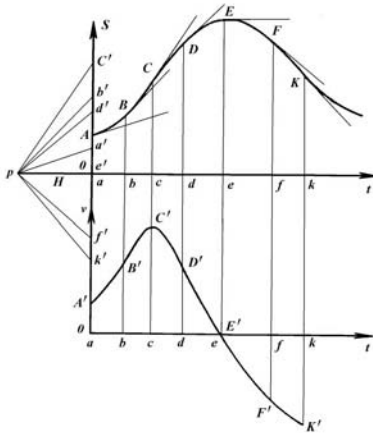


Рис. 2.7. Схема до графічного диференціювання методом дотичних

2.3. Метод кінематичних діаграм

Побудова кінематичних діаграм базується на правилах графічного диференціювання та інтегрування.

1. Графічне диференціювання.

Розглянемо два методи графічного диференціювання:

а) метод дотичних.

На рис. 2.7 дано графік переміщень $S = S(t)$. Виберемо на ньому декілька точок A, B, C, \dots , які розбивають криву на ділянки. В кожній вказаній точці проведемо дотичну

ну. Зліва від осі ординат відкладемо відрізок Op , який дорівнює H мм. З полюса p проведемо промені pa', pb', pc', \dots , які паралельні відповідним дотичним, до перетину з віссю ординат. Відрізки Oa', Ob', Oc', \dots на осі ординат будуть пропорційні швидкостям у відповідні моменти часу.

Відкладаючи ці відрізки у вигляді ординат $aA' = Oa', bB' = Ob', cC' = Oc', \dots$ в системі координат $v-t$ і з'єднаючи отримані точки плавною кривою, отримаємо графік швидкості $v = v(t)$. Масштаб графіка швидкості визначається за формулою

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H} \frac{M}{c \cdot \text{мм}}. \quad (2.8)$$

Якщо ж продиференціювати графік швидкості $v = v(t)$, то отримаємо графік тангенціальних прискорень $a' = a'(t)$ в масштабі

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_1} \frac{M}{c^2 \cdot \text{мм}}, \quad (2.9)$$

де H і H_1 – полюсні відстані, що прийняті відповідно при першому і другому диференціюванні, мм; μ_s – масштаб переміщень, м/мм; μ_t – масштаб часу, с/мм;

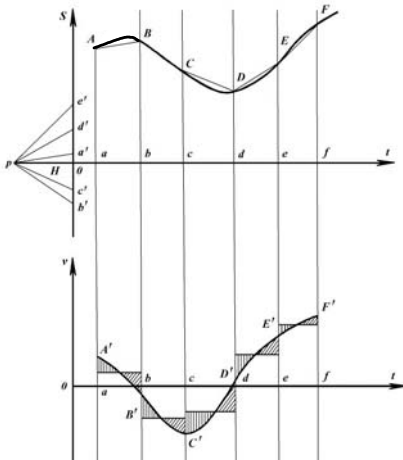


Рис. 2.8. Схема до графічного диференціювання методом хорд

б) *метод хорд* (рис. 2.8). Візьмемо на графіку переміщень $S = S(t)$, що диференціюється, декілька точок A, B, C, \dots і з'єднаємо їх хордами AB, BC, CD, \dots

Оберемо полюс p на відстані H зліва від осі координат і проведемо з нього промені pa', pb', pc', \dots паралельно відповідним хордам. Відрізки Oa', Ob', Oc', \dots на осі ординат будуть пропорційні середнім швидкостям на відповідних ділянках $ab, bc, cd \dots$

Проведемо в кожному інтервалі системи координат

$v-t$ горизонтальні прямі, які знаходяться від осі абсцис на відстанях, що дорівнюють відповідно $v = v(t)$, відрізкам Oa' , Ob' , Oc' , ... Отримуємо ступінчасту лінію графіка швидкості.

Дійсний графік швидкості $v = v(t)$ можна отримати, замінюючи ступінчастий графік плавною кривою $A'B'C'$ так, щоб на кожній ділянці заштриховані площі над і під горизонтальними прямими були рівними.

Продиференціювавши таким же чином графік швидкості $v = v(t)$, отримаємо графік тангенціальних прискорень $a' = a'(t)$. Залежності між масштабами графіків визначаються формулами (2.8) та (2.9).

2. *Графічне інтегрування.* На рис. 2.9 зображено графік швидкості $v = v(t)$ – крива $ABC \dots$. Розділимо площу графіка системою вертикальних прямих Aa, Bb, Cc, \dots на ділянках ab, bc, cd, \dots . На кожній ділянці отримаємо криволінійні трапеції.

Замінімо ці трапеції рівновеликими прямокутниками, висоти яких зносимо на вісь v і з полюса p , який взято на відстані H зліва від осі ординат,

проводимо в знесені точки pa', pb', pc', \dots . Потім в системі координат $S-t$ від точки a відкладаємо відрізок aA' , який відображає в масштабі μ_s початкове переміщення S_0 .

Далі, починаючи з точки A' , на кожній ділянці поспільовно проводимо відрізки, паралельні відповідним променям ($A'B' \parallel pa'$, $B'C' \parallel pb'$, ...). Отримана ламана лінія $A'B'C' \dots$ є системою хорд інтегральної кривої, гобто графіка $S = S(t)$. З'єднавши плавною кривою вершини ламаної лінії, отримаємо графік переміщень

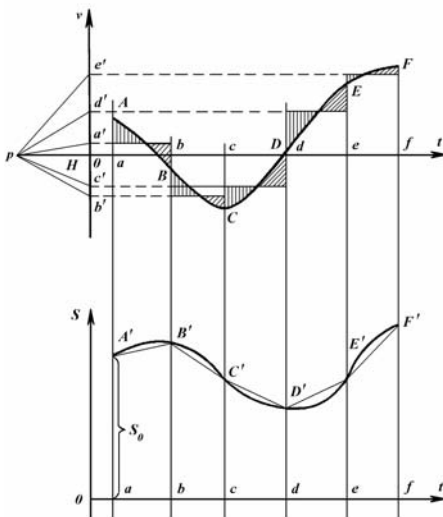


Рис. 2.9. Схема до графічного інтегрування

$S = S(t)$. Масштаб цього графіка визначиться з формули (2.8)

$$\mu_s = \mu_v \mu_l H \text{ м/мм}.$$

Полюсні відстані H і H_1 треба обирати такими, щоб масштаби графіків знаходились у відповідності з креслярськими стандартами.

Точність графічної побудови диференціальних кривих, отриманих як за методом дотичних, так і за методом хорд, невелика. А точність графічного інтегрування достатньо висока, не дивлячись на те, що рівність заштрихованих площ установлюється візуально.

Наостанок відмітимо наступні основні залежності між диференціальною та інтегральною кривими:

- 1) екстремальній (максимальній або мінімальній) ординаті інтегральної кривої відповідає нульова ордината на диференціальній кривій;
- 2) точці перегину інтегральної кривої відповідає екстремум (максимум або мінімум) на диференціальній кривій.

2.4. Аналітичні методи кінематичного аналізу механізмів

2.4.1. Загальні положення

Аналітичні методи визначення кінематичних характеристик руху механізму потребують використання деяких специфічних понять і термінів.

Основна система відліку $Oxuz$ – це система, відносно якої визначається рух усіх інших систем відліку, пов'язаних з рухомими точками і ланками механізму.

Радіус-вектор точки – вектор від деякої точки, незмінно пов'язаної з системою відліку, до рухомої точки.

Вектор-функція скалярного аргумента – однозначне відображення вектора за кожного значення аргумента (наприклад, часу).

Векторна модель механізму – сукупність геометричних векторів, що з'єднують кінематичні пари або точки ланок між собою на структурній (кінематичній) схемі механізму у такій послідовності, яка доцільна для розрахунку кінематичних параметрів руху механізму з використанням аналітичних залежностей. Вектори можуть мати сталі і змінні модулі.

Функцією положення введеної ланки (або точки на ній) називається залежність її координати від узагальненої координати механізму. Інколи її називають кінематичною передаточною функцією нульового порядку.

Кінематична передаточна функція швидкості (лінійної або кутової) – перша похідна функції положення по узагальненій координаті механізму (аналог швидкості точки, аналог кутової швидкості ланки, передаточне відношення):

$$\varphi'_n = \frac{d\varphi_n}{dq_1}; \quad \dot{\varphi}_n(t) = \dot{q}_1 \frac{d\varphi_n}{dq_1}; \quad \dot{\varphi}_n = \omega_n = i_{n1} \omega_1. \quad (2.10)$$

Кінематична передаточна функція прискорення (лінійного або кутового) – друга похідна функції положення по узагальненій координаті механізму (аналог прискорення точки, аналог кутового прискорення ланки):

$$\varphi''_n = \frac{d^2\varphi_n}{dq_1^2}; \quad \ddot{\varphi}_n(t) = \dot{\varphi}_1^2 \frac{d^2\varphi_n}{dq_1^2} + \ddot{\varphi}_1 \frac{d\varphi_n}{dq_1} = \varphi''_n \dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_n \ddot{\varphi}_1. \quad (2.11)$$

Передаточне відношення – відношення швидкості (кутової і лінійної) однієї ланки до швидкості (кутової і лінійної) другої ланки:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}; \quad i_{12}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}, \quad (2.12)$$

де індекс "H" означає нерухому або умовно нерухому ланку у механізмах з двома ступенями вільності. Частіше H – водило у планетарному механізмі.

Способи задавання (і вивчення) руху точки:

звичайний, за якого задаються траєкторії і закон руху по траєкторії (алгебраїчна швидкість, дотична і нормальна складові прискорення точки), його годограф, перша і друга похідні по часу;

координатний, за якого задаються координати, складові швидкості і прискорення в декартових координатах.

Під час дослідження руху у полярних координатах проекції швидкостей і прискорень називають відповідно радіальними і тангенціальними (трансверсальними) складовими швидкості $V_r = \dot{r}$; $V_t = r\dot{\varphi}$ або прискорення

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2; \quad a_t = \dot{r}\dot{\varphi} + 2r\ddot{\varphi}.$$

На рис. 2.10 показано ведучу ланку n з точкою N на ній і ведену ланку k з точкою K . Положення ведучої ланки n визначається кутовою координатою φ , а положення точки N – дугою S . Положення веденої ланки визначається

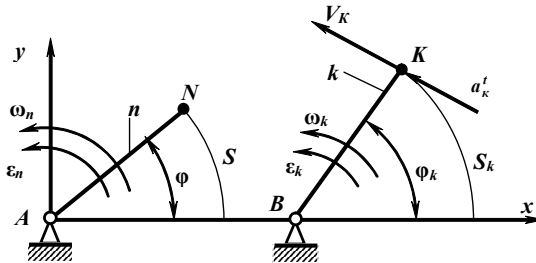


Рис. 2.10. Схема до визначення поняття "функція положення"

кутом φ_k , а положення точки K – дугою S_k .

Функція положення ланки k :

$$\varphi_k = \varphi_k(\varphi),$$

а функція положення точки K :

$$S_k = S_k(\varphi).$$

Вид функції положення залежить від схеми механізму, а значення сталих, що входять до неї, – від розмірних параметрів механізму.

Для того, щоб скласти функцію положень механізму, розглядають фігуру, яку утворюють осі його ланок. За геометричними властивостями цієї фігури знаходять розшукувану залежність.

У синусному механізмі (рис. 2.11) ведучою є ланка 1, а вихідною – ланка 3. Положення ведучої ланки визначається кутовою координатою φ_1 , а положення вихідної ланки – координатою x_3 , яка

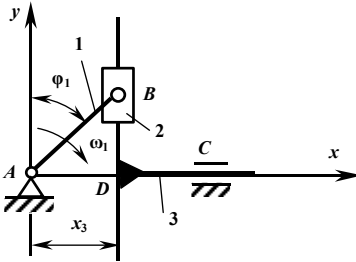


Рис. 2.11. Схема до визначення функції положення синусного механізму

відраховується від осі Au у напрямку осі Ax . Якщо кутова координата φ_1 відраховується від положення осі Au , то з трикутника ABD знайдемо

$$x_3 = AD = l_{AB} \sin \varphi_1, \quad (2.13)$$

де l_{AB} – довжина ведучої ланки.

За умови сталої кутової швидкості вхідної ланки $\omega_1 = \text{const}$ визначаємо кутову координату

$$\varphi_1 = \omega_1 t$$

і тоді

$$x_3 = l_{AB} \sin \omega_1 t. \quad (2.14)$$

Для визначення швидкості \dot{x}_3 і прискорення \ddot{x}_3 необхідно двічі продиференціювати рівняння (2.14). Тоді

$$\dot{x}_3 = l_{AB} \omega_1 \cos \omega_1 t, \quad (2.15)$$

$$\ddot{x}_3 = -l_{AB} \omega_1^2 \sin \omega_1 t. \quad (2.16)$$

Повернувшись до схеми на рис. 2.10, визначимо кутову швидкість ω_k веденої ланки k

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi} \omega_n, \quad (2.17)$$

де $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_n$ – кутова швидкість ведучої ланки n . Похідна $\frac{d\varphi_k}{d\varphi}$ називається

аналогом кутової швидкості веденої ланки k .

Швидкість точки K знайдемо з рівності

$$V_K = \frac{dS_K}{dt} = \frac{dS_K}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dS_K}{d\varphi} \omega_n. \quad (2.18)$$

Похідна $\frac{dS_K}{d\varphi}$ називається аналогом швидкості точки K . Параметри $\frac{d\varphi_k}{d\varphi}$

і $\frac{dS_K}{d\varphi}$, окрім того, називають передаточними відношеннями

$$\frac{d\varphi_k}{d\varphi} = i_{kn}; \quad \frac{dS_K}{d\varphi} = i_{kn}.$$

Із формул (2.17) та (2.18) також витікає, що

$$i_{kn} = \frac{\omega_k}{\omega} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi}; \quad i_{kn} = \frac{V_K}{\omega} = \frac{dS_K}{d\varphi}. \quad (2.19)$$

Кутове прискорення ε_k ланки k або тангенціальне прискорення a_K^t знайдемо так

$$\varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d\left(\frac{d\varphi_k}{d\varphi} \omega\right)}{dt} = \frac{d^2\varphi_k}{d\varphi^2} \omega \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\varphi_k}{d\varphi} \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi_k}{d\varphi^2} \omega^2 + \varepsilon \frac{d\varphi_k}{d\varphi}; \quad (2.20)$$

де $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon_n$ – кутове прискорення ведучої ланки n .

Дотичне прискорення a_K^t

$$a_K^t = \frac{dV_K}{dt} = \frac{d\left(\frac{dS_K}{d\varphi} \omega\right)}{dt} = \frac{d^2S_K}{d\varphi^2} \omega \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dS_K}{d\varphi} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2S_K}{d\varphi^2} \omega^2 + \varepsilon \frac{dS_K}{d\varphi}. \quad (2.21)$$

Похідні $\frac{d^2\varphi_k}{d\varphi^2}$ і $\frac{d^2S_K}{d\varphi^2}$ називаються аналогами кутового і дотичного

прискорень веденої ланки k (або точки K на ній, що відповідають сталому значенню кутової швидкості ведучої ланки ($\omega = \text{const}$)).

Знайдені співвідношення кінематичних параметрів дозволяють знайти прискорення ланки 3 (рис. 2.11) за умови, що кутова швидкість ланки 1 – ω_1 , а кутове прискорення – ε_1 .

Аналогом прискорення ланки 3 є

$$\frac{d^2S_{B_3}}{d\varphi_1^2} = \frac{d(l_{AB} \cos \varphi_1)}{d\varphi_1} = -l_{AB} \sin \varphi_1.$$

Тоді

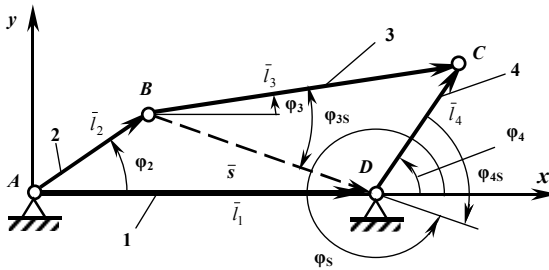


Рис. 2.12. Схема до визначення функцій положення шарнірного чотириланкового механізму

$$a_3' = a_3 = -\omega_1^2 l_{AB} \sin \varphi_1 + \varepsilon_1 l_{AB} \cos \varphi_1.$$

2.4.2. Дослідження методом векторних контурів

Кривошипно-коромисловий механізм

Аналітичний аналіз плоских механізмів зручно вести методом векторних контурів, розробленим професором В. А. Зінов'євим. Для прикладу чотириланкового механізму (рис. 2.12) зручно поділити замкнутий контур $ABCD$ на два трикутники ABD і BCD . Тоді для цих контурів складемо такі векторні рівняння:

для контура ABD

$$\vec{l}_2 + \vec{s} - \vec{l}_1 = 0; \quad (2.22)$$

для контура BCD

$$\bar{l}_3 - \bar{l}_4 - \bar{s} = 0, \quad (2.23)$$

де \bar{s} – змінний по модулю вектор, що визначає положення точок B і D .

При обході контура за годинниковою стрілкою має місце такий порядок літер в контурі: $BCDB$. Цей порядок літер контура повинен зберігатися за повний оборот ланки 2.

В проєкціях на осі координат системи Axy векторів рівняння (2.22) одержуємо

$$l_2 \cos \varphi_2 + s \cos \varphi_s - l_1 = 0, \quad (2.24)$$

$$l_2 \sin \varphi_2 + s \sin \varphi_s = 0. \quad (2.25)$$

З рівнянь (2.24) і (2.25) одержуємо

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{-l_2 \sin \varphi_2}{-l_2 \cos \varphi_2 + l_1}. \quad (2.26)$$

Чверть тригонометричного круга, у якій розташовується кут φ_s , визначається знаками чисельника і знаменника рівняння (2.26), що пропорційні $\sin \varphi_2$ і $\cos \varphi_2$. З рівняння (2.25) знайдемо

$$s = -l_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_s}. \quad (2.27)$$

З трикутника BCD знайдемо

$$l_3^2 = l_4^2 + s^2 + 2l_4 s \cos \varphi_{4s}; \quad (2.28)$$

$$l_4^2 = l_3^2 + s^2 - 2l_3 s \cos \varphi_{3s}. \quad (2.29)$$

З рівнянь (2.28) і (2.29) маємо

$$\varphi_{4s} = \arccos \frac{l_3^2 - l_4^2 - s^2}{2l_4 s}; \quad (2.30)$$

$$\varphi_{3s} = \arccos \frac{l_3^2 - l_4^2 + s^2}{2l_3 s}. \quad (2.31)$$

Відмітимо, що кути φ_{4s} і φ_{3s} будуть мати один і той же знак і вектор \bar{l}_3 завжди буде розташовуватися вище вектора \bar{s} .

Далі маємо

$$\varphi_{4s} = \varphi_4 - \varphi_s; \quad (2.32)$$

$$\varphi_{3s} = \varphi_3 - \varphi_s \quad (2.33)$$

і звідси

$$\varphi_4 = \varphi_{4s} + \varphi_s; \quad (2.34)$$

$$\varphi_3 = \varphi_{3s} + \varphi_s. \quad (2.35)$$

Таким чином, за відомих довжин ланок механізму і кута повороту φ_2 ланки 2 для кожного положення ланки 2 можуть бути визначені кути φ_3 і φ_4 , тобто положення ланок 3 і 4.

Розглянутий метод визначення кутів φ_3 і φ_4 через функції φ_s , φ_{3s} , φ_{4s} і s легко запрограмувати і виконати розрахунки на ПК.

З урахуванням знайдених залежностей отримуємо

$$\varphi_4 = \varphi_{4s} + \varphi_s = \arccos \frac{l_3^2 - l_4^2 - s^2}{2l_4s} + \arctg \frac{-l_2 \sin \varphi_2}{-l_2 \cos \varphi_2 + l_1}. \quad (2.36)$$

З трикутника ABD визначаємо

$$s = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \varphi_2}. \quad (2.37)$$

Тоді

$$\varphi_4 = \arccos \frac{l_3^2 + l_4^2 - l_1^2 - l_2^2 + 2l_1l_2 \cos \varphi_2}{2l_4 \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \varphi_2}} + \arctg \frac{-l_2 \sin \varphi_2}{-l_2 \cos \varphi_2 + l_1}. \quad (2.38)$$

Для визначення швидкостей і прискорень ланок механізму складаємо векторне рівняння контура $ABCD$ (рис. 2.13)

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 = \vec{l}_4. \quad (2.39)$$

Проектуючи рівняння (2.39) на осі системи координат, одержуємо

$$\left. \begin{aligned} -l_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 &= l_4 \cos \varphi_4, \\ l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 &= l_4 \sin \varphi_4, \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

де φ_2 , φ_3 та φ_4 – кути, утворені осями ланок 2, 3 і 4 з віссю Ax .

Для визначення аналогів кутових швидкостей ω_3 та ω_4 ланок 3 та 4 диференціюємо рівняння (2.40) по узагальненій координаті φ_2

$$\left. \begin{aligned} -l_2 \sin \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_2} &= -l_4 \sin \varphi_4 \frac{d\varphi_4}{d\varphi_2}, \\ l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_2} &= l_4 \cos \varphi_4 \frac{d\varphi_4}{d\varphi_2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Враховуючи, що $\frac{d\varphi_3}{d\varphi_2} = i_{32}$ є аналогом кутової швидкості ланки 3 і

$\frac{d\varphi_4}{d\varphi_2} = i_{42}$ є аналогом кутової швидкості ланки 4, одержуємо

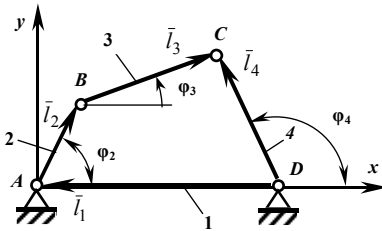


Рис. 2.13. Схема до визначення швидкостей і прискорень

$$\left. \begin{aligned} l_2 \sin \varphi_2 + i_{32} l_3 \sin \varphi_3 &= i_{42} l_4 \sin \varphi_4, \\ l_2 \cos \varphi_2 + i_{32} l_3 \cos \varphi_3 &= i_{42} l_4 \cos \varphi_4. \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Від кутів, що входять до першого рівняння (2.42), віднімаємо загальний кут φ_3 , що відповідає повороту координат xAy (рис. 2.13) на загальний кут φ_3 .
Тоді

$$l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = i_{42} l_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3).$$

Звідси визначаємо

$$i_{42} = \frac{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}{l_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad (2.43)$$

Аналогічним поворотом осей системи координат на кут φ_4 і перетвореннями одержуємо

$$i_{32} = \frac{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_4)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}. \quad (2.44)$$

Щоб визначити кутові прискорення ε_3 і ε_4 ланок 3 і 4, диференціюємо рівняння (2.42) по узагальненій координаті. Тоді

$$\left. \begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 + i_{32}^2 l_3 \cos \varphi_3 + i_{32}' l_3 \sin \varphi_3 &= i_{42}^2 l_4 \cos \varphi_4 + i_{42}' l_4 \sin \varphi_4, \\ -l_2 \sin \varphi_2 - i_{32}^2 l_3 \sin \varphi_3 + i_{32}' l_3 \cos \varphi_3 &= -i_{42}^2 l_4 \sin \varphi_4 + i_{42}' l_4 \cos \varphi_4, \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

де i_{32} і i_{42} – аналоги кутових швидкостей; i_{32}' та i_{42}' – аналоги кутових швидкостей, що визначаються як похідні по узагальненій координаті від відповідних аналогів кутових швидкостей i_{32} і i_{42} .

Величини аналогів i_{32}' та i_{42}' визначаються перетворенням координат послідовним поворотом осей на кути φ_3 і φ_4 :

$$i_{42}' = \frac{l_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + i_{32}^2 l_3 - i_{42}^2 l_4 \cos(\varphi_4 - \varphi_3)}{l_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}, \quad (2.46)$$

$$i_{32}' = \frac{l_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + i_{42}^2 l_4 - i_{32}^2 l_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_4)}{-l_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}. \quad (2.47)$$

Дійсні швидкості ω_3 , ω_4 та прискорення ε_3 і ε_4 ланок 3 і 4 визначаємо за

формулами

$\omega_3 = \omega_2 i_{32}$; $\omega_4 = \omega_2 i_{42}$; $\varepsilon_3 = \omega_2^2 i'_{32} + \varepsilon_2 i_{32}$; $\varepsilon_4 = \omega_2^2 i'_{42} + \varepsilon_2 i_{42}$,
де ω_2 і ε_2 - задані кутові швидкість і прискорення ланки 2.

Кривошипно-повзунні механізми

Як і у попередньому випадку, умовимося розглядати випадок, що відповідає збиранню механізму, коли при обході за годинниковою стрілкою зберігається контур з послідовністю $OABCO$ (рис. 2.14).

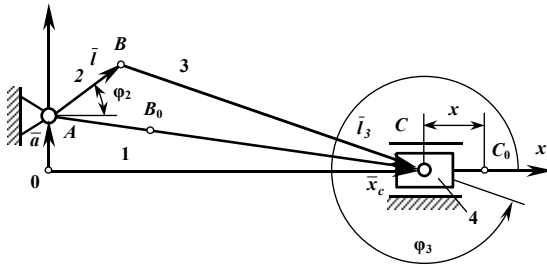


Рис. 2.14. Схема кривошипно-повзунного механізму з віссю напрямної, що не проходить через центр обертання кривошипа

Для цього контура маємо

$$\bar{a} + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 = \bar{x}_c. \quad (2.48)$$

В проекціях на осі Ox та Oy одержуємо

$$\begin{cases} l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 = x_c; \\ a + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = 0. \end{cases} \quad (2.49)$$

Звідси маємо

$$\sin \varphi_3 = -\frac{l_2 \sin \varphi_2 + a}{l_3}. \quad (2.50)$$

З рис. 2.14 видно, що вектор l_3 може розташовуватись у першому або у четвертому квадрантах і тоді $\cos \varphi_3$ завжди додатний.

Розв'язання першого рівняння системи (2.49) відносно x_c дає

$$x_c = l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \sqrt{1 - \left(\frac{l_2 \sin \varphi_2 + a}{l_3} \right)^2}.$$

Відраховуючи переміщення повзуна 4 від крайнього правого положення (від точки C_0), знайдемо

$$x = 0C_0 - x_c = \sqrt{(l_2 + l_3)^2 - a^2} - l_2 \cos \varphi_2 - l_3 \sqrt{1 - \left(\frac{l_2 \sin \varphi_2 + a}{l_3} \right)^2}. \quad (2.51)$$

Для визначення кутових швидкостей і прискорень виконаємо подвійне диференціювання рівнянь (2.49) по узагальненій координаті φ_2 .

$$-l_2 \sin \varphi_2 - i_{32} l_3 \sin \varphi_3 = V_{c_\varphi}; \quad l_2 \cos \varphi_2 + i_{32} l_3 \cos \varphi_3 = 0, \quad (2.52)$$

де $i_{32} = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_2}$; $V_{c_\varphi} = \frac{dx_c}{d\varphi_2}$ – відповідні аналоги швидкостей.

З рівнянь (2.52) маємо

$$i_{32} = -\frac{l_2 \cos \varphi_2}{l_3 \cos \varphi_3}; \quad V_{c_\varphi} = l_2 \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{\cos \varphi_3}. \quad (2.53)$$

Для визначення аналогів кутового прискорення i'_{32} шатуну 3 і аналога прискорень a_{c_φ} повзуна 4 диференціюємо по φ_2 рівняння (2.52)

$$\begin{cases} -l_2 \cos \varphi_2 - i_{32}^2 l_3 \cos \varphi_3 - i'_{32} l_3 \sin \varphi_3 = a_{c_\varphi}; \\ -l_2 \sin \varphi_2 - i_{32}^2 l_3 \sin \varphi_3 + i'_{32} l_3 \cos \varphi_3 = 0, \end{cases} \quad (2.54)$$

де $i'_{32} = \frac{di_{32}}{d\varphi_2}$ та $a_{c_\varphi} = \frac{dV_{c_\varphi}}{d\varphi_2}$ – аналоги прискорень.

З другого рівняння (2.54) визначимо аналог кутового прискорення

$$i'_{32} = \frac{l_2 \sin \varphi_2 + i_{32}^2 l_3 \sin \varphi_3}{l_3 \cos \varphi_3}. \quad (2.55)$$

За відомого значення i'_{32} визначається і аналог a_{c_φ} . Дійсні значення швидкостей V_c , ω_3 і прискорень a_c та ε_3 визначаються за формулами

$$V_c = \omega_2 V_{c_\varphi}; \quad \omega_3 = \omega_2 i_{32}; \quad a_c = \omega_2^2 a_{c_\varphi} + \varepsilon_2 V_c; \quad \varepsilon_3 = \omega_2^2 i'_{32} + \varepsilon_2 i_{32},$$

де ω_2 та ε_2 – задані кутові швидкість та прискорення ланки 2.

Якщо вісь Ox напрямної повзуна проходить через точку A , то $a = 0$ і тоді

$$\sin \varphi_3 = -\frac{l_2}{l_3} \sin \varphi_2 .$$

Рівняння (2.52) – (2.55) залишаються без змін. Тому отримуємо

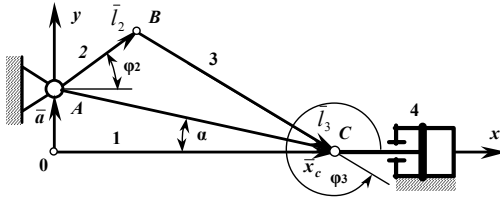


Рис. 2.15. Схема кривошипно-повзунного механізму з ведучим повзуном

$$x_c = l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \sqrt{1 - \frac{l_2^2}{l_3^2} \sin^2 \varphi_2} . \quad (2.56)$$

Для визначення аналогів швидкостей та прискорень слід здійснити диференціювання по φ_2 рівняння (2.56).

Кривошипно-повзунний механізм з ведучим повзуном

В технологічних машинах харчових виробництв широко застосовуються механізми з гідравлічними і пневматичними двигунами. На рис. 2.15 зображено кривошипно-повзунний механізм з ведучим повзуном 4. Узагальненою координатою тут буде координата x_c точки C штока.

Векторне рівняння замкнутості контура $OABCO$ буде таким, як і у попередньому випадку, а тому рівняння (2.48) – (2.50) придатні до використання і в цього разу.

Окрім того, з рівняння (2.50) знайдемо

$$\cos \varphi_3 = \sqrt{1 - \left(\frac{l_2 \sin \varphi_2 + a}{l_3} \right)^2} = \frac{1}{l_3} \sqrt{l_3^2 - (l_2 \sin \varphi_2 + a)^2} . \quad (2.57)$$

Підставивши умову (2.57) до першого рівняння (2.49), одержуємо

$$l_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{l_3^2 - (l_2 \sin \varphi_2 + a)^2} = x_c ; \quad (2.58)$$

$$l_2 \cos \varphi_2 - x_c = -\sqrt{l_3^2 - (l_2 \sin \varphi_2 + a)^2}. \quad (2.59)$$

Підвівши до квадрату ліву та праву частини рівняння (2.59) маємо

$$2l_2 x_c \left(\frac{a}{x_c} \sin \varphi_2 - \cos \varphi_2 \right) = l_3^2 - l_2^2 - a^2 - x_c^2. \quad (2.60)$$

З рис. 2.15 видно, що

$$\frac{a}{x_c} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.61)$$

Тоді рівняння (2.60) запишеться у формі

$$2l_2 x_c (\operatorname{tg} \alpha \sin \varphi_2 - \cos \varphi_2) = c^2 - x_c^2, \quad (2.62)$$

де $c^2 = l_3^2 - l_2^2 - a^2$.

Звідси

$$-\frac{2l_2 x_c}{\cos \alpha} \cos(\alpha + \varphi_2) = c^2 - x_c^2. \quad (2.63)$$

Оскільки

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{x_c^2}}}, \quad (2.64)$$

то

$$\cos(\alpha + \varphi_2) = \frac{x_c^2 - c^2}{2l_2 x_c \sqrt{1 + \frac{a^2}{x_c^2}}}.$$

Звідси отримуємо координату кута φ_2 ведучої ланки у функції від переміщення x_c

$$\varphi_2 = -\operatorname{arctg} \frac{a}{x_c} + \arccos \frac{x_c^2 - c^2}{2l_2 x_c \sqrt{1 + \frac{a^2}{x_c^2}}}. \quad (2.65)$$

Для центрального кривошипно-повзунного механізму $a = 0$ і рівняння (2.65) записується у формі

$$\varphi_2 = \arccos \frac{x_c^2 - c^2}{2l_2 x_c}. \quad (2.66)$$

Аналоги кутової швидкості φ_2' та кутового прискорення φ_2'' по узагальненій координаті x_c одержуємо шляхом подвійного диференціювання рівняння (2.66).

Кулісні механізми

Виконаємо кінематичний аналіз кулісного механізму, схема якого наведена на рис. 2.16.

Відповідно до його векторного контуру $ABCA$ запишемо

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_4. \quad (2.67)$$

Рівняння проекцій векторів на осі координат Bx представимо у формі

$$l_2 \cos \varphi_2 = l_4 \cos \varphi_4; \quad l_1 + l_2 \sin \varphi_2 = l_4 \sin \varphi_4. \quad (2.68)$$

Визначимо кут φ_4 , поділивши друге рівняння на перше:

$$\operatorname{tg} \varphi_4 = \frac{l_1 + l_2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2}. \quad (2.69)$$

За відомої величини φ_4 визначимо довжину l_4

$$l_4 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \sin \varphi_2}. \quad (2.70)$$

Для визначення аналогів швидкостей ланок виконаємо диференціювання рівняння (2.68) по узагальненій координаті φ

$$\begin{aligned} -l_2 \sin \varphi_2 &= -i_{42} l_4 \sin \varphi_4 + (V_{c4c})_{\varphi} \cos \varphi_4; \\ l_2 \cos \varphi_2 &= i_{42} l_4 \cos \varphi_4 + (V_{c4c})_{\varphi} \sin \varphi_4, \end{aligned} \quad (2.71)$$

де $i_{42} = \frac{d\varphi_4}{d\varphi_2}$ – аналог кутової швидкості ланки 4; $V_{c4c} = \frac{dV_{c4c}}{d\varphi_2}$ – аналог відносної швидкості ковзання ланки 4 по осі каменя 3.

Від кутів першого і другого рівнянь (2.71) віднімемо кут φ_4 . Тоді

$$(V_{c4c})_{\varphi} = -l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_4); \quad (2.72)$$

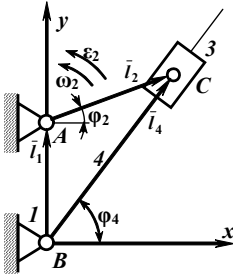


Рис. 2.16. Кінематична схема кулісного механізму у вигляді замкнутого контура

$$i_{42} = \frac{l_2}{l_4} \cos(\varphi_2 - \varphi_4). \quad (2.73)$$

Для визначення прискорень ланок механізму диференціюємо по φ_2 рівняння (2.71):

$$\left. \begin{aligned} -l_2 \cos \varphi_2 &= -i_{42}^2 l_4 \cos \varphi_4 - i_{42}' l_4 \sin \varphi_4 - (a_{C_4C}^k)_\varphi \sin \varphi_4 + (a_{C_4C}^r)_\varphi \cos \varphi_4; \\ -l_2 \sin \varphi_2 &= -i_{42}^2 l_4 \sin \varphi_4 + i_{42}' l_4 \cos \varphi_4 + (a_{C_4C}^k)_\varphi \cos \varphi_4 + (a_{C_4C}^r)_\varphi \sin \varphi_4. \end{aligned} \right\} \quad (2.74)$$

Віднявши від кутів першого і другого рівнянь (2.74) кут φ_4 , одержуємо

$$(a_{C_4C}^r)_\varphi = i_{42}^2 l_4 - l_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_4); \quad (2.75)$$

$$i_{42}^2 = -\frac{(a_{C_4C}^k)_\varphi + l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_4)}{l_4}, \quad (2.76)$$

де i_{42}' , $(a_{C_4C}^k)_\varphi$ та $(a_{C_4C}^r)_\varphi$ – відповідні аналоги кутового, коріолісова і відносного прискорень.

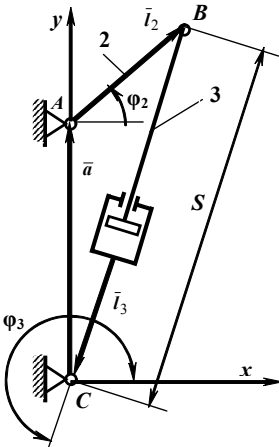


Рис. 2.17. Схема кулісного механізму з ведучим поршнем на шатуні

Кулісний механізм з ведучим поршнем на шатуні

В цьому механізмі узагальненою координатою є змінна відстань $BC = S$.

(рис. 2.17). Векторне рівняння контура $ABCA$ записується у формі

$$\vec{l}_2 + \vec{s} + \vec{a} = 0. \quad (2.77)$$

Проектуванням векторів рівняння на осі Cx і Cy одержуємо

$$\left. \begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 + s \cos \varphi_3 &= 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 + s \sin \varphi_3 + a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.78)$$

З цих рівнянь визначаємо

$$\cos \varphi_3 = -\frac{l_2 \cos \varphi_2}{s};$$

$$\sin \varphi_3 = \sqrt{1 - \frac{l_2^2 \cos^2 \varphi_2}{s^2}}. \quad (2.79)$$

Підстановкою $\sin \varphi_3$ у друге рівняння (2.78) знайдемо

$$l_2 \sin \varphi_2 + a = -\sqrt{s^2 - l_2^2 \cos^2 \varphi_2}. \quad (2.80)$$

Підведемо обидві частини рівняння (2.80) до квадрату. Тоді одержуємо

$$\begin{aligned} l_2^2 \sin^2 \varphi_2 + a^2 + 2l_2 \sin \varphi_2 &= \\ &= s^2 - l_2^2 \cos^2 \varphi_2. \end{aligned} \quad (2.81)$$

Звідси маємо

$$\sin \varphi_2 = \frac{s_2^2 - a^2 - l_2^2}{2al_2}, \quad (2.82)$$

звідки

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{s_2^2 - a^2 - l_2^2}{2al_2}. \quad (2.83)$$

Для визначення аналога швидкостей $\varphi'_2 = \frac{d\varphi_2}{dS}$ і аналога прискорення необхідно двічі продиференціювати рівняння (2.83) по узагальненій координаті S .

2.5. Послідовність кінематичного аналізу важільних механізмів

Кінематичний аналіз механізму здійснюється по заданому числу положень, які будуються, наприклад, методом засічок. Графоаналітичний метод планів має добру наглядність і фізичне підґрунтя та достатню точність. Плани швидкостей і прискорень будуються в довільних масштабах, але вибір останніх повинен забезпечувати наглядність побудов. Завданням кінематичного аналізу є:

визначення величин лінійних переміщень точок, кутових переміщень ланок та траєкторій переміщення точок;

визначення швидкостей та прискорень точок ланок механізму;

визначення кутових швидкостей і кутових прискорень ланок.

Метод діаграм застосовується з метою порівняння кінематичних параметрів з визначеннями їх методом планів і здійснюється відносно точки прикладання сили корисного опору.

Аналітичні методи досліджень рекомендується використовувати, як спеціальні розділи курсового проекту.

2.6. Контрольні питання

1. Які завдання вирішуються кінематичним аналізом механізмів?
2. Як формулюються властивості планів швидкостей і планів прискорень?
3. Як розв'язуються векторні рівняння швидкостей і прискорень?
4. Які параметри стосовно механізмів називаються кінематичними і які розмірності вони мають?
5. Що називають кутовою швидкістю і кутовим прискоренням ланки?
6. Яким є положення вектора відносної швидкості V_{AB} стосовно ланки AB ?
7. Яким є положення вектора нормального прискорення \bar{a}_{BA}^n стосовно ланки AB .
8. Яким є положення вектора тангенціального прискорення \bar{a}_{DF}^t стосовно ланки DF .
9. Що називають обчислювальним масштабом плану швидкостей?
10. Яку ланку називають шатуном, каменем, кулісою?
11. Які параметри необхідно знати для визначення величини тангенціальної складової відносного прискорення?
є взаємне положення векторів \bar{a}_{DF}^n і \bar{a}_{DF}^t ?
19. За якої умови \bar{a}_{DF}^n дорівнює нулю?
20. За якої умови \bar{a}_{DF}^t дорівнює нулю?

РОЗДІЛ 3. КІНЕТОСТАТИЧНИЙ СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМІВ

3.1. Класифікація сил, які діють на ланки механізмів

До числа завдань силового розрахунку механізмів входять визначення сил, що діють на ланки, реакцій в кінематичних парах та величини зрівноважувальної сили (зрівноважувального моменту).

За величинами сил і реакцій у кінематичних парах виконуються розрахунки на міцність ланок або елементів їх кінематичних пар. Для того, щоб механізм перебував у стані рівноваги під дією зовнішніх сил, до однієї його ланки необхідно прикласти зрівноважувальну силу P_{zp} або зрівноважувальну пару сил, яка характеризується її моментом M_{zp} – зрівноважувальним моментом. Цю силу P_{zp} або момент M_{zp} зазвичай прикладають до ведучої ланки, яка отримує ззовні енергію, необхідну для руху ланок механізму робочої машини, або віддає її, як це має місце у механізмів – двигунів.

Якщо під час силового розрахунку до числа відомих зовнішніх сил не включено інерціальні навантаження на ланки, то силовий розрахунок називають *статичним*. За врахування сил інерції розрахунок називають *кінето-статичним*. Для його виконання необхідно задатись законом руху вхідної ланки з тим, щоб можна було попередньо визначити інерційні навантаження на ланки.

В силових розрахунках, які викладаються у вузівських курсах теорії механізмів і машин, використовується ряд припущень. Так вважається, що до плоского механізму прикладається плоска система сил. Таке припущення вірне лише тоді, коли рухомі ланки механізму мають загальну площину симетрії, паралельну площинам руху її точок і всі сили лежать в цій площині.

Слід мати на увазі, що визначені викладеними методами реакції в кінематичних парах є *результуючими розподілених навантажень*, які реально виникають між елементами кінематичних пар. Характер розподілу цих навантажень на елементи кінематичних пар залежить від конструктивного виконання цих елементів, їх розмірів, пружних властивостей тощо.

Виконання розрахунків в першому наближенні супроводжується нехтуванням сил тертя в кінематичних парах. Похибки, які при цьому мають місце, незначні, оскільки зазвичай у механізмах елементи кінематичних пар працюють зі змащуванням і сили тертя суттєво менші за інші складові реакцій. Проте, тертям не можна нехтувати за значних величин коефіцієнтів тертя і положень механізмів, в яких можливе заклинювання або самогальмування.

У тих випадках, коли необхідно визначити потужність, що витрачається на подолання тертя у кінематичних парах механізмів, спочатку виконується розрахунок без урахування тертя, а надалі за визначеними реакціями підра-

ховуються сили або моменти сил тертя і за ними визначають втрачену потужність.

Відомо, що під дією сил відбуваються деформації елементів кінематичних пар і ланок, однак за поширеним припущенням ці деформації не враховуються, тобто ланки вважаються абсолютно жорсткими.

Силкові розрахунки виконуються у такій послідовності.

1. Визначаються усі зовнішні сили, які прикладаються до ланок механізму і від дії яких необхідно знайти реакції в кінематичних парах.

2. Вибирається ведуча ланка і визначається необхідність прикладання до неї зрівноважувальної сили P_{zp} або зрівноважувального моменту M_{zp} з тим, щоб забезпечити їй заданий закон руху.

3. Здійснюється поділ веденого кінематичного ланцюга механізму на групи Ассура.

4. Виконується силівий розрахунок кожної групи Ассура окремо, оскільки вони є *статично визначеними системами*. Починають розрахунок з останньої доданої групи і завершують розрахунком початкового механізму з застосуванням графоаналітичних методів, використовуючи умови рівноваги всієї групи або окремих її ланок у формі

$$\sum \bar{P} = 0; \quad \sum \bar{M} = 0.$$

До числа сил і моментів, що входять в останні умови, відносяться реакції і моменти реакцій в кінематичних парах групи. На цій основі будується багатокутник сил, який називають *планом сил групи* і при цьому, в першу чергу, визначають реакції у зовнішніх кінематичних парах групи, а потім у внутрішніх парах за умовами рівноваги ланок, складених нарізно.

У випадках, коли у механізмі є кінематичні пари 4-го класу (вищі), можна побудувати замінний механізм і надалі розрахунок вести за групами або, якщо ланка входить до однієї кінематичної пари 5-го і однієї 4-го класу, вести розрахунок поланково.

Для реакцій, що виникають між елементами кінематичних пар, прийняті наступні позначки: реакція з боку ланки k на ланку m позначається P_{km} . Реакція з боку ланки m на ланку k відповідно позначається P_{mk} . Очевидно, що

$$\bar{P}_{km} = -\bar{P}_{mk}.$$

Характеризується реакція величиною (модулем), напрямком і точкою прикладання. Якщо знехтувати силами тертя в кінематичній парі, то можна відмітити наступне. В обертальній парі необхідно визначити *величину* і *напрямок* реакції, оскільки лінія її дії проходить через вісь обертання пари. Для поступальної пари необхідно визначити *величину* і *точку прикладання реакції*, оскільки лінія її дії завжди перпендикулярна до напрямної. Для вищої кінематичної пари визначається тільки *величина реакції*.

Сили, що діють на ланки, поділяються на *рушійні*, або ті, що прискорю-

ють рух ланок машин, і сили опору, які їх уповільнюють. Елементарна робота рушійних сил додатня, якщо кут між напрямом цих сил і напрямом переміщення точки прикладання сил є гострим. Елементарна робота сил опору від'ємна, якщо вказаний кут тупий.

Силами технологічного або корисного опору називаються сили, що виконують роботу, яка вимагається від механізму.

Силами шкідливих опорів називають ті сили, на подолання яких витрачається додаткова робота окрім тієї, що необхідна для виконання основного технологічного процесу, який виконується машиною.

3.2. Сили інерції ланок механізму

В загальному випадку всі сили інерції ланки BC (рис. 3.1), яка виконує плоскопаралельний рух і має площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до головного вектора сил інерції \bar{P}_i , прикладеного в центрі мас S ланки, і до головного моменту від пари сил інерції \bar{M}_i .

Сила P_i визначається з формули

$$\bar{P}_i = -m\bar{a}_s, \quad (3.1)$$

де \bar{P}_i – вектор сил інерції ланки BC ; m – маса ланки, кг; \bar{a}_s – повне прискорення центра мас ланки, м/с².

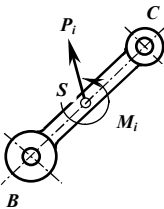


Рис. 3.1. Схема до визначення сил та моментів сил інерції

Сила інерції P_i направлена протилежно вектору прискорення центра мас.

Момент M_i пари сил інерції направлений протилежно кутовому прискоренню ε і розраховується за рівнянням

$$\bar{M}_i = -I_s \bar{\varepsilon}, \quad (3.2)$$

де I_s – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через центр мас і перпендикулярна до площини руху ланки, кг·м², ε – кутове прискорення ланки, с⁻².

Момент інерції ланки I_s визначається добутком маси ланки m на квадрат його радіуса інерції ρ

$$I_s = m \rho^2.$$

Відмітимо наступні окремі випадки руху ланок механізму.

1. Ланка рухається поступально з деякою змінною швидкістю. В цьому випадку кутове прискорення ланки дорівнює нулю і всі сили інерції матеріальних точок ланки приводяться до однієї сили, яка визначається з формули (3.1).

2. Ланка виконує нерівномірний обертальний рух. В цьому випадку всі

сили інерції зводяться до сили інерції P_i , що прикладається в центрі мас, і моменту сил інерції M_i . Дію сили інерції і моменту сил інерції можна замінити дією однієї сили P_i , прикладеною в точці K , і при цьому (рис. 3.2)

$$h = \frac{M_i}{P_i}.$$

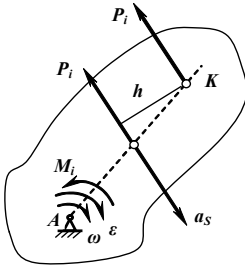


Рис. 3.2. Схема до заміни сили інерції і моменту сил інерції однією силою

При обертальному русі мають місце наступні окремі випадки:

а) ланка обертається рівномірно навколо довільної осі. При рівномірному обертанні кутове прискорення дорівнює нулю ($\epsilon = 0$). Якщо відстань від осі обертання до центра мас ланки не дорівнює нулю, то обертання здійснюється не навколо центральної осі. Отже головний вектор сил інерції $\bar{P}_i = -m\bar{a}_s$, а головний момент сил інерції $M_i = 0$;

б) ланка обертається нерівномірно навколо центральної осі. При цьому русі $P_i = 0$, а $\bar{M}_i = -I_s\bar{\epsilon}$;

в) ланка обертається рівномірно навколо центральної осі. В цьому випадку $P_i = 0$ і $M_i = 0$.

3. Ланка виконує складний плоскопаралельний рух. В цьому випадку рух її точок треба розглядати, як складений з переносного поступального руху разом з центром мас S і відносного обертального руху навколо центра мас S . Тому прискорення і силу інерції будь-якої точки ланки можна представити сумою прискорення (сили інерції) поступального руху разом з центром мас S і прискорення (сили інерції) обертального руху навколо центра мас S .

Сили інерції поступального руху приводяться до однієї сили P_i , прикладеної в центрі мас і направленої протилежно прискоренню центра мас (формула 3.1).

Сили інерції обертального руху навколо центра мас приводяться до однієї пари з моментом M_i , який діє в сторону, протилежну кутовому прискоренню (формула 3.2).

3.3. Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів

Якщо до числа заданих для кінематичного розрахунку сил входять також і сили інерції, то такий розрахунок називається кінетостатичним, заснованим на *принципі Д'Аламбера*, який стосовно рухомого механізму можна

сформулювати так: "якщо до числа зовнішніх реально діючих на механізм сил умовно додати сили інерції, то створена таким чином система сил буде зрівноваженою і механізм можна розглядати як перебуваючий у спокої". Отже, як кінетостатичний, так і статичний розрахунок можна виконувати за методом "плану сил".

З'ясуємо, для якого типу кінематичних ланцюгів існує можливість провести до кінця силовий розрахунок. Відомо, що сила визначається трьома параметрами: величиною, напрямом і точкою прикладання. В обертальній парі рівнодіюча всіх сил проходить через центр шарніра. Величина і напрям рівнодіючої залишаються невідомими. В поступальній парі відомим є напрям рівнодіючої (перпендикулярна до напрямку відносного переміщення). Невідомими залишаються точка прикладання і величина рівнодіючої.

Таким чином, за визначення реакції в кожній з нижчих пар ми маємо справу з двома невідомими.

Розглянемо плоский кінематичний ланцюг, що складається з n ланцюгів, з'єднаних p_5 нижчими парами. Якщо до числа заданих сил приєднати сили інерції, то цей ланцюг можна розглядати як такий, що знаходиться в рівновазі.

Для кожної ланки можна скласти три рівняння рівноваги, а для плоского кінематичного ланцюга, який має n рухомих ланок, – $3n$ рівнянь. За наявності p_5 нижчих пар необхідно визначити $2p_5$ невідомих параметрів.

Кінематичний ланцюг називається *статично визначеним*, якщо кількість рівнянь, які можна скласти стосовно нього, дорівнює числу невідомих параметрів, а тому принцип статичної визначності кінематичного ланцюга записується наступним чином:

$$3n = 2p_5.$$

Звідси маємо

$$p_5 = \frac{3}{2}n.$$

Кількість шарнірів повинна бути цілим числом, а тому статично визначний кінематичний ланцюг повинен складатись з парного числа ланок. Залежність між кількістю ланок n і кількістю кінематичних пар p_5 для статично визначених ланцюгів можна записати наступним чином:

n	2	4	6	8
p_5	3	6	9	12

Перше зі сполучень ланок і шарнірів, тобто дві ланки і три шарніра, є характерним для групи Ассур другого класу, друге сполучення – для групи третього класу тощо, і всі кінематичні ланцюги, які називаються групами Ассур, є статично визначеними. Тому силовий розрахунок здійснюється після

поділу механізму на групи Ассура, і при цьому визначаються результуючі реакції в кінематичних парах, починаючи з останньої групи, найбільш віддаленої від ведучої ланки.

3.4. Кінестатика ведучої ланки

Будь-який механізм, що знаходиться під дією заданої системи зовнішніх сил, можна вважати в стані рівноваги, якщо до одного з його ланцюгів прикласти зусилля, яке зрівноважує цю систему (якщо система з одним ступенем рухомості).

Зрівноважувальним силовим фактором може бути сила P_{zp} або зрівноважувальна пара з деяким моментом M_{zp} . В механізмах зрівноважувальне зусилля вважають прикладеним до тієї ланки, яка отримує енергію для свого руху ззовні (як це має місце в робочих машинах), або віддає енергію (як це має місце в двигунах). Ланка, до якої прикладене зрівноважувальне зусилля, називається ведучою або початковою.

Припустимо, що в результаті проведеного кінестатичного аналізу всіх груп механізму визначена сила P_{12} впливу кривошипа 1 на суміжну з ним ланку 2. Тоді відомою є сила P_{21} впливу ланки 2 на кривошип (рис. 3.3, а). Необхідно знайти зрівноважувальну силу P_{zp} .

Припустимо для визначеності, що точкою прикладання P_{zp} є палець кривошипа A і її лінія дії перпендикулярна до кривошипу. Зруйнувавши шарнір O , прикладаємо реакцію P_{01} (рис. 3.3, б) і, розглядаючи рівновагу кривошипа, складемо рівняння рівноваги

$$\bar{P}_{01} + \bar{P}_{21} + \bar{P}_{zp} = 0.$$

Але P_{01} невідома за величиною і напрямом, а P_{zp} невідома за величиною, і для її визначення скористаємося рівнянням моментів відносно точки O :

$$M_O(P_{zp}) + M_O(P_{21}) = 0;$$

$$P_{zp}(OA) - P_{21}h_1 = 0;$$

$$P_{zp} = \frac{P_{21}h_1}{(OA)},$$

де h_1 – плече сили P_{21} .

Після знаходження величини сили P_{zp} можемо побудувати план сил (рис. 3.4).

З довільної точки a будуємо вектор

$$ab = \frac{P_{21}}{\mu_p},$$

а з точки b – вектор

$$bc = \frac{P_{zp}}{\mu_p}.$$

З'єднавши точки c і a , отримаємо вектор ca що характеризує силу P_{01} , величина якої дорівнює

$$P_{01} = ca \cdot \mu_p.$$

Якщо ж потрібно знайти не P_{zp} , а M_{zp} , то рівняння приймає вигляд:

$$M_O(P_{21}) + M_{zp} = 0;$$

$$M_{zp} = -M_O(P_{21}).$$

В подальшому за кінестатичних розрахунків будемо визначати зрівноважувальну силу P_{zp} .

3.5. Приклади силового розрахунку механізмів з нижчими кінематичними парами за методом планів

Приклад 1. Для шестиланкового механізму (рис. 3.5) дано: розміри ланок, закон руху ведучої ланки OA , положення центрів мас ланок. Вага ланок: $G_1 = 9,81$ Н, $G_2 = 9,81$ Н, $G_3 = 24,5$ Н, $G_4 = 27,4$ Н, $G_5 = 9,81$ Н. Діюча сила $P = 12,5$ Н. Для даного положення побудовані план швидкостей і план прискорень.

Необхідно визначити P_{zp} і внутрішні сили в шарнірах.

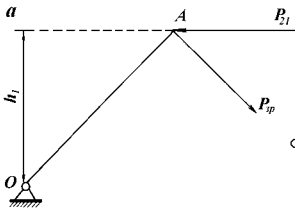


Рис. 3.3. Схема до силового розрахунку ведучої ланки

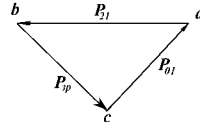


Рис. 3.4. План сил

Розв'язання. Визначимо маси ланок:

$$m_1 = \frac{G_1}{g} = \frac{9,81}{9,81} = 1,0 \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{G_2}{g} = \frac{9,81}{9,81} = 1,0 \text{ кг};$$

$$m_3 = \frac{G_3}{g} = \frac{24,5}{9,81} = 2,5 \text{ кг};$$

$$m_4 = \frac{G_4}{g} = \frac{27,4}{9,81} = 2,8 \text{ кг};$$

$$m_5 = \frac{G_5}{g} = \frac{9,81}{9,81} = 1,0 \text{ кг}.$$

Сила

$$\bar{P}_{i_5} = -m_5 \bar{a}_E; \quad P_{i_5} = 1,0 \cdot 17 = 17 \text{ Н}.$$

Знаходимо P_{i_4} і M_{i_4} :

$$\bar{P}_{i_4} = -m_4 \bar{a}_{S_4}; \quad P_{i_4} = 2,8 \cdot 17,2 = 48 \text{ Н};$$

$$\bar{M}_{i_4} = -I_{S_4} \bar{\epsilon}_4; \quad I_{S_4} = m_4 \rho^2 = 2,8 \cdot 0,14^2 = 0,055 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$M_{i_4} = 0,055 \cdot 16,4 = 0,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Визначаємо P_{i_3} і M_{i_3} :

$$\bar{P}_{i_3} = -m_3 \bar{a}_{S_3}; \quad P_{i_3} = 2,5 \cdot 13 = 32,5 \text{ Н};$$

$$\bar{M}_{i_3} = -I_{S_3} \bar{\epsilon}_3; \quad I_{S_3} = m_3 \rho^2 = 2,5 \cdot 0,072^2 = 0,013 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$M_{i_3} = 0,013 \cdot 120 = 1,56 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сила P_{i_2} і момент M_{i_2} відповідно дорівнюють:

$$\bar{P}_{i_2} = -m_2 \bar{a}_{S_2}; \quad P_{i_2} = 1,0 \cdot 9 = 9 \text{ Н};$$

$$\bar{M}_{i_2} = -I_{S_2} \bar{\epsilon}_2; \quad I_{S_2} = m_2 \rho^2 = 1,0 \cdot 0,05^2 = 0,0025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$M_{i_2} = 0,0025 \cdot 122 = 0,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Отримані сили інерції і моменти від сил інерції прикладаємо у відповідності з викладеними вище правилами: сили інерції – в точках центрів мас (рис. 3.5, а), спрямовуючи їх протилежно прискоренням цих точок, а моменти від сил інерції – протилежно кутовим прискоренням (рис. 3.5, б).

Розбиваємо механізм на групи Ассра (0, 1), (2, 3), (4, 5) і починаємо розрахунок з останньої групи (4, 5). Руйнуємо шарнір С і напрямну повзуна Е і, щоб не порушувати рівновагу групи (4,5), прикладаємо реакції зі сторони відкинутих ланок – в шарнірі С силу P_{34} і в поступальній парі силу P_{05} (рис. 3.6, а).

Складаємо рівняння рівноваги групи (4, 5)

$$\bar{P}_{34} + \bar{P}_{i_4} + \bar{G}_4 + \bar{P}_{i_5} + \bar{G}_5 + \bar{P} + \bar{P}_{05} = 0. \quad (3.3)$$

В цьому рівнянні чотири невідомих: величина і напрям сили P_{34} , величина і точка прикладання сили P_{05} , і тому за рівнянням (3.3) замкнений багатокутник сил побудувати неможливо. Попередньо розкладемо силу P_{34} на нормальну і тангенціальну складові

$$\bar{P}_{34} = \bar{P}_{34}^n + \bar{P}_{34}^t.$$

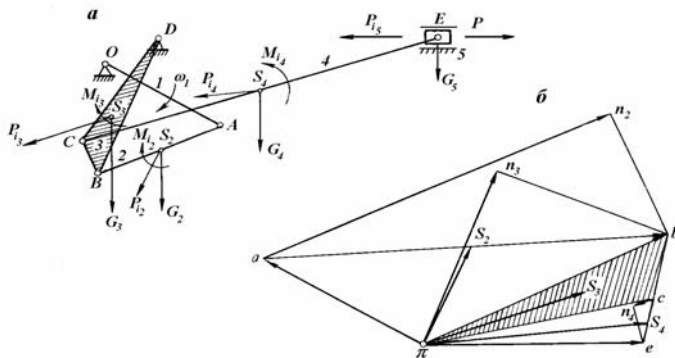


Рис. 3.5. Схема і план прискорень до силового розрахунку механізму

тоді рівняння (3.3) матиме вигляд

$$\bar{P}'_{34} + \bar{P}'_{34} + \bar{P}_{i4} + \bar{G}_4 + \bar{P}_{i5} + \bar{G}_5 + \bar{P} + \bar{P}_{05} = 0. \quad (3.4)$$

Складову P'_{34} визначимо з рівняння моментів всіх сил, які діють на ланку 4 відносно точки E:

$$P'_{34}(CE) + M(P_{i4}) - M(G_4) - M_{i4} = 0;$$

$$P'_{34} = \frac{M(G_4) + M_{i4} - M(P_{i4})}{(CE)}.$$

Момент сили P_{i4} $M(P_{i4})$ дорівнює добутку сили P_{i4} на плече $h_1 = 15$ мм; момент сили тяжіння G_{i4} $M(G_{i4})$ – добуток сили тяжіння G_4 на плече $h_2 = 67$ мм; момент сил інерції M_{i4} вираховано і він дорівнює 0,9 Н м.

Оскільки група (4, 5) накреслена в масштабі $\mu_s = 0,02$ м / мм, то при визначенні $M(G_4)$ і $M(P_{i4})$ відповідні величини h_1 і h_2 , отримані з креслення, необхідно помножити на масштаб μ_s або привести до масштабу креслення величину M_{i4} , тобто:

$$M'_{i4} = \frac{0,9}{\mu_s},$$

тоді

$$P'_{34} = \frac{27,4 \cdot 67 + \frac{0,9}{0,02} - 48 \cdot 15}{140} = 8 \text{ Н}.$$

Таким чином визначається величина сили P'_{34} . В зв'язку з тим, що напрямок сили P'_{34} невідомий і його обрано довільно, а в результаті розв'язання рівняння (3.4) отримали силу P'_{34} додатною, то це означає, що напрямок сили P'_{34} обрано вірно. Якби силу P'_{34} отримали від'ємною, то обраний напрямок потрібно було б змінити на протилежний.

Після визначення величини і напрямку сили P'_{34} в рівнянні (3.4) залишаються невідомими величини сил P'_{34} і P_{05} і точка прикладання сили P_{05} , а тому за рівнянням (3.4) можна побудувати замкнений силний багатокутник (рис. 3.6, б). Обираємо для побудови масштаб сил. Приймаємо $\mu_p = 0,5$ Н/мм. Тоді сили визначаються наступними відрізками на кресленні:

$$ab = \frac{P'_{34}}{0,5} = \frac{8}{0,5} = 16 \text{ мм}; \quad cd = \frac{G_4}{0,5} = \frac{27,4}{0,5} = 55 \text{ мм};$$

$$bc = \frac{P_{14}}{0,5} = \frac{48}{0,5} = 96 \text{ мм}; \quad ef = \frac{G_5}{0,5} = \frac{9,81}{0,5} = 19,6 \text{ мм};$$

$$de = \frac{P_{15}}{0,5} = \frac{17}{0,5} = 34 \text{ мм}; \quad fh = \frac{P}{0,5} = \frac{12,5}{0,5} = 25 \text{ мм}.$$

Відклавши вектори відомих сил, з точки h проводимо напрямок сили P_{05} , а з точки

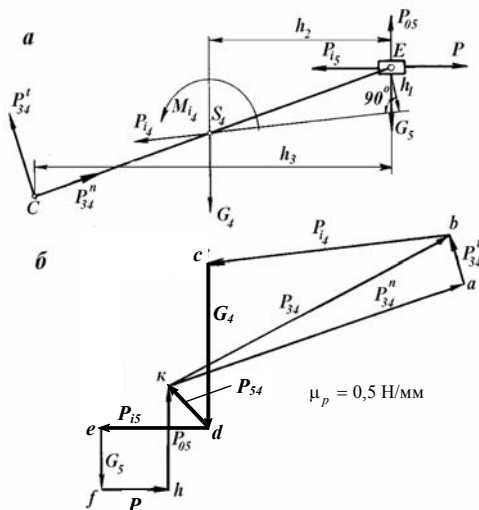


Рис. 3.6. Схема групи Ассура і план сил до неї

a – напрямок сили P'_{34} . Точка перетину κ є кінцем вектора сили P_{03} і початком вектора P'_{34} .

Вектор сили P'_{34} дорівнює відрізку κa . Склавши вектори сил P'_{34} і P'_{34} отримаємо силу P_{34} дії ланки 3 на ланку 4. Величина вектора $P_{34} = 115$ мм. Визначаємо силу

$$P_{34} = (\kappa b) \mu_p = 115 \cdot 0,5 = 57,5 \text{ Н.}$$

Для визначення реакцій в кінематичних парах A і D зруйнуємо шарніри A і D і розглянемо групу (2, 3) (рис. 3.7, a). Прикладемо реакції зі сторони відкинутих ланок: в шарнірі A силу P_{12} і в шарнірі D силу P'_{03} . В точці C прикладемо силу P_{43} , як реакцію ланки 4 на ланку 3. Вона дорівнює силі P_{34} , але направлена протилежно їй. Також прикладемо сили інерції, сили тяжіння

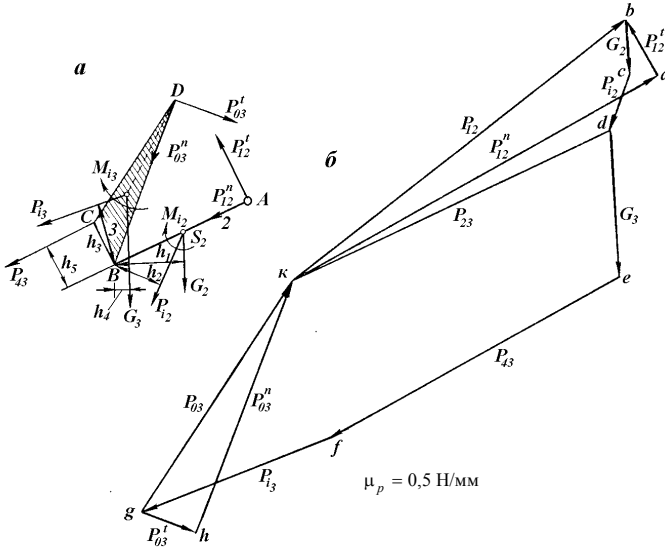


Рис. 3.7. Схема групи Ассура і план сил до неї

і моменти від сил інерції. Складемо рівняння рівноваги групи (2, 3)

$$\bar{P}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{P}'_{12} + \bar{G}_3 + \bar{P}'_{43} + \bar{P}_{43} + \bar{P}_{03} = 0. \quad (3.5)$$

В цьому рівнянні чотири невідомих: величина і напрямок сили P_{12} , величина і напрямок сили P_{03} , а тому за рівнянням (3.5) побудувати замкнений багатокутник не можливо. Попередньо розкладемо сили P_{12} і P_{03} на нормальні і тангенціальні:

$$\bar{P}_{12} = \bar{P}_{12}^n + \bar{P}_{12}^t;$$

$$\bar{P}_{03} = \bar{P}_{03}^n + \bar{P}_{03}^t;$$

тоді рівняння (3.5) отримає вигляд

$$\bar{P}_{12}'' + \bar{P}_{12}' + \bar{G}_2 + \bar{P}_{12} + \bar{G}_3 + \bar{P}_{43} + \bar{P}_{13} + \bar{P}_{03}' + \bar{P}_{03}'' = 0. \quad (3.6)$$

Складову P_{12}' визначимо з рівняння моментів всіх сил, що діють на ланку 2, відносно точки B :

$$-P_{12}'(AB) + P_{12}'h_2 + M_{12}' + G_2h_1 = 0;$$

$$P_{12}' = \frac{P_{12}'h_2 + M_{12}' + G_2h_1}{AB} = \frac{9 \cdot 18 + \frac{0,3}{0,02} + 9,81 \cdot 24}{50} = 10,9 \text{ Н}.$$

Складову P_{03}' знаходимо з рівняння моментів сил, що діють на ланку 3, відносно точки B :

$$P_{03}'(BD) - P_{43}h_3 - P_{43}h_5 + G_3h_4 + M_{13}' = 0;$$

$$P_{03}' = \frac{P_{43}h_3 + P_{43}h_5 - G_3h_4 - M_{13}'}{BD} = \frac{32,5 \cdot 19 + 57,5 \cdot 15 - 24,5 \cdot 6 - \frac{1,56}{0,02}}{60} = 9 \text{ Н}.$$

Визначивши числові значення P_{12}' і P_{03}' , будемо силовий багатокутник, що дасть змогу знайти сили P_{12}'' і P_{03}'' відповідно $-P_{12}$ і P_{03} .

Масштаб сил приймаємо той же, що і для групи (4, 5), тобто $\mu_p = 0,5$ Н/мм. Визначимо відрізки, які відображають сили в масштабі:

$$ab = \frac{P_{12}'}{0,5} = \frac{10,9}{0,5} = 21,8 \text{ мм}; \quad bc = \frac{G_2}{0,5} = 19,8 \text{ мм};$$

$$cd = \frac{P_{12}'}{0,5} = \frac{9}{0,5} = 18 \text{ мм}; \quad de = \frac{G_3}{0,5} = \frac{24,5}{0,5} = 49 \text{ мм};$$

$$ef = \frac{P_{43}}{0,5} = \frac{57,5}{0,5} = 115 \text{ мм}; \quad fg = \frac{P_{13}'}{0,5} = \frac{32,5}{0,5} = 65 \text{ мм};$$

$$gh = \frac{P_{03}'}{0,5} = \frac{9,3}{0,5} = 18,6 \text{ мм}.$$

З плану сил знаходимо:

$$P_{03} = gk \cdot \mu_p = 98 \cdot 0,5 = 49 \text{ Н};$$

$$P_{12} = kb \cdot \mu_p = 141 \cdot 0,5 = 70,5 \text{ Н}.$$

Для визначення реакції в шарнірі B ($P_{23} = -P_{32}$) достатньо на плані сил (рис. 3.7, б) з'єднати точки d і k . Сила P_{23} дорівнює

$$P_{23} = dk \cdot \mu_p = 117 \cdot 0,5 = 58,5 \text{ Н}.$$

В результаті проведеного кінестатичного аналізу всіх груп механізму ми визначили силу P_{12} дії кривошипа 1 на суміжну з ним ланку 2. Отже, відома сила P_{21} дії

ланки 2 на кривошипі 1 ($\vec{P}_{21} = -\vec{P}_{12}$) (рис. 3.8, а).

Визначимо P_{zp} , вважаючи її прикладеною в точці А кривошипа і направленою перпендикулярно до кривошипу. Для цього складемо рівняння моментів всіх діючих сил на кривошип по відношенню до точки О:

$$P_{zp} \cdot OA - P_{21} \cdot h = 0;$$

$$P_{zp} = \frac{P_{21} \cdot h}{OA} = \frac{70,5 \cdot 46,5}{50} = 65,4 \text{ Н}.$$

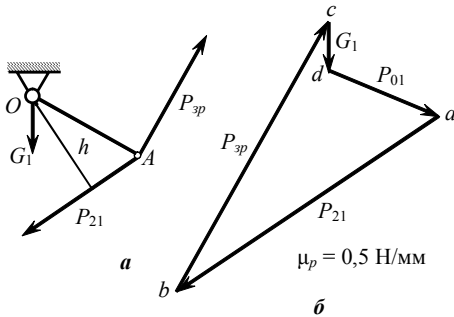


Рис. 3.8. Схема початкового механізму (а) і план сил (б)

$$P_{01} = da \cdot \mu_p = 54 \cdot 0,5 = 27 \text{ Н}.$$

За відомої величини P_{zp} , зруйнуємо шарнір О, прикладемо реакцію P_{01} і, розглядаючи рівновагу кривошипа, складемо рівняння рівноваги. За зрівноваженого кривошипа одержуємо

$$\vec{P}_{21} + \vec{P}_{zp} + \vec{G}_1 + \vec{P}_{01} = 0. \quad (3.7)$$

В рівнянні (3.7) невідомі величина і напрямок сили P_{01} . Побудуємо силовий багатокутник, який дозволить визначити величину і напрямок сили P_{01} . З силового багатокутника (рис. 3.8, б)

Приклад 2. Для кулісного механізму (рис. 3.9) задано: розміри ланок, закон руху ведучої ланки ОА, положення центра тяжіння куліси, вага ланок: $G_1 = 98,1 \text{ Н}$, $G_2 = 230 \text{ Н}$, $G_3 = 415 \text{ Н}$, $G_4 = 230 \text{ Н}$, $G_5 = 320 \text{ Н}$. Сила різання $P_{p2} = 100 \text{ Н}$.

Для даного положення побудовані плани швидкостей і прискорень. Необхідно визначити P_{zp} і внутрішні сили в шарнірах.

Розв'язання. Визначимо маси ланок:

$$m_1 = \frac{G_1}{g} = \frac{98,1}{9,81} = 10 \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{G_2}{g} = \frac{230}{9,81} = 23,3 \text{ кг};$$

$$m_3 = \frac{G_3}{g} = \frac{415}{9,81} = 42,3 \text{ кг};$$

$$m_4 = \frac{G_4}{g} = \frac{230}{9,81} = 23,3 \text{ кг};$$

$$\bar{M}_{i_3} = -I_{S_3} \bar{\varepsilon}_3; \quad I_{S_3} = m_3 \rho^2 = 42,3 \cdot 0,475^2 = 9,7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$M_{i_3} = 9,7 \cdot 3,14 = 29,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

сила інерції P_{i_2}

$$\bar{P}_{i_2} = -m_2 \bar{a}_{A_2}; \quad P_{i_2} = 23,3 \cdot 5,7 = 132,8 \text{ Н}.$$

Ланка 1 є зрівноваженою, а тому $P_{i_1} = 0$.

Отримані сили інерції, моменти від сил інерції і силу різання прикладаємо у відповідних точках механізму (рис. 3.9, а), направляючи їх протилежно прискоренням цих точок (рис. 3.9, б).

Розбиваємо механізм на групи Ассура (0, 1), (2, 3), (4, 5) і розрахунок починаємо з останньої групи (4, 5).

Зруйнуємо шарнір С і напрямні і, щоб не порушувати рівновагу групи (4, 5), прикладаємо реакції з боку відкинених ланок – в шарнірі С силу P_{34} і в напрямних силу P_{05} (рис. 3.10, а).

Складаємо рівняння рівноваги групи (4, 5)

$$\bar{P}_{05} + \bar{P}_{pi_3} + \bar{P}_{i_5} + \bar{G}_5 + \bar{P}_{i_4} + \bar{G}_4 + \bar{P}_{34} = 0. \quad (3.8)$$

В цьому рівнянні чотири невідомих: величина і напрямок сили P_{34} , величина і точка прикладання сили P_{05} , а тому за рівнянням (3.8) побудувати замкнений багатокутник неможливо. До того ж, не задані розміри ланки 5, не вказано положення її центра мас, а тому визначимо тільки величину P_{05} .

Для розрахунку реакції P_{05} розглянемо рівновагу ланки 5. В точці С розриваємо зв'язок і вводимо замість нього реакцію P_{34} , яка перпендикулярна до напрямної штанги ланки 5. Складаємо рівняння рівноваги ланки 5

$$\bar{P}_{05} + \bar{P}_{pi_3} + \bar{P}_{i_5} + \bar{G}_5 + \bar{P}_{45} = 0. \quad (3.9)$$

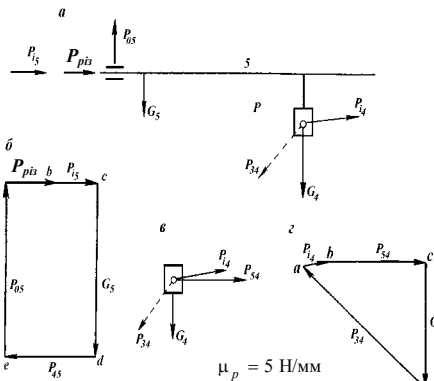


Рис. 3.10. Схема і плани сил до групи (4; 5)

В рівнянні (3.9) невідомі величини сил P_{05} і P_{45} . Отже, можна побудувати багатокутник сил. Обираємо масштаб сил і будуємо силловий багатокутник (рис. 3.10, б) $\mu_p = 5 \text{ Н/мм}$. З силового багатокутника визначаємо сили P_{05} і P_{45} :

$$P_{05} = ea \cdot \mu_p = 64 \cdot 5 = 320 \text{ Н};$$

$$P_{45} = de \cdot \mu_p = 40,8 \cdot 5 = 204 \text{ Н}.$$

Для визначення реакції P_{34} розглянемо рівновагу ланки 4. На ланку 4 діють сила тяжіння G_4 , сила інерції

P_{i_4} , реакція P_{54} і реакція P_{34} (рис. 3.10, в). Невідомою є сила P_{34} . Будемо силловий

багатокутник по рівнянню

$$\overline{P}_i + \overline{P}_{s4} + \overline{G}_4 + \overline{P}_{34} = 0. \quad (3.10)$$

З силового багатокутника (рис. 3.10, з)

$$P_{34} = da \cdot \mu_p = 70 \cdot 5 = 350 \text{ Н.}$$

Для визначення реакцій в точках A і B розглянемо групу (2,3) (рис. 3.11, а). Зруйнуємо шарніри A і B і прикладемо реакції зі сторони відкинутах ланок: в шарнірі A силу P_{12} , в шарнірі B силу P_{03} . Крім того, в точці C прикладемо знайдену силу P_{43} як реакцію ланки 4 на ланку 3. Ця сила дорівнює за величиною силі P_{34} , але направлена протилежно їй. Прикладемо сили інерції, сили тяжіння і момент від сили інерції.

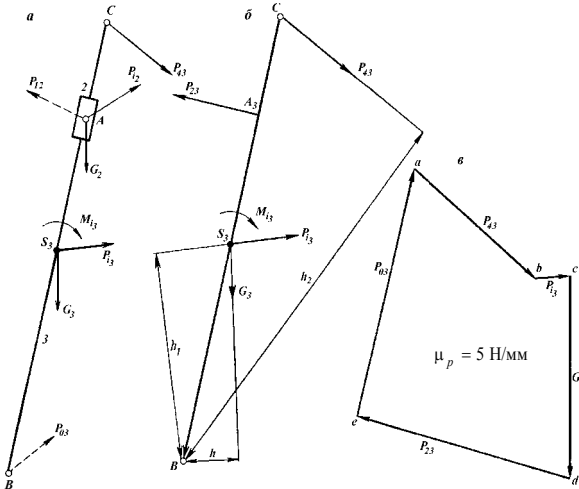


Рис. 3.11. Схема і план сил до групи (2; 3)

Розглянемо ланку 3 зі всіма діючими на неї силами (рис. 3.11, б). Для цього відкинемо ланку 2 і введемо реакцію P_{23} . Візьмемо суму моментів сил відносно точки B для розрахунку сили P_{23} :

$$P_{43}h_2 - P_{23} \cdot (BA_3) + M'_{i3} + P_{i3}h_1 + G_3h = 0; \quad (3.11)$$

$$P_{23} = \frac{P_{43}h_2 + M'_{i3} + P_{i3}h_1 + G_3h}{BA_3} = \frac{350 \cdot 173 + \frac{29,2}{9,5} \cdot 190 + 66,8 \cdot 89 + 415 \cdot 25}{174} = 475 \text{ Н.}$$

Будуємо план сил за рівнянням

$$\overline{P}_{43} + \overline{P}_{i3} + \overline{G}_3 + \overline{P}_{23} + \overline{P}_{03} = 0.$$

З плану сил (рис. 3.11, в)

$$P_{03} = ea \cdot \mu_p = 103 \cdot 5 = 515 \text{ Н.}$$

Розглянемо рівновагу ланки 2, вводючи реакцію P_{32} впливу ланки 3 на ланку 2. Ця сила

відома за величиною і напрямком (рис. 3.12, *a*).

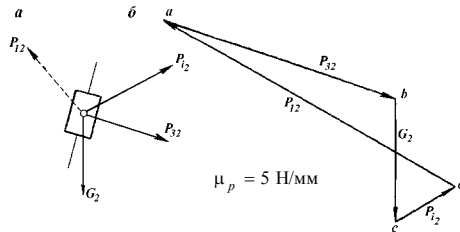


Рис. 3.12. Схема і план сил до ланки 2

Будемо для ланки 2 силовий багатокутник за умовою $\overline{P}_{32} + \overline{G}_2 + \overline{P}_{12} + \overline{P}_{12} = 0$ і знаходимо силу P_{12} (рис. 3.12, *б*):

$$P_{12} = da \cdot \mu_p = 131 \cdot 5 = 655 \text{ Н.}$$

Визначимо P_{zp} з умови рівноваги кривошипу (рис. 3.13, *a*).

Для розрахунку P_{zp} , прикладеної в точці *A* кривошипу і направленої перпендикулярно до нього, візьмемо суму моментів відносно точки *O*:

$$-P_{zp} \cdot OA + P_{21} \cdot h = 0;$$

$$P_{zp} = \frac{P_{21} \cdot h}{OA} = \frac{655 \cdot 40}{45} = 590 \text{ Н.}$$

Щоб визначити силу P_{01} і нехтуючи m , побудуємо силовий багатокутник (рис. 3.13, *б*) за рівняннями

$$\begin{aligned} \overline{P}_{zp} + \overline{P}_{21} + \overline{P}_{01} &= 0, \\ P_{01} &= ca \cdot \mu_p = 66 \cdot 5 = 330 \text{ Н.} \end{aligned}$$

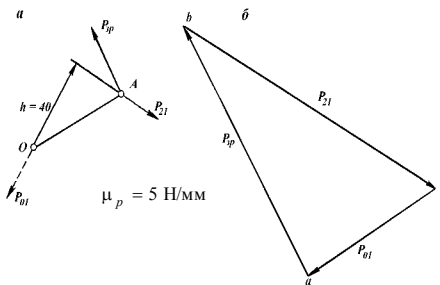


Рис. 3.13. Схема і план сил до розрахунку початкового механізму

вигадок механізму (рис. 3.13, *б*) за рівняннями

3.6. Визначення зрівноважувальної сили за допомогою важеля Жуковського

В тих випадках, коли немає необхідності визначити реакції в кінематичних парах, а потрібно визначити P_{zp} або M_{zp} , користуються теоремою Жуковського, яка заснована на *принципі віртуальних переміщень*.

Якщо в який-небудь момент часу побудувати план швидкостей для даного механізму, що знаходиться у русі, а потім в точках, які відображають точ-

ки прикладання сил, прикласти відповідні активні сили і сили інерції, розвернувши їх попередньо на 90^0 в один і той же бік, то план швидкостей, який ми розглядаємо як жорсткий важіль з точкою опори в полюсі, буде знаходитись в рівновазі. Замість сил можна розвернути план швидкостей на 90^0 , а сили прикладати так, як вони показані на механізмі. Тоді *теорему Жуковського* можна сформулювати наступним чином: "Якщо всі сили, які діють на ланки механізму, що рухаються, в тому числі і зрівноважувальну, прикласти у відповідних точках розвернутого на 90^0 плану швидкостей, то сума моментів всіх сил відносно полюса плану швидкостей буде дорівнювати нулю".

Приклад 3. Для механізму, який зображено на кресленні (рис. 3.9, а), визначити величину P_{sp} , прикладену в точці А кривошипу, методом Жуковського.

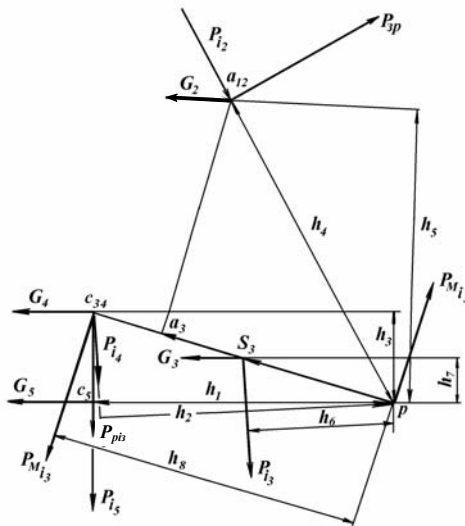


Рис. 3.14. Схема до визначення P_{sp} методом Жуковського

Вирішення. В довільному масштабі будемо план швидкостей (рис. 3.14) і у відповідних точках прикладаємо, попередньо розвернувши на 90^0 за годинниковою стрілкою, всі зовнішні сили, сили інерції, пару сил від M_{i3} , а також силу P_{sp} .

Пару сил від M_{i3} отримаємо діленням M_{i3} на дійсну величину довжини ланки 3

$$P_{M_{i3}} = \frac{M_{i3}}{L_{BC}} = \frac{29,2}{0,95} = 30,8 \text{ Н.}$$

Отримані сили $P_{M_{i3}}$ прикладемо в точках p і C_{34} з додержанням напрямку моменту

M_{i3} . Складемо рівняння моментів сил відносно полюса плану швидкостей

$$P_{pi3} \cdot h_1 + P_{i5} \cdot h_1 + P_{i4} \cdot h_2 + G_4 \cdot h_3 - P_{sp} \cdot h_4 + G_2 \cdot h_5 + P_{i3} \cdot h_6 + G_3 \cdot h_7 + P_{M_{i3}} \cdot h_8 = 0. \quad (3.12)$$

$$P_{sp} = \frac{P_{pi3} \cdot h_1 + P_{i5} \cdot h_1 + P_{i4} \cdot h_2 + G_4 \cdot h_3 + G_2 \cdot h_5 + P_{i3} \cdot h_6 + G_3 \cdot h_7 + P_{M_{i3}} \cdot h_8}{h_4} =$$

$$= \frac{100 \cdot 96 + 104 \cdot 96 + 72,6 \cdot 94 + 230 \cdot 96 + 66,8 \cdot 47 + 415 \cdot 15 + 30 \cdot 101}{110} = 600 \text{ Н}$$

Якщо при розв'язанні рівняння (3.12) P_{sp} отримаємо зі знаком плюс, то зроблене припущення про напрямок зрівноважуючої сили було вірним. Якщо ж P_{sp} отримаємо зі знаком мінус, то обраний напрямок P_{sp} необхідно змінити на протилежний.

3.7. Силовий розрахунок механізмів з вищими парами

Розглянемо силовий розрахунок механізмів з зубчастими циліндричними колесами. На рис. 3.15 показано триланковий механізм, радіуси початкових кіл коліс якого відповідно дорівнюють r_{w1} і r_{w2} . Припустимо, що центри мас коліс лежать на їх осях, і таким чином, колеса зрівноважені. Тоді відцентрові сили інерції коліс дорівнюють нулю, і за нерівномірного обертання коліс можуть виникнути тільки додаткові пари від сил інерції, моменти яких визначаються за формулою $\vec{M}_i = -I_S \vec{\epsilon}$. Нехай ведучим колесом, до якого прикладений зрівноважувальний момент M_{sp} , є колесо 1, а веденим, до якого прикладено момент M_2 , – колесо 2. Момент M_2 є результируючим моментом від зовнішніх сил і пари сил інерції. Будуємо картину швидкостей механізму (рис. 3.15) і за напрямом вектора \vec{v}_C швидкості точки C , визначаємо напрямок кутових швидкостей ω_1 і ω_2 колеса 1 і колеса 2. Напрямок дії моменту M_{sp} і кутової швидкості ω_1 повинні співпадати, тому що колесо 1 є ведучим. Напрямок дії моменту M_2 повинен бути протилежним напрямку кутової швидкості 2, тому що колесо 2 є веденим. Де б не відбувалось дотикання профілів q_1 і q_2 зубців коліс 1 і 2, нормаль $n-n$ до цих профілів буде проходити через точку C дотикання початкових кіл, яка є миттєвим центром у відносному русі коліс 1 та 2. Сили P_{12} і P_{21} прикладені в точці C і направлені по нормалі $n-n$. Для визначення того, в який бік треба відкласти кут α (рис. 3.15) між нормаллю $n-n$ і дотичною $t-t$ до початкових кіл в точці C ,

будемо користуватись простим правилом. Якщо ведучим колесом є колесо з зовнішнім зачепленням, то, повертаючи вектор швидкості точки дотику (вектор \vec{v}_C на рис. 3.15) на кут α в бік, зворотній кутовій швидкості обертання ведучого колеса ω_1 , знайдемо дійсне положення нормалі $n - n$. Якщо ведучим колесом буде колесо з внутрішнім зачепленням, то вектор швидкості точки дотику треба повертати за напрямком кутової швидкості ведучої ланки.

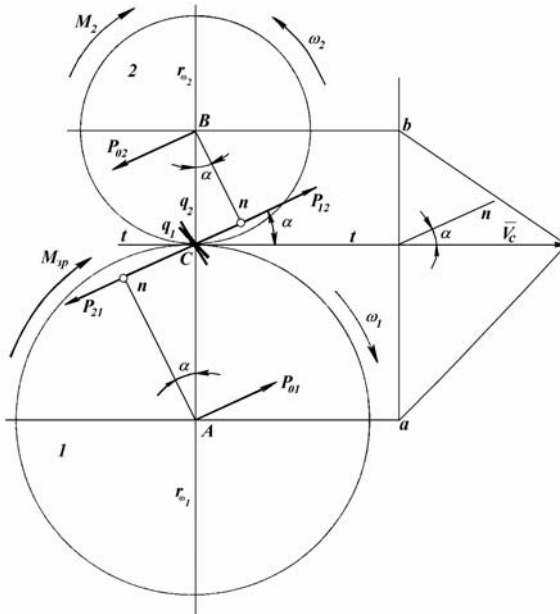


Рис. 3.15. Схема до силового розрахунку зубчастого механізму

Приклад 1. Силевий розрахунок зубчастих коліс.

За силового розрахунку зубчастих коліс можна не виконувати заміни вищих пар четвертого класу ланцюгами з парами п'ятого класу, а розглядати рівновагу коліс, які утворюють статично визначені системи. Такою статично визначеною системою є колесо 2 (рис. 3.15), на яке діє зовнішній момент M_2 і реакції P_{12} і P_{02} . З рівняння моментів всіх сил, діючих на колесо 2, відносно точки B

$$P_{12} r_{\omega_2} \cos \alpha - M_2 = 0$$

визначаємо реакцію

$$P_{12} = \frac{M_2}{r_{o2} \cos \alpha}.$$

З рівняння рівноваги всіх сил, діючих на колесо 2,

$$\bar{P}_{12} + \bar{P}_{o2} = 0$$

визначаємо реакцію

$$|P_{o2}| = |-P_{12}| = \frac{M_2}{r_{o2} \cos \alpha}.$$

Розглянемо рівновагу ведучого колеса 1. З рівняння моментів всіх сил, діючих на колесо 1 відносно точки A ,

$$M_{sp} - P_{21} r_{o1} \cos \alpha = 0$$

розраховуємо зрівноважуючий момент

$$M_{sp} = P_{21} r_{o1} \cos \alpha.$$

Далі з рівняння рівноваги всіх сил, діючих на колесо 1, якщо знехтувати власною вагою,

$$\bar{P}_{21} + \bar{P}_{o1} = 0$$

визначаємо реакцію

$$|P_{o1}| = |-P_{21}| = \frac{M_{sp}}{r_{o1} \cos \alpha}.$$

Силовий розрахунок механізмів з парами четвертого класу (наприклад, для кулачкових механізмів) можна виконувати методами, які використовуються для механізмів з парами п'ятого класу. Для цього попередньо механізм з парами четвертого класу потрібно привести до механізму з парами тільки п'ятого класу.

Приклад 2. Силовий розрахунок одноступінчастого планетарного редуктора (рис. 3.16).

До водила H прикладено момент опору $M_H = 16$ Нм, а до колеса 1 – зрівноважувальний момент (рушійний) M_{sp} . Кількість зубців коліс дорівнюють $z_1 = 20$, $z_2 = 20$, $z_3 = 60$; модулі всіх коліс однакові і дорівнюють $m = 2$ мм; кут зачеплення коліс $\alpha = 20^\circ$.

Вказівка. За силового розрахунку планетарних редукторів для того, щоб задачу про визначення реакцій в кінематичних парах вирішувати поланково, рекомендується ведучою ланкою вважати водило H . Тому, якщо зрівноважувальний момент M_{sp} припускається прикладеним до колеса 1, а момент, який представляє собою навантаження на редуктор, – до водила H , то необхідно попередньо знайти цей момент. M_{sp} знаходиться з рівності нулю алгебраїчної суми потужностей, які створюються моментами M_{sp} і M_H :

$$M_{sp} \omega_1 - M_H \omega_H = 0, \quad (3.13)$$

де M_H – представляє собою навантаження на редуктор, звідки отримуємо

$$M_{sp} = M_H \frac{\omega_H}{\omega_1} = M_H \cdot i_{H1}, \quad (3.14)$$

де i_{H1} – передаточне відношення планетарного редуктора від водила H до колеса 1.

Розрахунок треба починати з розгляду рівноваги колеса 1, а потім необхідно перейти до сателіта 2 (або їх блоку) і закінчити розрахунок водилом H .

Розв'язання.

1) навантаження на водилі задане моментом $M_H = 16$ Нм. У відповідності з завізкою до прикладу знаходимо з формули (3.14) зрівноважувальний момент $M_{zp} = -M_H \cdot i_{H1}$; оскільки

$$i_{H1} = \frac{1}{1 - i_{13}} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = \frac{1}{1 + 3} = 0,25,$$

то $M_{zp} = M_H \cdot i_{H1} = 16 \cdot 0,25 = 4$ Нм.

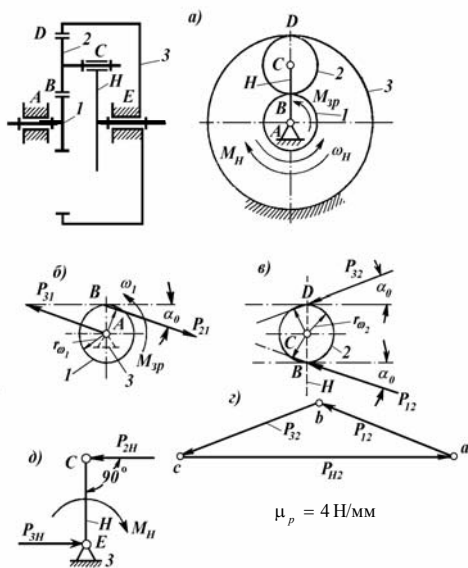


Рис. 3.16. Схема до силового розрахунку одноступінчатого планетарного редуктора

звідки $\bar{P}_{31} = -\bar{P}_{21}$. Іншим рівнянням рівноваги буде рівність нулю суми моментів сил відносно осі A :

$$\sum M_A = P_{21} \cdot r_{o1} \cos \alpha_0 - M_{zp} = 0,$$

звідки

$$P_{21} = \frac{M_{zp}}{r_{o1} \cos \alpha_0} = \frac{4}{0,02 \cdot 0,94} = 212 \text{ Н},$$

оскільки

2) ведучим вважаємо водило H .

3) від механізму послідовно відокремлюються спочатку колеса 1, а потім сателіт 2. Після їх відокремлення залишається ведуча ланка H .

4) складаємо і вирішуємо рівняння рівноваги окремих ланок.

Рівняння рівноваги колеса 1 (рис. 3.16, б). До колеса прикладені: зрівноважувальний момент $M_{zp} = 4$ Нм, направлений в бік, протилежний моменту M_H , реакція \bar{P}_{21} з боку колеса 2 на колесо 1, яка направлена під кутом $\alpha_0 = 20^\circ$ до дотичної до діляльного кола колеса 1, і реакція \bar{P}_{31} в шарнірі A , прикладена до його осі. Рівнянням рівноваги колеса 1 буде

$$\bar{P}_{21} + \bar{P}_{31} = 0,$$

$$r_{\omega_1} = \frac{mz_1}{2} = \frac{2 \cdot 20}{2} = 20 \text{ мм}.$$

Перейдемо до сателіта 2 (рис. 3.16, в). До нього прикладені: сила $\bar{P}_{12} = -\bar{P}_{21}$, реакція \bar{P}_{32} з боку нерухомого колеса 3, направлена під кутом $\alpha_0 = 20^\circ$ до дотичної до початкового кола колеса 3, реакція \bar{P}_{H2} з боку водила, прикладена до осі шарніра С.

Запишемо рівняння моментів сил, прикладених до сателіта 2, відносно осі шарніра С:

$$\sum M_C = P_{12} \cdot r_2 \cos \alpha_0 - P_{32} r_2 \cos \alpha_0 = 0,$$

звідки

$$P_{32} = P_{12} = 212 \text{ Н};$$

другим рівнянням рівноваги сателіта 2 буде

$$\bar{P}_{12} + \bar{P}_{32} + \bar{P}_{H2} = 0.$$

За цим рівнянням будуюмо план сил (рис. 3.16, з) в масштабі $\mu_p = 4 \text{ Н/мм}$. Від точки *a* відкладаємо силу \bar{P}_{12} у вигляді відрізка

$$(ab) = \frac{P_{12}}{\mu_p} = \frac{212}{4} \approx 53 \text{ мм},$$

далі від точки *b* – силу \bar{P}_{32} у вигляді відрізка

$$(bc) = \frac{P_{32}}{\mu_p} = \frac{212}{4} \approx 53 \text{ мм}.$$

Сила \bar{P}_{H2} відображається відрізком (*ca*), а модуль її буде

$$P_{H2} = (ca) \mu_p = 100 \cdot 4 = 400 \text{ Н}.$$

Ця сила направлена перпендикулярно лінії *CE* (рис. 3.16, д), тому що трикутник *abc* рівнобедрений.

5) Переходимо до силового розрахунку ведучої ланки (води́ло *H*) (рис. 3.16, д). До водила *H* прикладені: сила $\bar{P}_{2H} = -\bar{P}_{H2}$, реакція \bar{P}_{3H} (дія стояка 3 на водило *H*), прикладена до осі шарніра *E*, і момент M_H .

Запишемо рівняння рівноваги сил, прикладених до ланки *H*:

$$\bar{P}_{2H} + \bar{P}_{3H} = 0,$$

звідки

$$\bar{P}_{3H} = -\bar{P}_{2H}, \text{ тобто } P_{3H} = 400 \text{ Н}.$$

Перевірка. Сума моментів сил, прикладених до водила, відносно осі шарніра *E* повинна дорівнювати нулю, що й отримуємо:

$$\sum M_E = M_H - P_{2H} (r_1 + r_2) = 16 - 400(0,02 + 0,02) = 0.$$

3.8. Послідовність силового розрахунку важільного механізму в курсовому проєкті

Завданням силового розрахунку важільного механізму є визначення сил, що діють на його ланки, реакцій в кінематичних парах та величин зрівноважувальної сили або зрівноважувального моменту. Для виконання такого розрахунку задаються кінематична схема механізму, маси ланок, величина сили корисного опору та закон руху вхідної ланки. Прийнята методика розрахунку ґрунтується на таких припущеннях: вважають, що маси ланок зібрані в центрах мас і ланки є абсолютно жорсткими; нехтують в першому наближенні силами тертя і приймають, що швидкість вхідної ланки є сталою. В основу кінетостатичного силового розрахунку механізмів покладено принцип Д'Аламбера, відповідно до якого у розрахунку до числа активних сил, що діють на ланки, слід додати сили інерції та моменти від сил інерції. У зв'язку з останнім, передумовою виконання силового розрахунку є кінематичний аналіз механізму, на основі якого треба визначити величини, напрямки прискорень центрів мас ланок та кутових прискорень ланок, що здійснюють обертальний рух.

Силовий розрахунок в курсовому проєкті виконують для одного положення, що належить до робочого ходу, тому і кінематичне дослідження здійснюється саме для нього. Графічну частину роботи починають з зображення кінематичної схеми, яка після прикладання зовнішніх сил до ланок перетворюється на динамічну схему. Опис структурного аналізу і зображення структурних груп механізму здійснюється в розрахунково-пояснювальній записці, а зображення кінематичної схеми подається у графічній частині (аркуш формату А1) у вибраному масштабі μ_l .

Одержані величини і напрямки прискорень центрів мас ланок та кутових прискорень ланок дають можливість визначити величини і напрямки сил інерції та моментів сил інерції ланок. Сили інерції прикладаються в центрах мас ланок в напрямках, протилежних векторам прискорень центрів мас, а моменти сил інерції – до ланок в напрямках, протилежних їх кутовим прискоренням. Ці дві операції завершують побудову динамічної схеми механізму.

Силовий розрахунок здійснюється за групами Ассура, оскільки вони є статично визначеними системами, і починають його з останньої доданої групи Ассура її зображенням. До ланок групи прикладають відомі зовнішні сили, сили інерції та моменти сил інерції і накреслюють лінії дії реакцій розірваних зв'язків. Для випадку поступальних пар ліній дії у зв'язку з нехтуванням силами тертя вибираються перпендикулярними до векторів відносної швидкості (перпендикулярними до напрямних), а для обертальних пар реакції розірваних зв'язків розкладають на два напрямки, один з яких збігається з ланкою (лінія

дії нормальної складової), а другий є нормальним до ланки (лінія дії тангенціальної складової). З умови рівноваги ланки, записаної як суми моментів сил, що діють на неї, знаходять тангенціальну складову реакції за величиною та напрямком. У випадку групи Ассура з двома зовнішніми елементами обертальних кінематичних пар умова рівноваги складається для двох ланок і визначаються обидві тангенціальні складові реакції. Отже, невідомими лишаються нормальні складові реакції (або реакція в поступальній парі), але лінії їх дії визначенні. Останнє дає можливість записати і розв'язати векторне рівняння сил, що діють на ланки групи Ассура (для випадків з внутрішньою поступальною кінематичною парою векторні рівняння сил записують для окремих ланок).

У записі векторного рівняння сил слід дотримуватись такого правила: запис сил починають з невідомої складової і послідовно перераховують спочатку сили, що діють на одну ланку, а потім сили, що діють на другу ланку, завершуючи запис невідомою. Така послідовність дає можливість визначити реакцію внутрішньої кінематичної пари без додаткових побудов.

Розв'язання векторних рівнянь сил здійснюють графічно, враховуючи, що багатокутник сил повинен бути замкненим.

Знайдені значення реакцій розірваних зв'язків дають можливість перейти до силового розрахунку попередньої групи Ассура. Зображується її розрахункова схема з прикладанням попередньо визначеної реакції, зовнішніх сил та сил інерції. В послідовності, аналогічній викладеній, визначається реакція розірваного зв'язку за лінією дії в поступальній парі і тангенціальна складова в обертальній парі за величиною, а потім записується і розв'язується векторне рівняння сил.

Побудова планів сил здійснюється в масштабі, а тому величина реакції, що визначається, знаходиться добутком довжини відповідного відрізка, в мм, на величину μ_p .

Послідовний силовий розрахунок групи Ассура завершується визначенням реакції з боку вхідної ведучої ланки на ланку першої доданої групи R_{12} .

За відомої $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ виконують розрахунок початкового механізму і визначають зрівноважувальну силу P_{zp} або зрівноважувальний момент M_{zp} , та реакцію з боку стояка на ведучу ланку. Визначення зрівноважувальної сили супроводжується вибором точки її прикладання на ведучій ланці.

За величинами P_{zp} або M_{zp} знаходять миттєву потужність на валу кривошипа. Якщо, наприклад, P_{zp} прикладається в точці A кривошипа, то миттєва потужність

$$N = V_A P_{zp},$$

або – через зрівноважувальний момент

$$N = M_{zp} \omega_1,$$

де ω_1 – кутова швидкість вхідної ланки.

Наступний етап розрахунку виконується як перевірочний і пов'язаний з визначенням зрівноважувальної сили за допомогою важеля Жуковського.

Згідно з теоремою Жуковського до плану швидкостей, повернутого на 90° , прикладають всі активні сили і сили інерції у одноіменних з динамічною схемою точках і розглядають план швидкостей як жорсткий важіль, що перебуває у стані рівноваги *. При цьому умову рівноваги важеля складають як суму моментів сил відносно полюса плану швидкостей, і моменти сил інерції відповідних ланок представляють парами сил, плечі яких звичайно обирають такими, що дорівнюють довжинам ланок.

Вибравши точку прикладання зрівноважувальної сили, відповідну другому етапу, з умови рівноваги важеля визначають зрівноважувальну силу і порівнюють це значення з попередньо визначеною силою P_{zp} . Похибку двох визначень знаходять у процентах.

3.9. Контрольні питання

1. Як формулюється принцип Д'Аламбера?
2. Чому силовий розрахунок механізмів називають кінетостатичним?
3. Які припущення покладають в основу кінетостатичного розрахунку механізмів?
4. Як визначаються сили інерції і моменти сил інерції, що діють на ланки?
5. Чому силовий розрахунок механізмів виконується по групах Ассура?
6. Чи можна силу інерції і момент сил інерції, що діють на ланку, замінити дією однієї сили?
7. Як класифікуються сили, що діють на ланки механізмів?
8. Який вигляд має умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів?
9. Як визначаються тангенціальні складові реакцій розірваних зв'язків обертальних кінематичних пар?
10. Як визначаються нормальні складові реакцій розірваних зв'язків обертальних кінематичних пар?
11. Як визначається зрівноважувальна сила при розрахунку початкового механізму?
12. З якою метою визначаються реакції в кінематичних парах, утворених рухомими ланками і стояком?
13. Чому за силового розрахунку нехтують силами тертя?
14. Які закони механіки покладено в основу кінетостатичного розрахунку

* Повертати на 90° можна не план, а сили, що діють на ланки механізму. Поворот плану або сил виконується за або проти годинникової стрілки.

механізмів?

15. Як формулюється теорема Жуковського?

16. Чому в основі важеля Жуковського лежить план швидкостей?

РОЗДІЛ 4. ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ І СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ

4.1. Приведення сил (моментів сил) і мас (моментів інерції) в механізмах

Завданням динаміки механізмів і машин є визначення законів руху їх ланок під дією прикладених сил і з урахуванням мас ланок. Вирішуються вони методами приведення сил і мас. Ці методи дозволяють звести задачу про рух всієї системи рухомих ланок до руху однієї ланки, яку називають *ланкою приведення сил і мас*.

За ланку приведення зручно обирати ту ланку, яка виконує обертальний рух відносно стояка. Інколи на ланці приведення обирається точка, що має назву *точки приведення сил і мас*.

Приведення сил і мас здійснюється за певними правилами.

Приведеною силою або приведеним моментом називають умовну силу або момент пари сил, які, за прикладання до ланки приведення, розвивають потужність N_{π} , рівну сумі потужностей $\sum N_i$, що розвиваються діючими силами (моментами) у реальному механізмі.

Величина приведеної сили, яка за напрямком співпадає зі швидкістю точки її прикладання, визначається за формулою

$$P_{\pi} = \frac{\sum N_i}{V_{\pi}} = \frac{\sum P_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i}{V_{\pi}}, \quad (4.1)$$

де P_i - величина сили, що приводиться, прикладена в точці i механізму; V_i - величина швидкості точки i ; α_i - кут між векторами \vec{P}_i і \vec{V}_i ; M_i - момент сили, прикладений до i -тої ланки; ω_i - кутова швидкість i -тої ланки; V_{π} - швидкість точки приведення сил.

Приведений момент визначимо як

$$M_{\pi} = \frac{\sum N_i}{\omega_{\pi}} = \frac{\sum P_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i}{\omega_{\pi}}, \quad (4.2)$$

де ω_{π} - кутова швидкість ланки приведення.

Приведена сила і приведений момент пов'язані рівністю

$$M_{\pi} = P_{\pi} \cdot l,$$

де l - відстань від точки прикладання сили до осі обертання ланки приведення.

Приведеною масою називають таку умовну масу, що зібрана в точці приведення, кінетична енергія E_{π} якої дорівнює сумі $\sum T_i$ кінетичних енергій тих ланок, маси яких приводяться до цієї точки. У відповідності з цим правилом

$$m_{II} = \frac{\sum m_i V_i^2 + \sum I_i \omega_i^2}{V_{II}^2}, \quad (4.3)$$

де V_{II} - швидкість точки приведення мас.

У тому випадку, коли маси ланок приводяться до ланки, яка здійснює обертальний рух відносно стояка, користуються поняттям *приведеного моменту інерції*. Тоді

$$I_{II} = \frac{2\sum E_i}{\omega_{II}^2} = \frac{\sum m_i V_i^2 + \sum I_i \omega_i^2}{\omega_{II}^2}, \quad (4.4)$$

де ω_{II} - кутова швидкість ланки приведення.

Величини I_{II} та m_{II} пов'язані рівністю

$$I_{II} = m_{II} \rho^2. \quad (4.5)$$

З наведених формул витікає, що приведена сила або приведений момент сил *залежать від співвідношення швидкостей ведених ланок і ланки приведення*, а приведена маса або приведений момент інерції *залежать від співвідношення квадратів цих же швидкостей*.

Разом з тим відомо, що співвідношення швидкостей або передаточне відношення певного механізму залежать тільки від його положення, тобто від узагальненої координати ланки приведення. Тому приведена сила або приведений момент сили та приведена маса або приведений момент інерції залежать від положення ланки приведення, тобто вони є функціями узагальненої координати.

4.1.1. Приклади на приведення сил і мас

Приклад 1. Для кривошипно-повзунного механізму необхідно знайти приведену до осі шарніра A силу P_{II} , перпендикулярну до лінії OA , від сили $P_3 = 1000$ Н, що прикладається до повзуна 3, а також приведену до тієї ж точки масу m_{II} від мас усіх ланок механізму. Розрахунок виконати для положення ланки приведення, коли $\varphi_1 = 45^\circ$. Розміри ланок і положення їх центрів мас: $l_{OA} = 65$ мм, $l_{AB} = 320$ мм, $l_{AS_2} = 60$ мм; центр мас ланки 1 лежить на осі шарніра A . Маса ланки 2 - $m_2 = 0,4$ кг; момент інерції ланки 2 відносно осі, що проходить через точку S_2 - $I = 6 \cdot 10^{-3}$ кг м², маса ланки 3 - $m_3 = 0,5$ кг, момент інерції ланки 1 відносно осі, що проходить через її центр мас O - $I_1 = 12 \cdot 10^{-3}$ кг · м².

Розв'язання. 1) Будуємо план положення механізму (рис. 4.1) в масштабі $\mu_1 = 0,004$ м/мм.

2) Будуємо план швидкостей механізму на основі рівнянь

$$V_A = \omega_1 l_{OA}; \quad \vec{V}_A \perp OA; \quad \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BC}.$$

3) Приведену силу P_{II} знайдемо за формулою

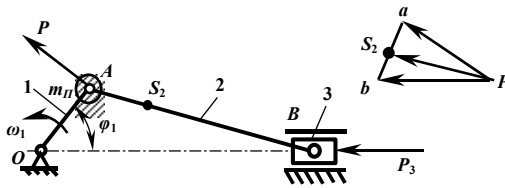


Рис. 4.1. Приведення сил і мас у кривошпинно-повзунному механізмі

$$P_{II} = \frac{N_3}{V_A} = \frac{P_3 \cdot V_B}{V_A} = P_3 \frac{(pb)}{(pa)} = 1000 \frac{40}{50} = 800 \text{ Н},$$

де $(pb) = 40 \text{ мм}$ і $(pa) = 50 \text{ мм}$ - відрізки на плані швидкостей.

4) приведену масу m_{II} визначаємо з формули

$$m_{II} = \frac{2(E_1 + E_2 + E_3)}{V_A^2},$$

де E_1, E_2, E_3 - кінетичні енергії ланок 1, 2 та 3. Записуємо вирази цих енергій:

$$E_1 = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} = \frac{I_1 V_A^2}{2I_{OA}^2}; E_2 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} = \frac{I_2 V_{AB}^2}{2I_{AB}^2} + \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2}; E_3 = \frac{m_3 V_B^2}{2}.$$

В значеннях E_1 та E_2 кутові швидкості ω_1 та ω_2 визначені через відповідні лінійні швидкості V_A та V_{AB} . Виконавши відповідні підстановки, одержуємо

$$\begin{aligned} m_{II} &= \frac{I_1}{I_{OA}^2} + \frac{I_2}{I_{AB}^2} \left(\frac{ab}{pa} \right)^2 + m_2 \left(\frac{pS_2}{pa} \right)^2 + m_3 \left(\frac{pb}{pa} \right)^2 = \\ &= \frac{0,012}{(0,065)^2} + \frac{0,006}{(0,32)^2} \cdot \left(\frac{36}{50} \right)^2 + 0,4 \left(\frac{46}{50} \right)^2 + 0,5 \left(\frac{40}{50} \right)^2 = 3,529 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Приклад 2. Записати розрахункову формулу по визначенню приведеного момента інерції важільного кулісного механізму (рис. 4.2).

Розв'язання. Кінетична енергія механізму складається з кінетичних енергій його ланок:

$$E_1 = I_1 \frac{\omega_1^2}{2}; E_2 = m_2 \frac{V_{S_2}^2}{2}; E_3 = I_{S_3} \frac{\omega_3^2}{2}; E_4 = I_{S_4} \frac{\omega_4^2}{2} + m_4 \frac{V_{S_4}^2}{2}; E_5 = m_5 \frac{V_{S_5}^2}{2}.$$

Тоді

$$I_{II} \frac{\omega_1^2}{2} = I_1 \frac{\omega_1^2}{2} + m_2 \frac{V_{S_2}^2}{2} + I_{S_3} \frac{\omega_3^2}{2} + I_{S_4} \frac{\omega_4^2}{2} + m_4 \frac{V_{S_4}^2}{2} + m_5 \frac{V_{S_5}^2}{2},$$

а приведений момент інерції I_{II} знайдемо з формули:

$$I_{II} = I_{S_1} + m_2 \frac{V_{S_2}^2}{\omega_1^2} + I_{S_3} \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} + I_{S_4} \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} + m_4 \frac{V_{S_4}^2}{\omega_1^2} + m_5 \frac{V_{S_5}^2}{\omega_1^2}.$$

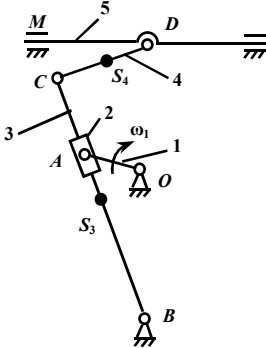


Рис. 4.2. Схема важільного кулісного механізму

Приклад 3. Для рядного редуктора (рис. 4.3) знайти приведений до валу O_1 колеса 1 момент M_{II} і приведений до нього ж момент інерції I_{II} від маси колеса 3, якщо до колеса 3 прикладається момент $M_3 = 4$ Нм, а момент інерції колеса 3 відносно його осі обертання $I_3 = 0,04$ кг · м²; числа зубців коліс $z_1 = 30, z_2 = 20, z_3 = 60$.

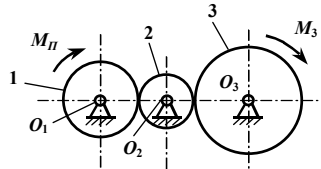


Рис. 4.3. Схема рядного редуктора

Розв'язання. 1) за формулою (4.3) визначаємо приведений момент

$$M_{II} = M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1} = M_3 i_{31} = M_3 \frac{z_1}{z_3} = 4 \frac{30}{60} = 2 \text{ Нм}.$$

Потужність приведенного моменту дорівнює чисельно і за знаком потужності моменту, що приводиться. Тут момент M_{II} має той же знак, що і момент M_3 , оскільки передаточне відношення i_{31} додатне.

2) визначаємо приведений момент інерції I_{II} . У відповідності з умовою (4.5) запишемо

$$I_{II} = I_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 = I_3 i_{31}^2 = 0,04 \left(\frac{30}{60} \right)^2 = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

4.2. Визначення закону руху ланки приведення машинного агрегату

Машинним агрегатом називають пристрій, який складається з *машинно-двигуна, робочої машини і передавального механізму* (редуктора, коробки швидкостей, варіатора тощо).

Машинною-двигуном називається така машина, в якій той чи інший вид енергії перетворюється в механічну роботу на її вихідній ланці.

Робочою машиною називається така машина, в якій механічна робота, що передається на її вхідну ланку, перетворюється її робочим органом в роботу, необхідну для виконання технологічного процесу.

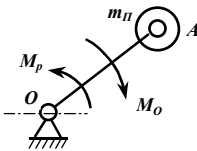


Рис. 4.4. Ведуча ланка (ланка приведення) механізму після приведення сил і мас

Передавальний механізм здійснює претворення моменту, що знімається з вихідної ланки двигуна, в момент на вхідній ланці робочої машини.

Приведений момент (сила), який викликає прискорений рух ведучої ланки, називається *рушійним моментом* (M_p), а приведенний момент (сила), який уповільнює рух ведучої ланки, називається *моментом опору* (M_o).

Першим кроком у розв'язанні задачі про рух ведучої ланки є приведення мас і сил до неї. До ведучої ланки приводяться всі сили, які прикладаються до ланок і маси ланок механізму, що входять до складу машинного агрегату.

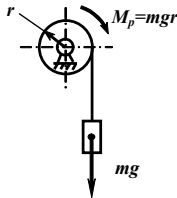


Рис. 4.5. Схема гравітаційного двигуна

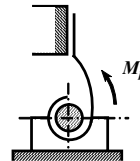


Рис. 4.6. Схема пружинного двигуна

Після приведення сил і мас до ведучої ланки досліджується закон руху саме цієї ланки під дією приведених M_p та M_o . Ця ланка має масу, момент інерції якої визначається величиною приведеного моменту інерції I_{II} (рис. 4.4).

Приведені моменти рушійних сил і сил опору залежать від механічних характеристик машин, які ввійшли до складу машинного агрегату.

Механічною характеристикою машини називають залежність сил або моментів сил, прикладених до її ланок, від кінематичних величин, що характеризують рух цих ланок (переміщень, швидкостей, прискорень).

Розглянемо механічні характеристики деяких двигунів і робочих машин.

Найпростішим є гравітаційний двигун, механічна характеристика якого має форму

$$M_p = \text{const} = mgr ,$$

де m – маса тіла, сила тяжіння якого mg використовується як рушійна; g – прискорення вільного падіння; r – радіус барабана.

У пружинного двигуна механічна характеристика наведена на рис. 4.8 і

$$M_p = M_{p(n)} - c\varphi ,$$

де $M_{p(n)}$ - початкове значення рушійного моменту; c - жорсткість пружини; φ - кут, на який закручена пружина.

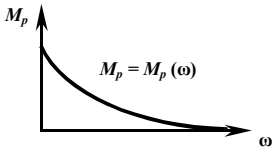


Рис. 4.7. Механічна характеристика електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням

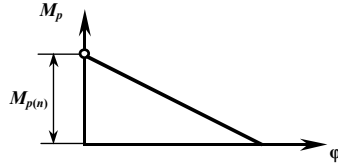


Рис. 4.8. Механічна характеристика пружинного двигуна

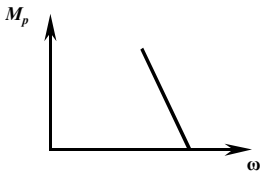


Рис. 4.9. Механічна характеристика електродвигуна постійного струму з паралельним збудженням

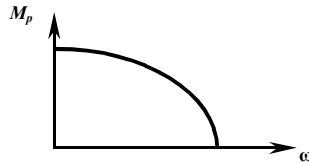


Рис. 4.10. Механічна характеристика трифазного асинхронного двигуна кранового типу

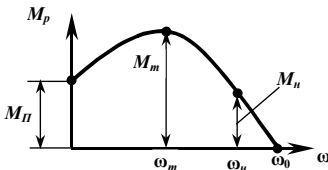


Рис. 4.11. Статична механічна характеристика асинхронного двигуна

Характеристика двигуна постійного струму (рис. 4.7) вказує на залежність моменту M_p від кутової швидкості ротора, тобто

$$M_p = M_p(\omega).$$

За рахунок конструктивних особливостей електродвигунів досягаються різні механічні характеристики $M_p = M_p(\omega)$ (рис. 4.9 -

4.11).

У відцентрового вентилятора (насоса) механічна характеристика має форму $M_p = M_p(\omega)$.

У стругального верстата механічною характеристикою є залежність сили різання P_p від переміщення, тобто $P_p = P_p(S)$.

Завдання динамічного дослідження машинного агрегата передбачає одержання однієї з чотирьох наступних залежностей:

$$\varphi = \varphi(t), \tag{4.6}$$

$$\omega = \omega(t), \tag{4.7}$$

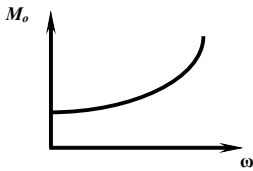


Рис. 4.12. Механічна характеристика вентилятора

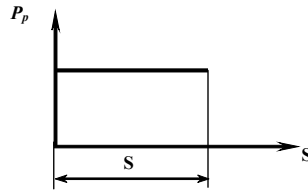


Рис. 4.13. Механічна характеристика стругального верстата

$$\varepsilon = \varepsilon(t), \quad (4.8)$$

$$\omega = \omega(\varphi), \quad (4.9)$$

де φ – кут повороту ланки приведення (узагальнена координата); ω – її кутова швидкість; ε – її кутове прискорення; t – час.

Якщо відомою є залежність (4.6), то інші залежності будуть знайдені диференціюванням і виключенням параметру t із залежностей (4.6) і (4.7).

Якщо визначена залежність (4.8), то інші можна знайти її інтегруванням.

Для випадку, коли знайдено залежність $\omega = \omega(\varphi)$, визначення інших здійснюється за рахунок попереднього визначення $t = t(\varphi)$ шляхом інтегрування

$$t_k - t_i = \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} \frac{1}{\omega} d\varphi. \quad (4.10)$$

Інтеграл (4.10) ґрунтується на тому, що $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$.

4.3. Розв'язання задач динаміки на основі рівнянь руху у формі закону кінетичної енергії

Рівняння руху у формі закону кінетичної енергії має вигляд

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_p d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_0 d\varphi = \frac{I_{\Pi_i} \omega_i^2}{2} - \frac{I_{\Pi_0} \omega_0^2}{2}, \quad (4.11)$$

де φ_0 – значення кута φ , прийняте за початкове; ω_0 – значення ω за $\varphi = \varphi_0$; φ_i – довільно вибране значення кута φ ; ω_i – значення ω за $\varphi = \varphi_i$.

Якщо приведений момент інерції є сталим, то рівняння (4.11) записується у формі

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_p d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_0 d\varphi = \frac{I_{\Pi}}{2} (\omega_i^2 - \omega_0^2). \quad (4.12)$$

Далі будуть використані такі позначення:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_p d\varphi = A_p - \text{робота рушійних сил на певній ділянці переміщення ланки}$$

приведення, рівній $\Delta\varphi_{0i} = \varphi_i - \varphi_0$;

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_o d\varphi = A_o - \text{робота сил опору на тому ж переміщенні ланки};$$

$$\frac{I_{Pi} \omega_i^2}{2} = T_i - \text{кінетична енергія, яку має механізм, в } i\text{-тому положенні};$$

$$\frac{I_{Pi0} \omega_0^2}{2} = T_0 - \text{кінетична енергія, яку має механізм, у початковому}$$

положенні ($\varphi = \varphi_0$).

За використання вказаних позначень рівняння (4.11) приймає форму

$$A_p - A_o = T_i - T_0 = \Delta T_{0i}. \quad (4.13)$$

Різницю робіт рушійних сил і сил опору називають *надлишковою роботою* на даному переміщенні ланки приведення (механізму). Вона дорівнює

$$A = A_p - A_o = \Delta T_{0i}.$$

Використовуючи введені раніше позначення, запишемо вираз для визначення

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2A}{I_{Pi}} + \frac{I_{Pi0} \omega_0^2}{I_{Pi}}} = \sqrt{\frac{2T_i}{I_{Pi}}}. \quad (4.14)$$

Якщо приведений момент інерції I_{Pi} є сталим, то одержуємо

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2A}{I_{Pi}} + \omega_0^2} = \sqrt{\frac{2T_i}{I_{Pi}}}. \quad (4.15)$$

У всіх задачах цього розділу вважаються відомими або попередньо визначеними наступні величини: приведений момент рушійних сил M_p ; приведений момент сил опору M_o ; приведений момент інерції I_{Pi} ; початкові значення кута φ_0 і кутової швидкості ω_0 ланки приведення.

Покажемо розв'язання задачі про рух ланки приведення за заданих приведеного моменту рушійних сил M_p , приведеного моменту сил опору M_o та приведеного моменту інерції I_{Pi} у вигляді функцій кута φ .

Така задача, наприклад, виникає при дослідженні механізму приладу, який приводиться у рух пружиною, за умови, що опором є тертя в кінематичних парах механізму.

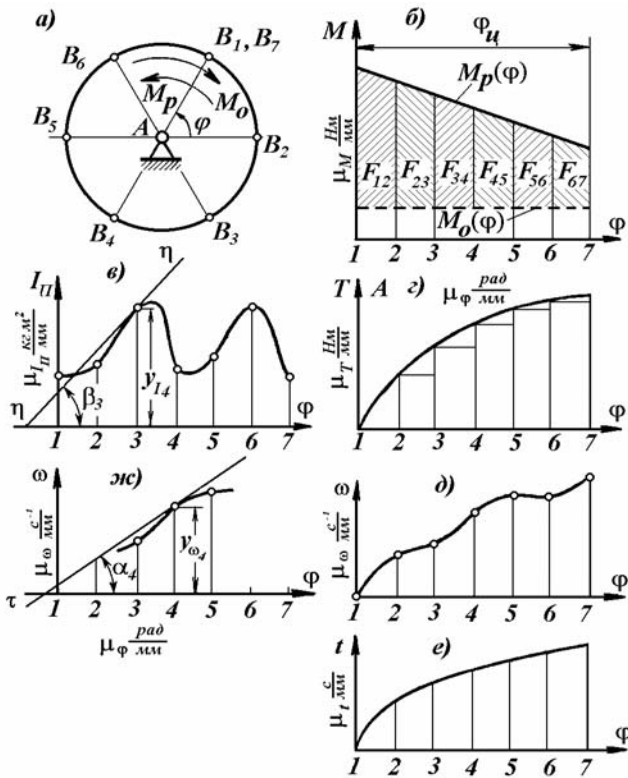


Рис. 4.14. До визначення закону руху ланки приведення при моментах рушійних сил і сил опору, а також приведенному моменту інерції, які залежать від кута повороту ланки приведення

На рис. 4.14, а показано ланку приведення AB механізму. Ця ланка починає рух з положення, коли точка B займає положення B_1 . Кінематичний цикл роботи механізму дорівнює одному оберту ланки AB . Необхідно знайти закон руху ланки AB на протязі одного його оберту. Задані графіки моментів рушійних сил M_p та сил опору M_o у функції кута φ повороту ланки AB (рис. 4.14, б) і графік приведенного моменту інерції I_{II} у функції того ж кута (рис. 4.14, в).

Вирішення задачі ведемо в такій послідовності:

1) ділимо коло, яке описує точка B , на ряд рівних частин (в нашому випадку на шість). На стільки ж частин ділимо абсцису графіка моментів (рис. 4.14, б), розмічаємо надлишкові площі $F_{12}, F_{23}, F_{34}, \dots$ та підраховуємо їх площі в мм^2 . Ці площі пропорційні надлишковим роботам A на відповідних їх переміщеннях ланки AB .

Визначаємо значення надлишкових робіт на кожному з таких переміщень ланки AB :

$$A_{12} = \mu_m \mu_\varphi F_{12}, \quad A_{23} = \mu_m \mu_\varphi F_{23}, \quad A_{34} = \mu_m \mu_\varphi F_{34}, \dots,$$

де F_{12}, F_{23} - надлишкові площі в мм^2 (рис. 4.14, б) (ці площі підраховуються по відомій формулі для знаходження площі трапеції); μ_m та μ_φ - масштаби графіка $M = M(\varphi)$.

2) знаходимо значення кінетичної енергії T_i в кожному з вибраних положень ланки AB за формулою

$$T_i = T_0 + A_{0i}, \quad (4.16)$$

де T_0 - значення кінетичної енергії на початку переміщення; A_{0i} - надлишкова робота, отримана під час переміщення ланки AB з початкового положення в i -е положення.

За виражуваними значеннями кінетичної енергії T_i будемо графік залежності її від кута φ повороту ланки AB (рис. 4.14, в).

3) обчислюємо значення кутової швидкості в кожному i -му положенні ланки AB :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2A}{I_{\Pi_i}} + \frac{I_{\Pi_0}}{I_{\Pi_i}} \omega_0^2} = \sqrt{\frac{2T_i}{I_{\Pi_i}}}.$$

За знайденими значеннями кутової швидкості будемо графік залежності її від кута φ повороту ланки AB (рис. 4.14, д).

4) час Δt_{ik} , за який ланка AB переміститься з положення i в положення k , можна знайти приблизно з формули

$$\Delta t_{ik} = \frac{\Delta \varphi_{ik}}{\omega_{ik}} = \frac{\Delta \varphi}{\omega_c}, \quad (4.17)$$

де $\Delta \varphi_{ik} = \varphi_k - \varphi_i$ - крок, який в нашому випадку дорівнює $\frac{2\pi}{6}$; ω_c - середня кутова швидкість ланки AB на переміщенні $\Delta \varphi$, яку приблизно можна знайти з формули

$$\omega_c = \omega_{ik} = \frac{\omega_k + \omega_i}{2}.$$

Для визначення часу переміщення ланки AB з початкового положення в положення k , треба послідовно застосовувати формулу

$$t_k = t_i + \Delta t_{ik}, \quad (4.18)$$

де Δt_{ik} - час, за який ланка AB переміщується з i -го в k -те положення.

За знайденими значеннями часу t будемо графік його залежності від кута φ повороту ланки AB (рис. 4.14, e).

5) кутове прискорення ε ланки AB можна знайти різними способами. Наведемо деякі з них.

Перший метод. З графіків $\omega = \omega(\varphi)$ і $t = t(\varphi)$ виключаємо параметр φ . Для цього креслимо систему прямокутних координат, вповодж осі ординат якої відкладаємо значення ω , а вповодж осі абсцис - значення t , які відповідають кутам φ . Таким чином отримуємо графік залежності $\omega = \omega(t)$.

Графічним диференціюванням тепер можна знайти значення кутового прискорення ε для любого i -го положення ведучої ланки AB з формули

$$\varepsilon_i = \frac{d\omega}{dt}(i) = \frac{\mu_\omega}{\mu_t} \operatorname{tg} \gamma_i,$$

де γ_i - кут нахилу дотичної до графіка $\omega = \omega(t)$ при $\varphi = \varphi_i$; μ_ω та μ_t - відповідно масштаби по осям ординат і абсцис графіка $\omega = \omega(t)$.

Другий метод. Прискорення ε рахується шляхом послідовного застосування формули

$$\varepsilon_i = \omega_i \left[\frac{d\omega}{d\varphi} \right]_{\varphi=\varphi_i} \quad (4.19)$$

для різних положень ланки AB . Наприклад, для четвертого положення (рис. 4.14, $ж$) його прискорення ε буде дорівнювати

$$\varepsilon_4 = \omega_4 \frac{d\omega}{d\varphi}(4) = \mu_\omega \cdot y_{\omega_4} \cdot \frac{\mu_\omega}{\mu_\varphi} \operatorname{tg} \alpha_4, \quad (4.20)$$

де α_4 - кут нахилу дотичної до графіка $\omega = \omega(\varphi)$ в положенні 4; y_{ω_4} - ордината графіка $\omega = \omega(\varphi)$ у тому ж положенні; μ_ω та μ_φ - відповідно масштаби ординат і абсцис графіка $\omega = \omega(\varphi)$.

Третій метод. Кутове прискорення ε можна також знайти на основі формули руху у формі моментів: $M_p - M_o = I_{II} \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{II}}{d\varphi}$. Маємо

$$\varepsilon = \frac{M_p - M_o - \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{II}}{d\varphi}}{I_{II}}.$$

Якщо знайдена функція $\omega(\varphi)$, то всі величини, крім значення похідної $dI_{II} / d\varphi$, що входять в праву частину цього рівняння, відомі для любого положення ланки AB . Якщо ж приведений момент інерції I_{II} постійний, то формула (4.20) буде мати вигляд

$$\varepsilon = \frac{M_p - M_o}{I_{II}}. \quad (4.20a)$$

За змінного моменту інерції I_{II} спочатку треба знайти значення похідної $\frac{dI_{II}}{d\varphi}$. Його можна знайти графічним диференціюванням залежності $I_{II} = I_{II}(\varphi)$.

Наприклад, при третьому положенні ланки AB (рис. 4.14, *в*) знаходимо

$$\frac{dI_{II}}{d\varphi} = \frac{\mu_{I_{II}}}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \beta,$$

де β – кут нахилу дотичної η - η до графіка $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ в третьому положенні ланки AB ; $\mu_{I_{II}}$ і μ_{φ} – відповідно масштаби ординат і абсцис цього графіка.

Четвертий метод. Похідну $\frac{dI_{II}}{d\varphi}$ можна також визначити, скориставшись важелем Жуковського. Звернемось до рівняння руху у формі моментів $M_p - M_o = I_{II}\varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{II}}{d\varphi}$. Перший член його правої частини, взятий зі знаком "мінус":

$$-I_{II}\varepsilon = M_{i\text{ поч}} \quad (4.21)$$

представляє собою приведений момент сил інерції мас ланок механізму в його так званому *початковому русі* (при якому ланка приведення має кутове прискорення, але ще не набуло кутової швидкості). Другий же член правої частини рівняння, взятий також зі знаком "мінус"

$$-\frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{II}}{d\varphi} = M_{i\text{ поо}}, \quad (4.22)$$

представляє собою приведений момент сил інерції ланок механізму в його так званому *перманентному русі* (при якому ланка приведення рухається рівномірно).

Розглянутий метод оснований на тому, що приведений інерційний момент $M_{i\text{ поч}}$ можна визначити і по ньому знайти шукану похідну

$$\frac{dI_{II}}{d\varphi} = -\frac{2}{\omega^2} M_{i\text{ поч}}. \quad (4.23)$$

Величина її не буде залежати від квадрату кутової швидкості ланки приведення, оскільки у значення інерційного моменту $M_{i\text{ поч}}$ будуть входити інерційні навантаження від мас ланок механізму, які у свою чергу будуть пропорційні квадрату цієї ж швидкості.

Послідовність знаходження похідної $\frac{dI_{II}}{d\varphi}$ за допомогою важеля

Жуковського наступна:

- 1) креслиться схема механізму в потрібному положенні;
- 2) будуються повернутий план швидкостей механізму і план прискорень з припущенням, що ланка приведення рухається рівномірно зі швидкістю, яка береться довільно;
- 3) знаходиться інерційне навантаження кожної ланки механізму;
- 4) інерційне навантаження, за відомими правилами, переноситься в повернутий план швидкостей (важіль Жуковського), і знаходиться приведена до вибраної точки на ведучій ланці сила інерції P_{iII} , яка зазвичай направляється по швидкості цієї точки;
- 5) приведена сила інерції прикладається до вибраної точки на ланці приведення, і знаходиться її момент відносно осі обертання цієї ланки:

$$M_{i\text{ поч}} = P_{iII} \cdot I_{AB}. \quad (4.24)$$

- 6) знаходиться значення похідної $\frac{dI_{II}}{d\varphi}$ з формули (4.23) підстановкою

отриманого значення $M_{i\text{ поч}}$ за вибраного раніше значення ω .

Покажемо рішення задачі про рух ланки приведення у випадку, коли приведені моменти рушійних сил і сил опору залежать від швидкості цієї ланки, а приведений момент інерції постійний.

Для цього випадку застосуємо рівняння руху у формі моментів, яке прийме вигляд

$$M_p(\omega) - M_o(\omega) = I_{II} \frac{d\omega}{dt}, \quad (4.25)$$

звідки, після розділення змінних, маємо

$$dt = I_{II} \frac{d\omega}{M_p(\omega) - M_o(\omega)}. \quad (4.26)$$

Інтегрування дає

$$t_k - t_i = \Delta t_{ik} = I_{II} \int_{\omega_i}^{\omega_k} \frac{d\omega}{M_p(\omega) - M_o(\omega)}, \quad (4.27)$$

де t_k – проміжок часу між деяким початковим та k -м моментами; t_i – проміжок часу між тим же початковим та i -м моментами; Δt_{ik} – проміжок часу між k -м та i -м моментами; ω_k – значення ω при $t = t_k$; ω_i – значення ω при $t = t_i$.

Якщо функції M_p та M_o не задані аналітично, і, отже, інтеграл (4.27) не може бути обчислений безпосередньо, то рішення буде йти в такій послідовності:

1) поділимо інтервал зміни кутової швидкості, даний на графіку моментів (рис. 4.15, а), на ряд рівних проміжків (в нашому випадку на шість) і знаходимо значення кутового прискорення ведучої ланки з формули (4.20, а):

$$\varepsilon_k = \frac{M_{pk} - M_{ok}}{I_{IIk}}.$$

За знайденими значеннями кутового прискорення будемо його графік

$\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ (рис. 4.15, б).

2) знаходимо величину проміжка часу Δt_{ik} , за який кутова швидкість зміниться від величини ω_i до величини ω_k :

$$\Delta t_{ik} = \frac{\Delta \omega_{ik}}{\varepsilon_{ik}}, \quad (4.28)$$

де $\Delta \omega_{ik} = \omega_k - \omega_i$, ε_{ik} – середнє прискорення на інтервал $\Delta \omega_{ik}$.

За знайденими значеннями Δt_{ik} будемо графік залежності $t = t(\omega)$ часу від кутової швидкості ведучої ланки (рис. 4.15, в), маючи на увазі, що

$$t_k = t_i + \Delta t_{ik}.$$

3) Виключаючи ω з функції $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ і $t = t(\omega)$, можна побудувати графік $\varepsilon = \varepsilon(t)$, а інтегруючи функцію $\omega = \omega(t)$ - знайти функцію $\varphi = \varphi(t)$.

Розглянутий випадок

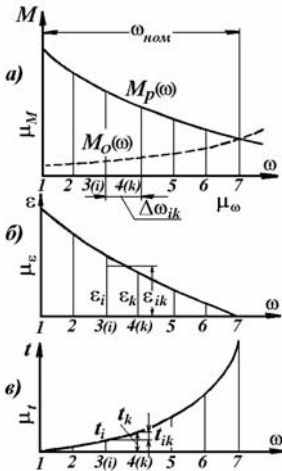


Рис. 4.15. До визначення закону руху ланки приведення при моментах рушійних сил і сил опору, які залежать від кутової швидкості ведучої ланки, і постійному приведенному моменті інерції

відповідає, наприклад, дослідженню руху ланки приведення машинного агрегату, який складається з електродвигуна постійного струму, редуктора і відцентрового вентилятора. Досліджувався період розгону ведучої ланки.

Наводимо рішення задачі (по В.А. Зінов'єву і М.А. Скурідіну) про рух

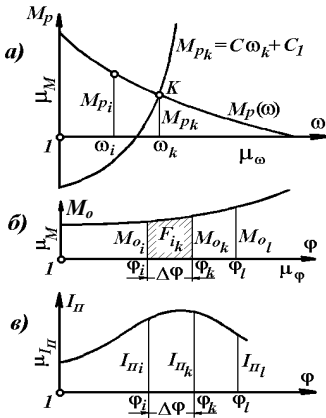


Рис. 4.16. До визначення закону руху ланки приведення при моменти рушійних сил, які залежать від кутової швидкості ланки приведення, моменти сил опору і приведенному моменті інерції, які залежать від кута повороту цієї ж ланки

ланки приведення у випадку, коли приведений момент рушійних сил M_p залежить від швидкості ланки приведення: $M_p = M_p(\omega)$, приведений момент сил опору M_o залежить від кута повороту φ ланки приведення: $M_o = M_o(\varphi)$, і приведений момент інерції механізму I_{II} також залежить від цього кута: $I_{II} = I_{II}(\varphi)$. Такий випадок має місце, наприклад, при динамічному дослідженні машинного агрегату, який складається з електродвигуна, коробки швидкостей і поперечно-стругального верстату, в основу якого входить кулісний механізм зі змінним передаточним відношенням.

Маємо: момент рушійних сил $M_p = M_p(\omega)$ (рис. 4.16, а), момент сил опору $M_o = M_o(\varphi)$ (рис. 4.16, б) та приведений момент інерції механізму $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ (рис. 4.16, в) при початкових умовах: $\omega = \omega_i$ при

$\varphi = \varphi_i$.

Напишемо рівняння руху стосовно переміщення ланки приведення з i -го положення в k -е.

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_p(\omega) d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_o(\varphi) d\varphi - = \frac{I_{II_k} \cdot \omega_k^2}{2} - \frac{I_{II_i} \cdot \omega_i^2}{2}. \quad (4.29)$$

Якщо припустити, що в межах малого кроку інтегрування $\Delta\varphi = \varphi_k - \varphi_i$ момент рушійних сил M_p змінюється лінійно, то можна значення першого інтегралу в лівій частині рівняння (4.29) представити у вигляді

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_p(\omega) d\varphi = \frac{M_{pk} + M_{pi}}{2} \Delta\varphi. \quad (4.30)$$

Підставляючи значення цього інтегралу в рівняння руху у формі кінетичної енергії і розв'язуючи його відносно невідомого рушійного моменту M_{pk} , в k -му положенні ланки приведення отримуємо

$$M_{pk} = \frac{I_{pk} \cdot \omega_k^2}{\Delta\varphi} - \frac{I_{pi} \cdot \omega_i^2}{\Delta\varphi} + \frac{2}{\Delta\varphi} \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_o d\varphi - M_{pi} = C \cdot \omega_k^2 + C_1, \quad (4.31)$$

де C і C_1 – сталі і дорівнюють

$$C = \frac{I_{pk}}{\Delta\varphi} \quad \text{і} \quad C_1 = -\frac{I_{pi} \cdot \omega_i^2}{\Delta\varphi} + \frac{2}{\Delta\varphi} \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_o d\varphi - M_{pi}. \quad (4.32)$$

Ці сталі легко вираховуються, оскільки значення приведенного моменту інерції I_{pk} в k -му положенні і I_{pi} в i -му положенні відомі з графіка $I_{II} = I_{II}(\varphi)$; $\Delta\varphi$ – вибраний крок інтегрування; ω_i – кутова швидкість в i -му положенні, відома з початкових умов; рушійний момент M_p в i -му положенні також відомий

(рис. 4.16, *a*), а інтеграл $\int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_o d\varphi$ може бути знайдений з формули

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_k} M_o d\varphi = \mu_M \mu_\varphi \cdot F_{ik}, \quad (4.33)$$

де F_{ik} – площа в мм^2 , яка знаходиться між i -ю і k -ю ординатами та віссю абсцис графіка $M_c = M_c(\varphi)$ (рис. 4.16, *б*); μ_M і μ_φ – масштаби цього графіка.

Шуканий рушійний момент M_{pk} в k -му положенні знаходиться спільним рішенням двох рівнянь: заданого $M_p = M_p(\omega)$ і отриманого (4.31); так, якщо функція $M_p = M_p(\omega)$ задана графіком (рис. 4.16, *a*), то рішення (рис. 4.16, *a*) зведеться до знаходження точки K перетину кривої $M_p = M_p(\omega)$ з параболою, яка представляється рівнянням (4.31) (в показаному на рисунку рішенні стала C_1 взята зі знаком "мінус"). За знайденим значенням M_{pk} знаходиться значення ω_k . Для наступного значення кута φ_l (все рішення повторюється з тією ж послідовністю) знаходиться значення кутової швидкості ω_l . За знайденими значеннями кутової швидкості будується графік залежності $\omega = \omega(\varphi)$.

Приклад 1. Сили, прикладені до ланок механізму, і його маси приведені до ланки AB (рис. 4.17, *a*). Приведені момент рушійних сил M_p і момент сил опору M_o змінюються на протязі перших п'яти обертів ланки AB у відповідності з графіком на рис. 4.17, *б*. Приведений момент інерції I_{II} постійний і дорівнює $I_{II} = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. При куті φ , який дорівнює нулю, кутова швидкість ω ланки AB також дорівнює нулю. Необхідно визначити величину кутової швидкості ω ланки AB через п'ять обертів від початку його руху.

Вирішення. 1) знаходимо кут повороту ланки AB за п'ять його обертів. Він дорівнює $\varphi_5 = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$ рад.

Відрізок x_5 на графіку моментів, відповідний куту $\varphi_5 = 10\pi$ рад за масштабу по осі абсцис $\mu_\varphi = 0,1\pi$ рад/мм, дорівнює

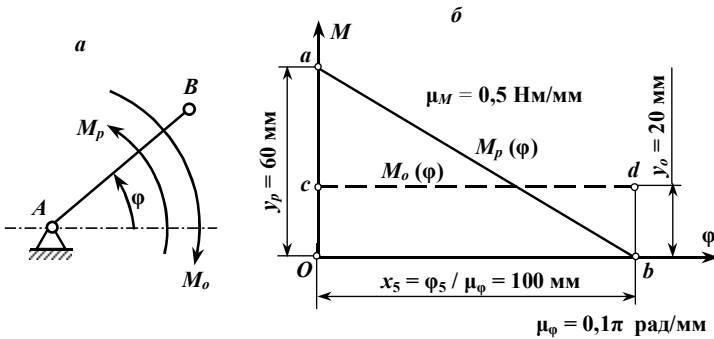


Рис. 4.17. Визначення кутової швидкості ланки приведення через п'ять обертів з моменту початку її руху

$$x_5 = \frac{\varphi_5}{\mu_\varphi} = \frac{10\pi}{0,1\pi} = 100 \text{ мм}.$$

2) знаходимо роботу рушійних сил A_p і роботу сил опору A_o на куті φ_5 повороту ланки AB .

Робота рушійний сил A_p дорівнює

$$A_p = \int_0^{\varphi_5} M_p d\varphi = \mu_\varphi \mu_M \cdot n l (Oab) = \mu_\varphi \mu_M \frac{y_p x_5}{2} = 0,1\pi \cdot 0,5 \frac{60 \cdot 100}{2} = 150\pi \text{ Нм}.$$

Робота сил опору A_o дорівнює

$$A_o = \int_0^{\varphi_5} M_o d\varphi = \mu_\varphi \mu_M \cdot n l (Ocdb) = \mu_\varphi \mu_M \frac{y_o x_5}{2} = 0,1\pi \cdot 0,5 \cdot 20 \cdot 100 = 100\pi \text{ Нм}.$$

Надлишкова робота на тому ж куті повороту ланки AB дорівнює

$$A = A_p - A_o = T_5 = 150\pi - 100\pi = 50\pi \text{ Нм},$$

де T_5 - кінетична енергія механізму при $\varphi = \varphi_5$.

3) знаходимо кутову швидкість $\omega = \omega_5$ при $\varphi_5 = 10\pi$ з формули

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{2A}{I_{II}}} + \omega_0^2 = \sqrt{\frac{2A}{I_{II}}};$$

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot 50\pi}{0,1}} = \sqrt{1000\pi} = 56 \text{ сек}^{-1}.$$

Приклад 2. Сили, прикладені до ланок механізму, і його маси приведені до ланки AB (рис. 4.18, а). Рух ланки AB прийнято усталеним. Одному циклу цього руху відповідає один оберт ланки AB на кут φ_p , який дорівнює 2π . Кутова швидкість ω при $\varphi = 0$ дорівнює $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$. Момент сил опору M_o змінюється у відповідності з графіком на рис. 4.18, б,

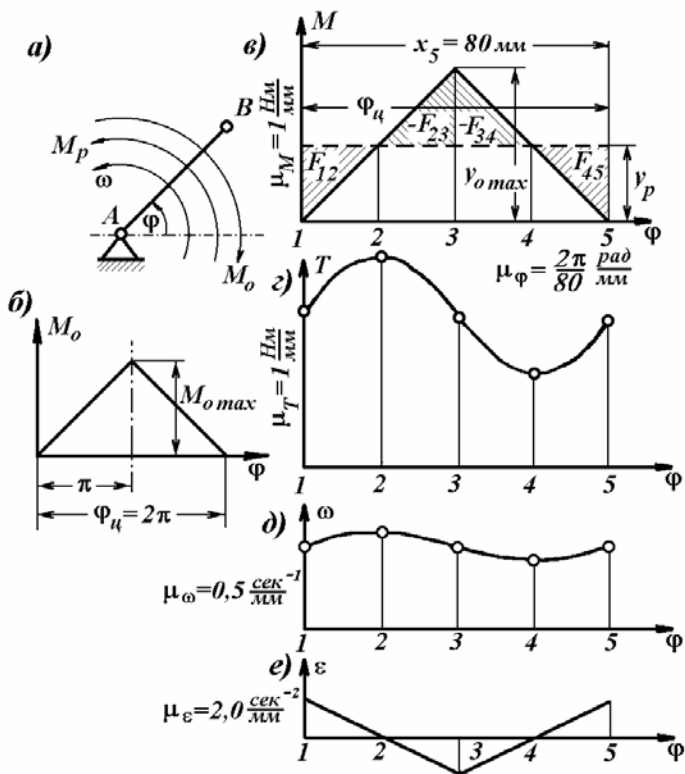


Рис. 4.18. Визначення законів зміни кутової швидкості і кутового прискорення ланки приведення на протязі одного її оберта, який відповідає одному циклу усталеного руху

причому його максимальне значення дорівнює 40 Нм. Момент рушійних сил M_p постійний на всьому циклі руху ланки AB . Приведений момент інерції I_n також сталий і дорівнює $I_n = 0,8$ кг · м². Треба побудувати графіки зміни кінетичної енергії $T = T(\varphi)$, кутової швидкості $\omega = \omega(\varphi)$ та кутового прискорення $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$ ланки AB , а також знайти коефіцієнт δ нерівномірності обертання ланки AB .

Вирішення. 1) знаходимо значення постійного рушійного моменту M_p , виходячи з того, що за цикл усталеного руху робота рушійних сил A_p дорівнює роботі сил опору A_o :

$$M_p \cdot 2\pi = \frac{M_{o\max} \cdot 2\pi}{2}, \text{ звідки } M_p = \frac{M_{o\max}}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ Нм.}$$

Графіки моментів рушійних сил M_d і моментів сил опору M_o побудовані в загальній для них системі координат (рис. 4.18, е). Масштаби графіків прийняті рівними по осі абсцис

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{x_5} = \frac{2\pi}{80} = \frac{\pi}{40} \text{ рад} \quad (\text{оскільки відрізок } x_5 \text{ прийнятий рівним } 80 \text{ мм}), \text{ по осі ординат}$$

$$\mu_M = 1 \text{ Нм/мм.}$$

2) обчислюємо значення кінетичної енергії T ланки AB . Для цього кут φ_u повороту ланки AB ділимо на ряд рівних частин, в нашому випадку на чотири, і на графіку (рис. 4.18, е) розмічаємо ділянки F_{12} , F_{23} , і F_{45} , які пропорційні надлишковим роботам відповідно на ділянках 1-2, 2-3, 3-4 і 4-5 кута φ_u . Ці площі в нашому прикладі за абсолютною величиною однакові

і дорівнюють $\frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ мм}^2$. Значення надлишкових робіт A_{12} , A_{23} , A_{34} і A_{45} пропорційні цим ділянкам:

$$A_{12} = \mu_M \mu_\varphi F_{12} = 1,0 \frac{\pi}{40} \cdot 200 = 5\pi \text{ Дж},$$

$$A_{23} = -5\pi \text{ Дж}, \quad A_{34} = -5\pi \text{ Дж} \quad \text{і} \quad A_{45} = 5\pi \text{ Дж}.$$

Значення кінетичної енергії T для кожного положення ланки будуть дорівнювати:

$$T_1 = \frac{I_{II} \omega_0^2}{2} = \frac{0,8 \cdot 10^2}{2} = 40 \text{ Дж}, \quad T_2 = T_1 + A_{12} = 40 + 5\pi = 55,7 \text{ Дж},$$

$$T_3 = T_2 - A_{23} = 55,7 - 5\pi = 40 \text{ Дж}, \quad T_4 = T_3 - A_{34} = 40 - 5\pi = 34,3 \text{ Дж},$$

$$T_5 = T_4 + A_{45} = 34,3 + 5\pi = 40 \text{ Дж}.$$

За отриманими значеннями кінетичної енергії будемо графік залежності її від кута φ (рис. 4.18, з). Масштаб його по осі ординат приймаємо $\mu_T = 1,0 \text{ Дж/мм}$.

3) знаходимо значення кутової швидкості ω ланки AB за формулою $\omega_i = \sqrt{\frac{2T_i}{I_{II}}}$:

$$\omega_1 = \omega_0 = 10 \text{ сек}^{-1}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{2T_2}{I_{II}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 55,7}{0,8}} = 11,3 \text{ сек}^{-1},$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{2T_3}{I_{II}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{0,8}} = 10 \text{ сек}^{-1}, \quad \omega_4 = \sqrt{\frac{2T_4}{I_{II}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 34,3}{0,8}} = 7,8 \text{ сек}^{-1},$$

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{2T_5}{I_{II}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{0,8}} = 10 \text{ сек}^{-1}.$$

За знайденими значеннями кутової швидкості ω будемо графік $\omega = \omega(\varphi)$ (рис. 4.18, д), масштаб його по осі ординат приймаємо $\mu_\omega = 0,5 \text{ с}^{-1}/\text{мм}$.

4) визначаємо значення кутового прискорення ε ланки AB за формулою (4.20, а):

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{p1} - M_{o1}}{I_{II}} = \frac{M_{p1} - 0}{I_{II}} = \frac{20}{0,8} = 25 \text{ сек}^{-2},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{M_{p2} - M_{o21}}{I_n} = \frac{20 - 20}{0,8} = 0, \quad \varepsilon_3 = \frac{M_{p3} - M_{o3}}{I_{II}} = \frac{20 - 40}{0,8} = -25 \text{ сек}^{-2},$$

$$\varepsilon_4 = \frac{M_{p4} - M_{o4}}{I_{II}} = \frac{20 - 20}{0,8} = 0, \quad \varepsilon_5 = \frac{M_{p5} - M_{o5}}{I_{II}} = \frac{M_{p5}}{I_{II}} = \frac{20}{0,8} = 25 \text{ сек}^{-2}.$$

За знайденими значеннями ε будемо графік залежності його від кута повороту ланки AB (рис. 4.18, *e*), масштаб по осі ординат графіка приймаємо $\mu_\varepsilon = 2,0 \text{ с}^{-2}/\text{мм}$.

5) знаходимо коефіцієнт δ нерівномірності руху ланки AB за формулою

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{сеп}}}, \quad (4.34)$$

де $\omega_{\text{сеп}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} = \frac{11,3 + 7,8}{2} = 9,55 \text{ сек}^{-1}$; підставляючи значення максимальної ω_{\max} ,

мінімальної ω_{\min} і середньої $\omega_{\text{сеп}}$ кутових швидкостей в формулу (4.34), знаходимо значення коефіцієнта δ нерівномірності руху ланки AB :

$$\delta = \frac{11,3 - 7,8}{9,55} = 0,366.$$

Приклад 3. Зберігаючи умови прикладу 2, потрібно для одного циклу усталеного руху ланки AB побудувати діаграму Віттенбауера, тобто графік $T = T(I_{II})$ залежності кінетичної енергії T від приведенного моменту інерції I_{II} . Як відомо, промінь OK (рис. 4.19), який з'єднує початок координат O з довільно обраною точкою K на кривій $T = T(I_{II})$, утворює з віссю OI_{II} кут, тангенс якого пропорційний квадрату кутової швидкості ω_k ланки приведення в положенні, яке відповідає положенню k ланки AB . Звідси

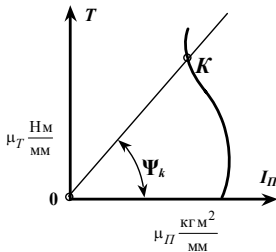


Рис. 4.19. Властивості діаграми Віттенбауера

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_{I_{II}}} \operatorname{tg} \psi_k} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_{I_{II}}}} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \psi_k}. \quad (4.35)$$

Рішення. 1) будемо графіки моментів рушійних сил і сил опору $M_p = M_p(\varphi)$ і $M_o = M_o(\varphi)$ (рис. 4.20, *a*) таж ж, як і в прикладі 2.

2) будемо графік кінетичної енергії $T = T(\varphi)$ такий же, як в прикладі 2 (рис. 4.20, *b*).

3) будемо графік залежності приведенного моменту інерції $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ від кута повороту φ ланки приведення AB (рис. 4.20, *в*); цей графік побудовано в осях координат, розвернутих на 90° відносно свого звичайного положення. В нашому прикладі графік $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ – пряма, паралельна осі φ .

4) будемо діаграму Віттенбауера $T = T(I_{II})$. Для цього продовжуємо осі абсцис графіків $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ і $T = T(\varphi)$ до їх перетину в точці O (рис. 4.20, *г*). Ця точка є початком координат

діаграми $T = T(I_{II})$. Точки самої лінії діаграми $T = T(I_{II})$ будуються подібним чином. Через кінець ординати (рис. 4.20, в) проводимо пряму, паралельну осі абсцис графіка $I_{II} = I_{II}(\varphi)$, до перетину її з прямою, проведеною через кінець ординати T_1 (рис. 4.20, б) паралельно осі абсцис графіка $T = T(I_{II})$ (рис. 4.20, з). Точка їх перетину є точка 1 діаграми $T = T(I_{II})$ (рис. 4.20, з). Аналогічно будемо інші точки діаграми $T = T(I_{II})$. В нашому прикладі ця діаграма є прямою лінією, тому що приведений момент інерції I_{II} сталий.

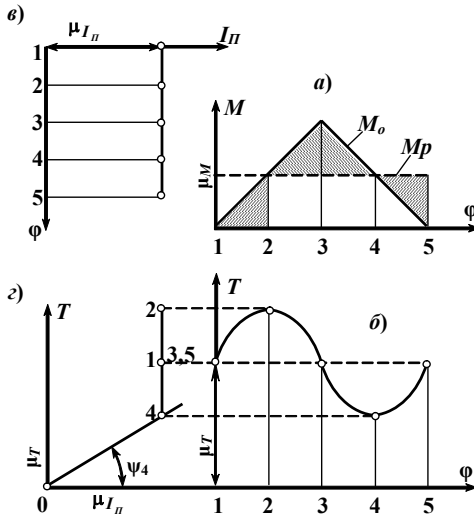


Рис. 4.20. Побудова діаграми Віттенбауера для одного циклу усталеного руху ланки приведення

Якщо з'єднати, наприклад, точку O з точкою 4, то промінь $O-4$ і вісь OI_{II} утворюють кут ψ_4 , тангенс якого пропорційний кутовій швидкості ω_4 ланки приведення AB в його четвертому положенні. Кутову швидкість ω_4 знайдемо з рівності

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_{I_{II}}}} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \psi_4}.$$

Приклад 4. Ланка приведення AB (рис. 4.21, а) починає рухатись з положення 1, коли кут $\varphi = 0$ і його кутова швидкість ω також дорівнює нулю.

Приведений момент рушійних сил M_p змінюється в межах першого оберту ланки AB за графіком на рис. 4.21, б, задовольняючи рівнянню

$$M_p = M_{p \max} - q\varphi \text{ Нм,}$$

де $M_{p \max}$ — максимальне значення M_p , яке дорівнює $M_{p \max} = 24 \cdot 10^{-2}$ Нм; q — жорсткість пружини, яка приводить в рух ланку AB . Приведений момент сил опору дорівнює нулю, приведений момент інерції I_{II} змінюється у відповідності з графіком на рис. 4.21, в. Його зна-

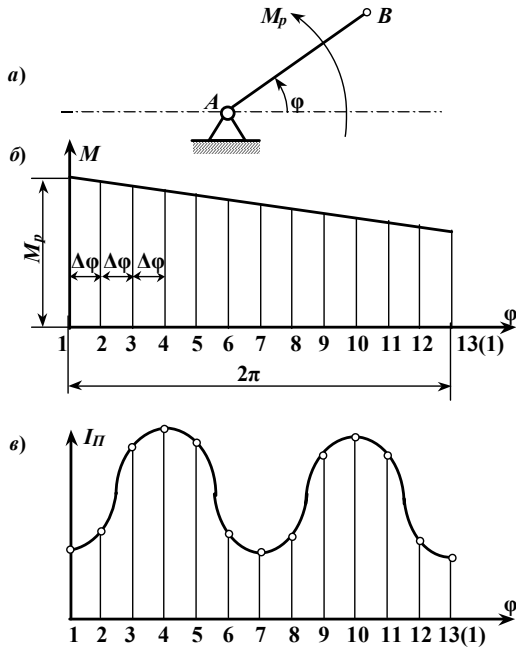


Рис. 4.21. Визначення закону руху ланки приведення за моменту рушійних сил, що залежать від кута повороту ланки приведення, приведенного моменту інерції, який також залежить від цього кута, і моменту сил опору, що дорівнює нулю

чення для окремих положень ланки AB дорівнюють:

$$I_{n_1} = I_{n_7} = I_{n_{13}} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2,$$

$$I_{n_2} = I_{n_6} = I_{n_8} = I_{n_{12}} = 3,25 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2,$$

$$I_{n_3} = I_{n_5} = I_{n_9} = I_{n_{11}} = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2,$$

$$I_{n_4} = I_{n_{10}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2.$$

Для першого повного обертю ланки AB необхідно побудувати графік його кутової швидкості $\omega = \omega(\varphi)$ в функції кута φ повороту і графік часу його руху $t = t(\varphi)$ в функції того ж кута φ , а також знайти час t_{13} , за який ланка AB виконає повний оберт навколо своєї осі A .

Вказівка. Кут повороту ланки AB , який відповідає одному обертю, потрібно розділити

на 12 рівних частин.

Вирішення. 1) знаходимо значення рушійного моменту M_p для кожного положення ланки AB . Для цього в рівність $M_p = M_{p_{\max}} - q\varphi$ послідовно підставляємо значення поточного кута φ повороту ланки AB . Отримуємо

$$M_{p_1} = 24 \cdot 10^{-2} - q \cdot 0 = 24 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_2} = 24 \cdot 10^{-2} - \frac{6 \cdot 10^{-2}}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{12} = 23 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$M_{p_3} = 24 \cdot 10^{-2} - \frac{6 \cdot 10^{-2}}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{2\pi}{12} = 22 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$M_{p_4} = 21 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_5} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_6} = 19 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$M_{p_7} = 18 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_8} = 17 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_9} = 16 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$M_{p_{10}} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_{11}} = 14 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}, \quad M_{p_{12}} = 13 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$M_{p_{13}} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}.$$

2) підраховуємо значення надмірних робіт A на кожному інтервалі переміщення ланки AB :

$$A_{12} = \frac{M_{p_1} + M_{p_2}}{2} \Delta\varphi = \frac{M_{p_1} + M_{p_2}}{2} \cdot \frac{2\pi}{12} = \frac{24 \cdot 10^{-2} + 23 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0393\pi \text{ Дж},$$

$$A_{23} = \frac{23 \cdot 10^{-2} + 22 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0375\pi \text{ Дж},$$

$$A_{34} = \frac{22 \cdot 10^{-2} + 21 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0358\pi \text{ Дж},$$

$$A_{45} = \frac{221 \cdot 10^{-2} + 20 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0341\pi \text{ Дж},$$

$$A_{56} = \frac{20 \cdot 10^{-2} + 19 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0325\pi \text{ Дж},$$

$$A_{67} = \frac{19 \cdot 10^{-2} + 18 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0308\pi \text{ Дж},$$

$$A_{78} = \frac{18 \cdot 10^{-2} + 17 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0292\pi \text{ Дж},$$

$$A_{89} = \frac{17 \cdot 10^{-2} + 16 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0275\pi \text{ Дж},$$

$$A_{9,10} = \frac{16 \cdot 10^{-2} + 15 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0258 \pi \text{ Дж},$$

$$A_{10,11} = \frac{15 \cdot 10^{-2} + 14 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0242 \pi \text{ Дж},$$

$$A_{11,12} = \frac{14 \cdot 10^{-2} + 13 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0225 \pi \text{ Дж},$$

$$A_{12,13} = \frac{13 \cdot 10^{-2} + 12 \cdot 10^{-2}}{12} \pi = 0,0208 \pi \text{ Дж}.$$

Далі за формулою (4.16) знаходимо значення кінетичної енергії T для кожного положення ланки AB :

$$\begin{aligned} T_1 &= 0 \text{ (тому що при } \varphi = 0, \omega = 0), \\ T_2 &= T_1 + A_{12} = 0 + 0,0393 \pi = 0,0393 \pi \text{ Дж}, \\ T_3 &= T_2 + A_{23} = 0,0393 \pi + 0,0375 \pi = 0,0768 \pi \text{ Дж}, \\ T_4 &= 0,1126 \pi \text{ Дж}, \quad T_5 = 0,1467 \pi \text{ Дж}, \quad T_6 = 0,1792 \pi \text{ Дж}, \quad T_7 = 0,2100 \pi \text{ Дж}, \\ T_8 &= 0,2392 \pi \text{ Дж}, \quad T_9 = 0,2667 \pi \text{ Дж}, \quad T_{10} = 0,2925 \pi \text{ Дж}, \quad T_{11} = 0,3167 \pi \text{ Дж}, \\ T_{12} &= 0,3392 \pi \text{ Дж}, \quad T_{13} = 0,3600 \pi \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Знаходимо значення кутової швидкості ω ланки AB для кожного його положення за

формулою $\omega_i = \sqrt{\frac{2T_i}{I_{Pi}}}$:

$$\omega_1 = 0,$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2T_2}{I_{P2}}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 0,039}{3 \cdot 25 \cdot 10^{-5}}} = \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{0,039}{3,25 \cdot 10^{-5}}} = 2,52\sqrt{1200} = 85,5 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_3 = 2,52\sqrt{\frac{0,07688}{5,51 \cdot 10^{-5}}} = 2,52\sqrt{1400} = 93,6 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_4 = 107,5 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_5 = 129 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_6 = 129 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_7 = 209 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_8 = 214 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_9 = 174 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{10} = 175 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{11} = 190 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{12} = 255 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{13} = 274 \text{ с}^{-1}.$$

4) визначасмо час Δt , який відповідає повороту ланки AB на кут $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$,

вважаючи, що в межах кута $\Delta\varphi$ кутова швидкість змінюється за лінійним законом. Розрахунки ведемо за формулою (4.17):

$$\Delta t_{12} = \frac{\Delta\varphi}{\omega_{12}} = \frac{\pi}{6 \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right)} = \frac{\pi}{3(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{\pi}{3(0 + 85,5)} = 1,045 \frac{1}{85,5} = 0,0122 \text{ с},$$

$$\Delta t_{23} = \frac{\pi}{3(\omega_2 + \omega_3)} = \frac{\pi}{3(85,5 + 93,6)} = 1,045 \frac{1}{179} = 0,00584 \text{ с},$$

$$\Delta t_{34} = 1,045 \frac{1}{201,1} = 0,0052 \text{ с}, \quad \Delta t_{45} = 1,045 \frac{1}{236,1} = 0,00444 \text{ с},$$

$$\Delta t_{56} = 1,045 \frac{1}{314} = 0,0333 \text{ с}, \quad \Delta t_{67} = 1,045 \frac{1}{394} = 0,00266 \text{ с},$$

$$\Delta t_{78} = 1,045 \frac{1}{423} = 0,00247 \text{ с}, \quad \Delta t_{89} = 1,045 \frac{1}{388} = 0,00269 \text{ с},$$

$$\Delta t_{9,10} = 1,045 \frac{1}{349} = 0,00300 \text{ с}, \quad \Delta t_{10,11} = 1,045 \frac{1}{365} = 0,00287 \text{ с},$$

$$\Delta t_{11,12} = 1,045 \frac{1}{445} = 0,00233 \text{ с}, \quad \Delta t_{12,13} = 1,045 \frac{1}{529} = 0,00198 \text{ с}.$$

Далі визначаємо час t_k , за який ланка AB переміщується з початкового положення в k -е, за формулою (4.18):

$$\begin{aligned} t_1 &= 0, \quad t_2 = 0 + t_{12} = 0 + 0,0122 = 0,0122 \text{ с}, \\ t_3 &= t_2 + t_{23} = 0,0122 + 0,0058 = 0,018 \text{ с}, \\ t_4 &= t_3 + t_{34} = 0,018 + 0,0052 = 0,0232 \text{ с}, \\ t_5 &= 0,0232 + 0,00444 = 0,0276 \text{ с}, \\ t_6 &= 0,0309 \text{ с}, \quad t_7 = 0,0336 \text{ с}, \quad t_8 = 0,0361 \text{ с}, \\ t_9 &= 0,03879 \text{ с}, \quad t_{10} = 0,04179 \text{ с}, \quad t_{11} = 0,04466 \text{ с}, \\ t_{12} &= 0,04696 \text{ с}, \quad t_{13} = 0,04894 \text{ с}. \end{aligned}$$

На рис. 4.22 побудовані графіки кінетичної енергії $T = T(\varphi)$ (рис. 4.22, *a*), приведенного моменту інерції $I_H = I_H(\varphi)$ (рис. 4.22, *б*), кутової швидкості $\omega = \omega(\varphi)$ (рис. 4.22, *в*), і часу $t = t(\varphi)$ (рис. 4.22, *г*) в залежності від кута φ повороту ланки AB .

Приклад 5. Ланка приведення AB (рис. 4.23, *a*) починає рухатись з положення 1, коли $\varphi = 0$ і $\omega = 0$.

Приведений момент рушійних сил M_p змінюється у відповідності з графіком рис. 4.23, *б* за рівнянням

$$M_p = M_{p \max} - q\varphi \text{ Нм}, \quad (4.36)$$

$$\text{де } M_{p \max} = 24 \cdot 10^{-2} \text{ Нм і } q = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{\pi} \text{ Нм}.$$

Приведений момент сил опору M_o змінюється у відповідності з графіком рис. 4.23, *в* за рівнянням

$$M_o = M_{o0} + \frac{10^{-5}}{6} \omega^2 \text{ Нм}, \quad (4.37)$$

$$\text{де } M_{o0} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}.$$

Приведений момент інерції I_H змінюється згідно графіка рис. 4.23, *г*. Його окремі значення для відповідних положень ланки AB будуть дорівнювати

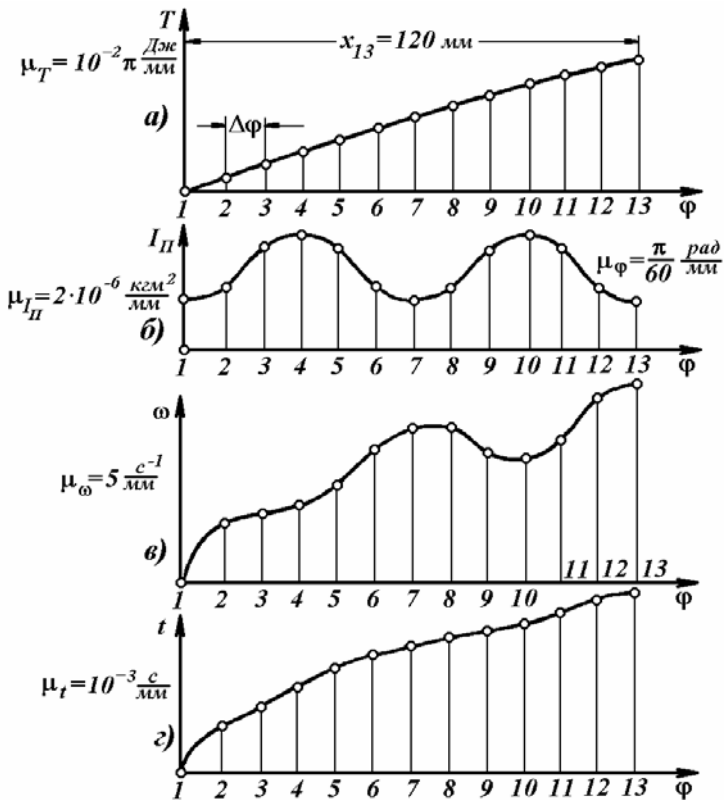


Рис. 4.22. Графіки залежності від кута повороту ланки приведення:
 а) кінетичної енергії T , б) приведенного моменту інерції I_n ,
 в) кутової швидкості ω , з) часу t

$$I_{n_1} = I_{n_7} = I_{n_{13}} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2, \quad I_{n_2} = I_{n_6} = I_{n_8} = I_{n_{12}} = 3,25 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2,$$

$$I_{n_3} = I_{n_5} = I_{n_9} = I_{n_{11}} = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2, \quad I_{n_4} = I_{n_{10}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2.$$

Для першого повного обертання ланки AB побудувати графік його кутової швидкості $\omega = \omega(\varphi)$ в функції кута повороту φ .

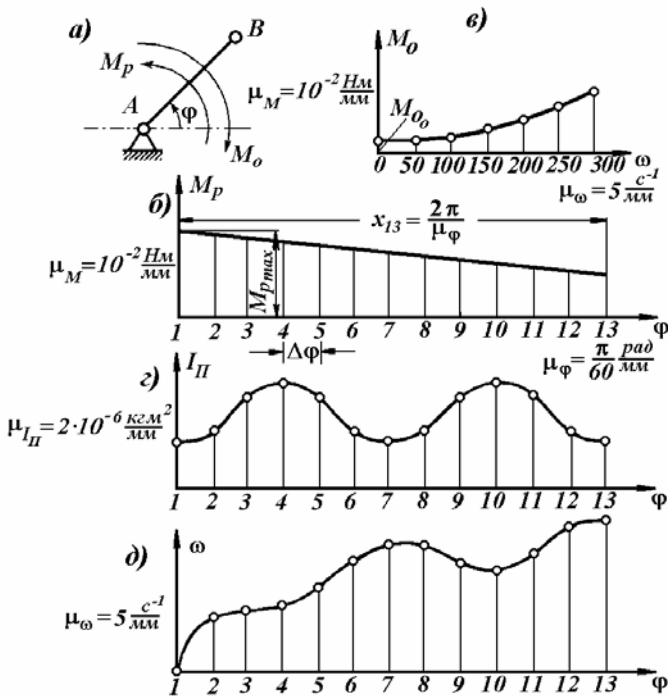


Рис. 4.23. До прикладу 5. Визначення кутової швидкості ланки приведення при моменті рушійних сил і приведенному моменті інерції, які залежать від кута повороту ланки приведення, і моменті сил опору, що залежить від кутової швидкості тієї ж ланки

Вказівка. Для розв'язання прикладу кут повороту ланки AB , який відповідає одному обертові, потрібно поділити на 12 рівних частин.

Відмітимо, що за характером заданих величин даний приклад є випадком, який було розглянуто вище (при вирішенні задачі за В.А. Зин'євим і М.А. Скуридіним). Різниця лише в тому, що тут $M_p = M_p(\varphi)$, $M_o = M_o(\varphi)$, а там $M_p = M_p(\omega)$, $M_o = M_o(\omega)$.

Виведемо формулу, яка дозволить розв'язати поставлену задачу.

Складемо рівняння руху ланки AB в формі закону кінетичної енергії

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_p d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_o d\varphi = \frac{I_{\Pi_i} \omega_i^2}{2} - \frac{I_{\Pi_0} \omega_0^2}{2} \text{ стосовно до повороту цієї ланки на кут } \Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k :$$

$$\int_{\Phi_k}^{\Phi_{k+1}} M_p d\varphi - \int_{\Phi_k}^{\Phi_{k+1}} M_o(\omega) d\varphi = \frac{I_{\Pi_{k+1}} \omega_{k+1}^2}{2} - \frac{I_{\Pi_k} \omega_k^2}{2}, \quad (4.38)$$

де

$$\int_{\Phi_k}^{\Phi_{k+1}} M_p d\varphi = \frac{M_{p_k} + M_{p_{k+1}}}{2} \Delta\varphi,$$

тому що заданий закон зміни $M_p(\varphi)$ - лінійний.

Якщо прийняти, що на переміщенні ланки AB , що дорівнює $\Delta\varphi$, момент M_o змінюється за лінійним законом, то

$$\int_{\Phi_k}^{\Phi_{k+1}} M_o(\omega) d\varphi = \frac{M_{o_k} + M_{o_{k+1}}}{2} \Delta\varphi.$$

Підставляючи значення двох останніх інтегралів в формулу (4.38), отримуємо

$$\frac{M_{p_k} + M_{p_{k+1}}}{2} \Delta\varphi - \frac{M_{o_k} + M_{o_{k+1}}}{2} \Delta\varphi = \frac{I_{\Pi_{k+1}} \omega_{k+1}^2}{2} - \frac{I_{\Pi_k} \omega_k^2}{2}. \quad (4.39)$$

З цієї рівності знаходимо невідомий момент сил опору $M_{o_{k+1}}$ у $(k+1)$ -му положенні ланки AB :

$$M_{o_{k+1}} = \frac{I_{\Pi_k} \omega_k^2}{\Delta\varphi} - \frac{I_{\Pi_{k+1}} \omega_{k+1}^2}{\Delta\varphi} + M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - M_{o_k}. \quad (4.40)$$

Приймаючи до уваги, що згідно рівнянню (4.37)

$$M_{o_k} = M_{o_0} + \frac{10^{-5}}{6} \omega_k^2 \text{ Нм},$$

отримуємо

$$M_{o_{k+1}} = \frac{I_{\Pi_k} \omega_k^2}{\Delta\varphi} - \frac{I_{\Pi_{k+1}} \omega_{k+1}^2}{\Delta\varphi} + M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - M_{o_0} - \frac{10^{-5}}{6} \omega_k^2.$$

З іншої сторони, за умовами даного прикладу цей же момент $M_{o_{k+1}}$ визначається рівністю

$$M_{o_{k+1}} = M_{o_0} + \frac{10^{-5}}{6} \omega_{k+1}^2. \quad (4.41)$$

Порівнюючи між собою праві частини рівностей (4.40) і (4.41), отримуємо

$$\frac{I_{\Pi_k} \omega_k^2}{\Delta\varphi} - \frac{I_{\Pi_{k+1}} \omega_{k+1}^2}{\Delta\varphi} + M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - M_{o_0} - \frac{10^{-5}}{6} \omega_k^2 = M_{o_0} + \frac{10^{-5}}{6} \omega_{k+1}^2. \quad (4.42)$$

Вирішимо рівність (4.42) відносно невідомої кутової швидкості ω_{k+1} ланки AB в його $(k+1)$ -му положенні:

$$\left(\frac{I_{пк} - 10^{-5}}{\Delta\varphi} \right) \omega_k^2 + M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - 2M_{o_0} = \left(\frac{I_{пк+1} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} \right) \omega_{k+1}^2,$$

або

$$\left[\left(\frac{I_{пк} - 10^{-5}}{\Delta\varphi} \right) - \frac{10^{-5}}{3} \right] \omega_k^2 + M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - 2M_{o_0} = \left(\frac{I_{пк+1} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} \right) \omega_{k+1}^2.$$

Позначивши

$$\frac{I_{пк} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} = C_k, \quad M_{p_k} + M_{p_{k+1}} - 2M_{o_0} = B_k, \quad \frac{I_{пк+1} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} = C_{k+1},$$

остаточно отримуємо

$$\omega_{k+1} = \sqrt{\frac{C_k \omega_k^2 - \frac{\omega_k^2 \cdot 10^{-5}}{3} + B_k}{C_{k+1}}}. \quad (4.43)$$

Покажемо тепер, як, скориставшись формулою (4.43), знайти значення швидкості ω в намічених положеннях ланки AB .

Починаємо з розрахунку значення ω_2 в другому положенні ланки AB . Маємо

$$C_1 = \frac{I_{п_1} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 6}{\pi} + \frac{10^{-5}}{6} = \frac{18 \cdot 10^{-5}}{\pi} + \frac{10^{-5}}{6} = 5,74 \cdot 10^{-5} + 0,16 \cdot 10^{-5} = 5,9 \cdot 10^{-5},$$

$$B_1 = M_{p_1} + M_{p_2} - 2M_{o_0} = 24 \cdot 10^{-2} + 23 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 41 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

тому що $M_{p_1} = M_{p_{\max}} = 24 \cdot 10^{-2}$ Нм і

$$M_{p_2} = M_{p_{\max}} - q\Delta\varphi = 24 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-2} = 23 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$C_2 = \frac{I_{п_2} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} = \frac{3,25 \cdot 10^{-5} \cdot 6}{\pi} + \frac{10^{-5}}{6} = 6,2 \cdot 10^{-5} + 0,16 \cdot 10^{-5} = 6,36 \cdot 10^{-5},$$

але тому що $\omega_k = \omega_1 = 0$, отримуємо

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{B_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 10^{-2}}{6,36 \cdot 10^{-5}}} = \sqrt{6450} = 80,3 \text{ с}^{-1}.$$

Знаходимо значення ω_3 в третьому положенні ланки AB . Маємо

$$C_2 = \frac{I_{п_2} + 10^{-5}}{\Delta\varphi} = \frac{3,25 \cdot 10^{-5} \cdot 6}{\pi} + \frac{10^{-5}}{6} = 6,36 \cdot 10^{-5},$$

$$B_2 = M_{p_2} + M_{p_3} - 2M_{o_0} = 23 \cdot 10^{-2} + 22 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 39 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

тому що

$$M_{p_1} = M_{p_{\max}} - q \cdot 2\Delta\varphi = 24 \cdot 10^{-2} - \frac{6 \cdot 10^{-2}}{\pi} \cdot 2 \frac{\pi}{6} = 22 \cdot 10^{-2} \text{ Нм},$$

$$C_3 = \frac{I_{p_1}}{\Delta\varphi} + \frac{10^{-5}}{6} = \frac{5,5 \cdot 10^{-5} \cdot 6}{3,14} + \frac{10^{-5}}{6} = 10,5 \cdot 10^{-5} + 0,16 \cdot 10^{-5} = 10,66 \cdot 10^{-5},$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{C_2 \omega_2^2 - \frac{\omega_2^2 \cdot 10^{-5}}{3} + B_2}{C_3}} = \sqrt{\frac{(6,36 \cdot 6450 - 2150 + 39000) \cdot 10^{-5}}{10,66 \cdot 10^{-5}}} = \sqrt{7275} = 85,0 \text{ с}^{-1}.$$

Аналогічно розраховуємо значення ω для інших дев'яти положень ланки AB . Користуючись формулою (4.43), доцільно звести величини, що до неї входять, в таблицю 4.1.

Таблиця значень величин, які входять до формули (4.43)

Таблиця 4.1.

Положення ланки AB	$\frac{\omega_k^2 \cdot 10^{-5}}{3}$	ω_k^2	C_k	$C_k \cdot \omega_k^2$	B_k
1	00000	0,00000	00,00	0,00000	0,00
2	00000	0,00000	$5,90 \cdot 10^{-5}$	0,00000	0,41
3	6456	0,02152	$6,36 \cdot 10^{-5}$	0,41000	0,39
4	7275	0,02625	$10,66 \cdot 10^{-5}$	0,77843	0,37
5	9674	0,03224	$11,56 \cdot 10^{-5}$	1,12217	0,35
6	13550	0,04552	$10,67 \cdot 10^{-5}$	1,43993	0,33
7	26949	0,08983	$6,35 \cdot 10^{-5}$	1,72476	0,31
8	32965	0,10983	$5,90 \cdot 10^{-5}$	1,94497	0,29
9	33360	0,11120	$6,35 \cdot 10^{-5}$	2,12509	0,27
10	21342	0,07114	$10,67 \cdot 10^{-5}$	2,28389	0,25
11	21230	0,07076	$11,56 \cdot 10^{-5}$	2,46275	0,23
12	24500	0,08166	$10,67 \cdot 10^{-5}$	2,62200	0,21
13	42974	0,14324	$6,36 \cdot 10^{-5}$	2,75034	0,19

Положення ланки AB	C_{k+1}	$C_{k+1} \cdot \omega_{k+1}^2$	ω_{k+3}	ω_{k+1}^2
1	00,00	0,00000	00000	000,0
2	$6,36 \cdot 10^{-5}$	0,41000	6456	80,3
3	$10,66 \cdot 10^{-5}$	0,77843	7275	85,0
4	$11,56 \cdot 10^{-5}$	1,12217	9674	98,3
5	$10,67 \cdot 10^{-5}$	1,43993	13550	116,4
6	$6,35 \cdot 10^{-5}$	1,72476	26949	164,1
7	$5,90 \cdot 10^{-5}$	1,94497	32965	181,5
8	$6,35 \cdot 10^{-5}$	2,12509	33360	182,4
9	$10,67 \cdot 10^{-5}$	2,28389	21342	146,0
10	$11,56 \cdot 10^{-5}$	2,46275	21230	145,7
11	$10,67 \cdot 10^{-5}$	2,62200	24500	156,2
12	$6,36 \cdot 10^{-5}$	2,75034	42974	207,3
13	$5,90 \cdot 10^{-5}$	2,79710	47409	217,7

За отриманими значеннями ω на рис. 4.23, d побудовано графік залежності $\omega = \omega(\varphi)$. Якщо виникне необхідність в знаходженні залежності часу t від кута φ , то необхідно діяти так, як у прикладі 4.

Дані прикладу 5 відрізняються від даних прикладу 4 тільки тим, що до ланки AB окрім рушійного моменту $M_p = M_p(\varphi)$ прикладено момент опору $M_o = M_o(\omega)$. Рекомендується порівняти між собою значення кутових швидкостей, отриманих в прикладах 4 і 5.

Приклад 6. Для кривошипно-повзунного механізму (рис. 4.24, a) знайти значення похідної $\frac{dI_{II}}{d\varphi}$ від приведенного моменту інерції I_{II} по куту φ повороту ланки приведення AB

в положенні $\varphi_1 = 60^\circ$. Дано: розміри ланок $l_{AB} = 0,06$ м, $l_{BC} = 0,3$ м; $l_{BS_2} = 0,075$ м - координата центру мас S_2 ланки 2; маси ланок $m_2 = 3$ кг, $m_3 = 3,5$ кг; момент інерції ланки 2 відносно осі, що проходить через його центр мас, $I_2 = 45 \cdot 10^{-3}$ кг \cdot м².

Вирішення. 1) будемо схему механізму (рис. 4.24, a) в масштабі $\mu_l = 0,002$ м/мм.

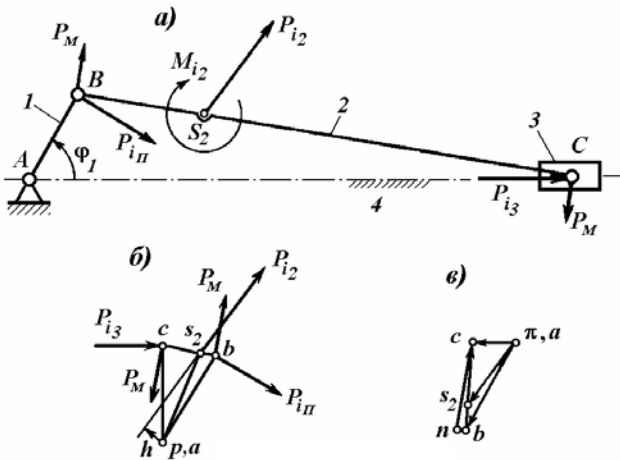


Рис. 4.24. До визначення похідної від приведенного моменту інерції по куту повороту ланки приведення за допомогою важеля Жуковського

2) будемо повернути план швидкостей (рис. 4.24, b) механізму за векторною рівністю

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}.$$

Методом подібності знаходимо на плані швидкостей точку s_2 - кінець вектора швидкості \vec{v}_{s_2} центру мас ланки 2.

3) будемо план прискорень (рис. 4.24, θ) механізму за векторною рівністю

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t.$$

Методом подібності знаходимо на плані прискорень точку s_2 – кінець вектора прискорення a_{s_2} центру мас ланки 2.

4) визначимо інерційне навантаження ланок 2 і 3. Це навантаження для ланки 2 буде складатися з сили інерції \bar{P}_{i_2} , модуль якої дорівнює

$$P_{i_2} = m_2 a_{s_2} = m_2 (\pi s_2) \mu_a = m_2 (\pi s_2) \frac{\omega_1^2 l_{AB}}{(\pi b)},$$

та інерційного моменту M_{i_2} , модуль якого дорівнює

$$M_{i_2} = I_2 \varepsilon = I_2 \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}} = I_2 \frac{(nc) \mu_a}{l_{BC}} = I_2 \frac{(nc) \omega_1^2 l_{AB}}{l_{BC} (\pi b)},$$

де (πs_2) , (nc) і (πb) – відрізки плану прискорень.

Момент M_{i_2} представимо у вигляді пари сил \bar{P}_M і $-\bar{P}_M$, прикладених в точках B і C перпендикулярно до лінії BC (рис. 4.24, a). Модулі цих сил будуть дорівнювати

$$P_M = \frac{M_{i_2}}{l_{BC}} = I_2 \frac{(nc) \omega_1^2 l_{AB}}{l_{BC}^2 (\pi b)}.$$

Для ланки 3 інерційним навантаженням буде тільки сила \bar{P}_{i_3} з модулем

$$P_{i_3} = m_3 a_3 = m_3 (\pi c) \mu_a = m_3 \frac{(\pi c) \omega_1^2 l_{AB}}{(\pi b)},$$

де (πc) – відрізок з плану прискорень.

5) визначаємо за допомогою важеля Жуковського приведену силу. Для цього переносимо знайдені інерційні навантаження у відповідні точки плану швидкостей (рис. 4.24, b).

Окрім того, до точки в плані прикладаємо поки що невідому приведену силу інерції \bar{P}_{in} перпендикулярно до лінії AB (до лінії pb). Запишемо рівність між сумою моментів від інерційного навантаження і моментом від приведеної сили інерції відносно початку p плану швидкостей. З цієї рівності знаходимо модуль приведеної сили інерції \bar{P}_{in} :

$$P_{in} = \frac{P_{i_1}(pc) + P_{i_2}(h) - P_M(bc)}{(pb)},$$

де (pc) , (h) , (bc) і (pb) – відрізки з плану швидкостей.

Модуль приведенного моменту сил інерції мас ланок механізму під час його перманентного руху буде

$$|M_{in}| = P_{in} l_{AB}.$$

Для визначення похідної $dI_n / d\varphi$ момент M_{in} необхідно підставити в формулу (4.23).

Якщо момент M_{in} має напрямок, який співпадає з напрямком, обраним за додатний для кута φ_1 , то його необхідно підставити в формулу (4.23) зі знаком "плюс", а в протилежному випадку – зі знаком "мінус".

Таким чином, шукана похідна $dI_n / d\varphi$ при $\varphi_1 = 60^\circ$ буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \frac{dI_n}{d\varphi_1} &= -\frac{2}{\omega_1^2} M_{in} = -\frac{2}{\omega_1^2} (-P_{In} I_{AB}) = \frac{2}{\omega_1^2} \left[\frac{P_{i_1}(pc) + P_{i_2}(h) - P_M(bc)}{(pb)} \right] = \\ &= \frac{2}{\omega_1^2} \left[\frac{m_3(\pi c)\omega_1^2 I_{AB}}{(\pi c)(pb)} (pc) + \frac{m_2(\pi s_2)\omega_1^2 I_{AB}}{(\pi b)(pb)} (h) - \frac{I_2(nc)\omega_1^2 I_{AB}}{I_{bc}^2(\pi b)(pb)} (bc) \right] I_{AB} = \\ &= \frac{2 \cdot 0,0036}{30 \cdot 30} \left[(3,5 \cdot 12 \cdot 28 + 3 \cdot 24 \cdot 6) - \frac{45 \cdot 10^{-3} \cdot 26 \cdot 15}{0,09} \right] = 0,011304 \text{ кгм}^2, \end{aligned}$$

де $I_{AB} = 0,06 \text{ м}$, $I_{BC} = 0,03 \text{ м}$, $(pb) = (\pi b) = 30 \text{ мм}$, $(\pi c) = 12 \text{ мм}$, $(pc) = 28 \text{ мм}$, $(\pi s_2) = 24 \text{ мм}$, $h = 6 \text{ мм}$, $(nc) = 26 \text{ мм}$, $(bc) = 15 \text{ мм}$ – розміри ланок і відрізки з планів швидкостей і прискорень.

4.4. Визначення махових мас методом Вітгенбауера

Обертання головного валу машинного агрегату визначається взаємодією сил рушійних та сил опору. Рушійні сили (або моменти) залежать від характеристики двигуна, а сили опору в робочій машині залежать головним чином від здійснюваного технологічного процесу. Взаємодія цих двох груп сил визначає миттєве значення кутової швидкості головного валу і прояви її змін. Зміни швидкості обертання головного валу визначають динамічний тиск в кінематичних парах машини, можуть викликати пружні коливання ланок, погіршують умови протікання технологічного процесу.

Нерівномірність руху головного валу називається *нерівномірністю ходу машини* і оцінюється коефіцієнтом нерівномірності

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{сеп}}} \quad \text{або} \quad \delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_{\text{сеп}}} \quad (4.44)$$

Колівання швидкості в середині циклу усталеного руху обумовлюються двома причинами:

- 1) неспівпаданням законів зміни приведених рушійних сил і сил опору;
- 2) змінністю приведенного моменту інерції.

Використанням махових мас вирішується задача регулювання періодичних коливань швидкості обертання головного валу машинного агрегату за усталеного режиму його роботи і, таким чином, всього агрегату.

Махові маси акумулюють прирощення кінетичної енергії машинного аг-

регату, коли робота рушійних сил перевищує роботу сил опору і, отже, головний вал обертається прискорено. При перевищенні роботи сил опору над роботою рушійних сил (при цьому головний вал обертається сповільнено) маховик віддає кінетичну енергію. Таким чином, додаючи в механізм додаткові маси, можливо за того ж самого значення зміни кінетичної енергії зменшити коливання кутової швидкості і довести коефіцієнт нерівномірності до необхідної величини.

При розрахунку махових мас зустрічаються такі варіанти:

1) рушійний момент є функцією положення, а момент опору є постійною величиною (для парових машин, двигунів внутрішнього згорання, турбин);

2) момент опору є функцією положення, а рушійний момент є постійною величиною (для робочих машин: стругальних верстатів, компресорів, поршневих насосів тощо). Якщо в агрегаті є електродвигун, рушійний момент можна вважати постійним лише приблизно, а насправді він залежить від кутової швидкості ротора. Але за малих значень δ припущення щодо постійності рушійного моменту двигуна не вносить суттєвих похибок в результати розрахунку.

Визначення необхідного приведенного моменту інерції I_M махових мас, роль яких виконують не тільки спеціально встановлені маховики, але і всі обертальні ланки машинного агрегату (наприклад, ротор електродвигуна, зубчасті колеса, кулачки, з'єднувальні муфти тощо), проводиться за формулою

$$I_M = \frac{\Delta E_M}{\omega_{cep}^2 \delta}, \quad (4.45)$$

де ΔE_M – максимальна зміна кінетичної енергії махових мас.

Для розрахунку I_M застосовують різні методи знаходження ΔE_M .

Розглянемо принципово точний метод знаходження моменту інерції махових мас, запропонований німецьким вченим Віттенбауером. За методом Віттенбауера будується замкнена крива діаграма енергомас, яка зображує залежність зміни кінетичної енергії від приведенного моменту інерції механізму. До цієї кривої згори і знизу проводяться дотичні, кути нахилу яких відповідають максимальному та мінімальному значенню кутової швидкості кривошипа (ω_{max} і ω_{min}). Тангенси кутів нахилу цих дотичних дорівнюють:

$$\operatorname{tg} \psi_{max} \approx \frac{\mu_I}{2\mu_E} \omega_{cep}^2 (1 + \delta); \quad (4.46)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{min} \approx \frac{\mu_I}{2\mu_E} \omega_{cep}^2 (1 - \delta), \quad (4.47)$$

де μ_I ; μ_E – масштаби графіка $\Delta E = \Delta E(I_{II})$; $\omega_{cep} = \frac{\pi n_{cep}}{30}$.

Якщо побудована діаграма залежності кінетичної енергії від приведеної маси маховика, то формули (4.46) та (4.47) матимуть вигляд:

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} \approx \frac{\mu_m}{2\mu_E} v_{cep}^2 (1 + \delta); \quad (4.48)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} \approx \frac{\mu_m}{2\mu_E} v_{cep}^2 (1 - \delta), \quad (4.49)$$

де v_{cep} – середня швидкість ведучої точки кривошипа; μ_m – масштаб приведеної маси.

Точки перетину дотичних з віссю ординат визначають відрізок kl , по якому можна знайти приведений момент інерції махових мас

$$I_M = \frac{(kl)\mu_E}{\omega_{cep}^2 \delta}, \quad (4.50)$$

де $(kl)\mu_E = \Delta E_M$ – зміна кінетичної енергії махових мас.

Щоб побудувати діаграму $\Delta E = \Delta E(I_{II})$ для одного повного циклу усталеного руху, треба попередньо побудувати графік приведених моментів, робіт, зміни кінетичної енергії, приведенного моменту інерції механізму. Побудова цих графіків має свої особливості для машин-двигунів і робочих машин.

Розглянемо порядок розрахунку для робочої машини на прикладі компресора (рис. 4.1). Рушійну силу в цій машині створює електродвигун, момент якого можна вважати сталим. Корисним опором у компресорі є зусилля на поршні, яке створюється стиснутим газом.

Маючи силу P_3 на поршні, для кожного положення за допомогою рівняння миттєвих потужностей визначаємо значення її приведенного моменту P

$$M_o = \frac{P_3 v_B}{\omega_1}. \quad (4.52)$$

Приведений момент M_o зручно визначити через відрізки планів швидкостей pa і pb :

$$M_o = \frac{P_3 v_B}{v_A} l_{OA} = P_3 l_{OA} \frac{pb}{pa}. \quad (4.53)$$

За даними підрахунків будуюмо графіки зміни приведенного моменту сил опору у функції кута повороту ланки приведення (рис. 4.25, а). Масштаб по осі абсцис дорівнює

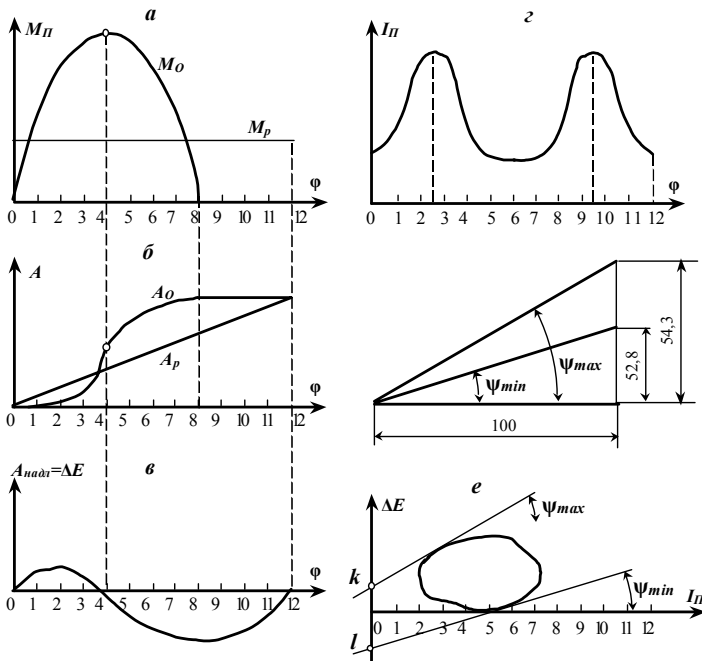


Рис. 4.25. Графічні побудови до визначення моменту інерції маховика методом Вітенбауера

$$\mu_{\phi} = \frac{2\pi}{l}, \text{ рад/мм}, \quad (4.54)$$

де l – відрізок діаграм, який відповідає куту повороту кривошипа на один оберт.

Треба відмітити, що при визначенні приведенного моменту M_o у даному випадку нехтуємо миттєвою потужністю, яка розвивається вагою шагуна G_2 , оскільки ця потужність невелика у порівнянні з потужністю від рушійної сили. Потужність від сили ваги поршневої групи G_3 дорівнює нулю, оскільки поршень виконує горизонтальний зворотньо-поступальний рух і тому кут між вектором швидкості та силою ваги дорівнює 90° (тоді $N = G_3 v_B \cos 90^\circ$). Кривошип 1 вважається зрівноваженим. Графічно інтегруючи криву приведенного моменту M_o за методом хорд, будемо графік роботи сил опору A_o (рис. 4.25, б). Масштаб отриманого графіка визначається за формулою:

$$\mu_A = \mu_M \mu_\phi h, \quad (4.55)$$

де μ_M – масштаб приведених моментів; μ_ϕ – масштаб кутів; h – полюсна відстань для графічного інтегрування, мм.

Приведений момент рушійних сил, що розвиваються електродвигунами, приймається постійним і діючим на протязі всього циклу усталеного руху. Виходячи з цього, а також враховуючи умови усталеного руху, отримуємо графік роботи сил рушійних A_p у вигляді прямої лінії, яка з'єднує початок і кінець графіка роботи сил опору. Тут нехтуємо роботою сил тертя та інших шкідливих опорів. При необхідності ця робота враховується коефіцієнтом корисної дії машини η (середнім для циклу усталеного руху) наступним чином:

$$A_p - A_{к.о.} - A_{ш.о.} = 0; \quad A_{ш.о.} = \phi A_p; \quad A_p(1 - \phi_0) - A_{к.о.} = 0; \quad 1 - \phi_0 = \eta;$$

$$A_p = \frac{A_{к.о.}}{\eta}, \quad (4.56)$$

де ϕ_0 – коефіцієнт втрат в машині; $A_{к.о.}$ – робота сил корисного опору; $A_{ш.о.}$ – робота сил шкідливого опору.

Графічно віднімаючи ординату кривої A_o від ординати кривої A_p , будемо графік зміни кінетичної енергії механізму (надлишкової роботи) $\Delta E = A_{надл} = A_p - A_o$ (рис. 4.25, в). Для зручності побудови на кресленні масштаб μ_E можна прийняти відмінним від масштабу μ_A .

Розраховуємо значення приведенного моменту інерції ланок механізму, виходячи з рівняння значень кінетичної енергії ланок механізму і ланки приведення:

$$I_{II} = I_O + I_{S_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_S}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_B}{\omega_1} \right)^2. \quad (4.57)$$

Приведений момент інерції зручніше записати через відповідні відрізки планів швидкостей:

$$I_{II} = I_O + I_{S_2} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \left(\frac{ab}{pa} \right)^2 + m_2 r^2 \left(\frac{ps}{pa} \right)^2 + m_3 r^2 \left(\frac{pb}{pa} \right)^2, \quad (4.58)$$

де I_O – момент інерції кривошипа відносно осі обертання; I_{S_2} – момент інерції шатуна; r – радіус кривошипа; l – довжина шатуна; m_2 – маса шатуна; m_3 – маса поршневої групи.

На підставі розрахунків будемо графік зміни приведенного моменту інерції як функцію кута повороту ланки приведення (рис. 4.25, з).

Маючи графіки $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ та $I_{II} = I_{II}(\varphi)$, будуємо графік зміни кінетичної енергії в функції приведенного моменту інерції (діаграму Вітгенбауера) (рис. 4.25, е). Проводимо до кривої $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ дотичні: зверху під кутом ψ_{\max} і знизу під кутом ψ_{\min} . Тангенси цих кутів визначаються з формул (4.46), (4.47). Для більш точного проведення дотичних слід застосувати побудову кутів ψ_{\max} та ψ_{\min} за їх тангенсами. Нехай, наприклад, $\text{tg } \psi_{\max} = 0,543$; $\psi_{\max} = 28^\circ 30'$; $\text{tg } \psi_{\min} = 0,528$; $\psi_{\min} = 27^\circ 50'$. Тоді побудова зрозуміла з рис. 4.25, д. Вимірявши відрізок kl в мм, який відсікається дотичними на осі ΔE , з формули (4.50) знайдемо приведений момент інерції махових мас.

Іноді для зручності графік $I_{II} = I_{II}(\varphi)$ можна будувати без врахування моменту інерції ланки приведення I_O , тобто в цьому випадку розрахунок ведеться по формулі

$$I_{II} = I_{S2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_S}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_B}{\omega_1} \right)^2. \quad (4.59)$$

Тоді при визначенні I_M треба з результату, отриманого по формулі (4.50), відняти величину I_O :

$$I_M = \frac{(kl)\mu_E}{\omega_{\text{сеп}}^2 \delta} - I_O. \quad (4.60)$$

Маховик звичайно виконується у вигляді колеса, яке має масивний обід, що з'єднується з втулкою спицями. Якщо знехтувати моментами інерції спиць і втулки і рахувати масу маховика зосередженою на його ободі, то, скориставшись формулою для моменту інерції тонкого кільця, отримаємо

$$I_M = \frac{G}{g} \cdot \frac{D^2}{4}, \quad (4.61)$$

де G – вага махового колеса; g – прискорення сил тяжіння; D – середній діаметр обода.

З написаного рівняння витікає

$$GD^2 = 4gI_M. \quad (4.62)$$

Добуток ваги маховика на квадрат його діаметра називається *маховим моментом*. На практиці замість моменту інерції звичайно користуються маховим моментом. Зокрема, в каталогах електродвигунів звичайно вказують значення махових моментів роторів.

За значенням GD^2 можна знайти необхідну вагу маховика, якщо відомий його діаметр, величина якого обирається у більшості випадків з чисто конструктивних міркувань. Звичайно $D = 10r$, де r – радіус кривошипа. Окрім того, вибором діаметра маховика слід враховувати напруження в його ободі, які виникають від відцентрових сил інерції. Критична колова швидкість для чавунних маховиків

$$v = \frac{D}{2} \omega_{\text{сер}} = 30 \text{ м/с.}$$

За цієї швидкості напруження на ободі від дії відцентрових сил складають $\sigma = 10,0$ МПа. Якщо маховик встановлюється не на ланці приведення, а на якійсь ланці i машини, то завжди повинно виконуватись умова рівності кінетичних енергій

$$\frac{I_{Mi} \omega_i^2}{2} = \frac{I_{Ml} \omega_l^2}{2}, \quad (4.63)$$

де I_{Mi} – момент інерції маховика, встановленого на ланці i ; ω_i – кутова швидкість ланки i .

Отже, чим більше кутова швидкість, тим меншим повинен бути момент інерції встановлюваного маховика. Тому для зменшення ваги махового колеса зручніше встановлювати його на ланках, які мають більші швидкості.

Підсумовуючи викладене, наведемо послідовність дій по визначенню параметрів маховика методом Віттенбауера:

1) будують діаграму $M_{np.o} = M_{np.o}(\varphi)$. Оскільки сили опору діють тільки на ділянках робочого ходу, то і діаграма $M_{np.o} = M_{np.o}(\varphi)$ відповідає саме цій ділянці, а в крайніх положеннях $M_{np.o} = 0$;

2) інтегрують криву $M_{np.o} = M_{np.o}(\varphi)$ і будують діаграму роботи моменту сил опору $A_o = A_o(\varphi)$;

3) відповідно до закону збереження енергії роботи сил рушійних і сил (моментів сил) опору за один оберт вхідної ланки повинні бути однаковими, інакше відбувалися б подальший розгін її або сповільнення руху і зупинка. На цій підставі будують діаграму роботи моменту сил рушійних $A_p = A_p(\varphi)$. Приймаючи, що момент сил рушійних є сталим, з'єднують початок і кінець кривої діаграми роботи моменту сил опору;

4) здійснюють графічним диференціюванням графіка роботи сил рушійних побудову графіка моментів сил рушійних на першій діаграмі;

5) вважаючи, що різниця робіт моментів сил рушійних і моментів сил опору дорівнює прирощенню кінетичної енергії механізму, будують діаграму

$$\Delta E = \Delta E(\varphi);$$

6) будують графік $I_{np} = I_{np}(\varphi)$;

7) виключаючи параметр φ на основі графіків $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ та $I_{np} = I_{np}(\varphi)$ будують діаграму енергомас $E = E(I_{np})$;

8) на основі діаграми $E = E(I_{np})$ визначають момент інерції маховика I_M ;

9) використовуючи залежність $I_M = mR^2$, (де m – маса маховика, R – середній радіус ободу маховика) і прийнявши значення m або R , обчислюють другу невідому величину;

10) формулюють висновки за відповідним розділом курсового проекту.

4.5. Основи аналітичних досліджень динаміки машинних агрегатів

В аналітичних дослідженнях динаміки машинних агрегатів доцільно користуватись рівняннями у формі рівнянь Лагранжа 2-го роду

$$M_p - M_o = I_{II}\varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{II}}{d\varphi},$$

де φ , ω і ε – відповідно кут повороту, кутова швидкість і кутове прискорення ланки приведення.

Якщо приведений момент інерції I_{II} є сталим, то тоді

$$M_p - M_o = I_{II}\varepsilon.$$

В більшості випадків M_p і M_o не є сталими величинами і залежать від узагальненої координати або її першої похідної, тобто кутової швидкості.

Наприклад, $M_p = M_p(\omega)$, $M_o = M_o(\omega)$ і тоді

$$M_p(\omega) - M_o(\omega) = I_{II}\varepsilon.$$

Проектування технологічних машин і особливо машин-автоматів харчових виробництв супроводжується необхідністю врахування кількох операцій, крокового переміщення тощо і ці особливості відображаються в циклограмах. У таких випадках моменти сил опору, приведені до ланки приведення, доцільно виразити функціями часу, тобто

$$M_o = M_o(t).$$

Разом з тим за умови комплектування приводів машин-автоматів електричними двигунами, у тому числі і асинхронними, моменти рушійних сил пов'язуються з кутовою швидкістю і $M_p = M_p(\omega)$. Тоді у загальному випадку

$$M_p(\omega) - M_o(t) = I_{II}(t)\varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{II}(t)}{d\varphi},$$

якщо $I_{II} = I_{II}(t)$. Якщо ж $I_{II} = \text{const}$, то

$$M_p(\omega) - M_o(t) = I_{II}\varepsilon.$$

Для випадку асинхронного двигуна з урахуванням жорсткої характеристики її робочої частини з задовільним наближенням $M_p(\omega)$ може визначатися за виразом

$$M_p = b - k\phi,$$

де b – стала величина, що має розмірність моменту і визначається за параметрами статичної механічної характеристики.

Відомо, що залежність моменту M на валу ротора асинхронного двигуна відображується формулою

$$M = \frac{2M_m}{\frac{S}{S_m} + \frac{S_m}{S}},$$

де S_m – критичне ковзання, що відповідає максимальному моменту (рис. 4.11);

$$S = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0},$$

де ω – кутова швидкість ротора.

Модуль синхронної швидкості двигуна залежить від числа пар полюсів обмотки p і частоти струму живлення f

$$\omega_0 = \frac{2\pi f}{p}.$$

Тоді для стійкої ділянки характеристики одержуємо за апроксимації її по значенням M_m і $M = 0$ (при $\omega = \omega_0$)

$$b = \frac{M_m \omega_0}{\omega_0 - \omega_m}; \quad k = \frac{M_m}{\omega_0 - \omega_m}.$$

Підставимо одержані величини і тоді

$$M_p = \frac{M_m}{\omega_0 - \omega_m} - \frac{M_m}{\omega_0 - \omega_m} \omega.$$

За апроксимації характеристики по значенням $M(\omega) = M_H$ і $M(\omega) = 0$ одержуємо

$$M_p(\omega) = \frac{M_H}{\omega_0 - \omega_m} \omega_0 - \frac{M_H}{\omega_0 - \omega_H} \omega.$$

Представлення в аналітичному вигляді залежності $M_o = M_o(t)$ або $M_o = M_o(\phi)$ багато в чому визначається особливостями машини-автомата. Графічне відображення цих залежностей здійснюється на основі приведення

сил опору. Однак, для можливості подальшого дослідження слід обрати форму її аналітичного відображення.

Розглянемо приклад, в якому прийемо, що

$$M_p(\omega) = b - k\dot{\phi}, \quad M_o(t) = M_{cm} + M_g \sin \omega_g t, \quad I_{II} = \text{const},$$

де M_{cm} – статична складова моменту опору; M_g – амплітуда динамічної складової; ω_g – колова частота динамічної складової моменту опору. Тоді рівняння руху ланки приведення запишемо у формі

$$I_{II}\ddot{\phi} = b - k\dot{\phi} - (M_{cm} + M_g \sin \omega_g t).$$

Перепишемо останню умову, привівши її до вигляду, придатного для інтегрування:

$$\ddot{\phi} + \frac{k}{I_{II}}\dot{\phi} = \frac{b - M_{cm} - M_g \sin \omega_g t}{I_{II}}.$$

Розв'язанням одержаного рівняння визначимо залежності

$$\phi = \phi(t); \quad \dot{\phi} = \dot{\phi}(t); \quad \ddot{\phi} = \ddot{\phi}(t).$$

Відображення узагальненої координати та її похідних як функцій часу доцільно досягти з використанням числових методів розв'язання диференціальних рівнянь, оскільки навіть за наявності його розв'язання у явному вигляді не уникнути використання методу ітерацій.

Оскільки за умовою задачі відомим є закон $M_p = M_p(\dot{\phi})$ і за одержання залежності $\dot{\phi} = \dot{\phi}(t)$, виключаючи параметр $\dot{\phi}$, одержимо залежність $M_p = M_p(t)$ (рис. 4.26).

З графіків $\omega = \omega(t)$ і $M_p = M_p(t)$ видно, що зміни кутової швидкості супроводжуються відповідними змінами рушійного моменту.

При цьому значення $\dot{\phi}_{\max}$ і $\dot{\phi}_{\min}$ відображують величину коефіцієнта нерівномірності ходу машини δ , оскільки

$$\delta = \frac{\dot{\phi}_{\max} - \dot{\phi}_{\min}}{\dot{\phi}_c},$$

де $\dot{\phi}_c$ – середня швидкість ланки приведення.

Нагадаємо, що коефіцієнт нерівномірності ходу регламентується для усіх видів машин і це пов'язано як з певними технологічними вимогами, так і з необхідністю обмежень динамічних навантажень.

З наведених формул видно, що за інших рівних умов вирішальне значення з точки зору інтересів обмеження величини δ , має величина приведенного моменту інерції I_{II} . Для оцінки рівня впливу величини I_{II} на значення δ і з

метою досягнення значення

$$\delta \leq [\delta],$$

де $[\delta]$ – допустиме (обмежене по максимуму) або задане значення коефіцієнта нерівномірності ходу машини, необхідно повторити розрахунки з розв'язанням одержаного рівняння руху з перебиранням параметра I_{II} і визначенням на кожному кроці перебирання величин $\dot{\phi}_{\max}$, $\dot{\phi}_{\min}$ та δ . Величину приведенного моменту інерції, за якого досягається умова $\delta \leq [\delta]$ позначимо як $[I_{II}]$. При цьому допустимий і необхідний момент інерції машинного агрегату визначимо сумою попередньо вибраного I_{II} і моменту інерції маховика:

$$[I_{II}] = I_{II} + I_M.$$

Таким чином, за відомих I_{II} та $[I_{II}]$ одержуємо можливість визначити момент інерції маховика, яким необхідно дооснастити машину

$$I_M = [I_{II}] - I_{II}.$$

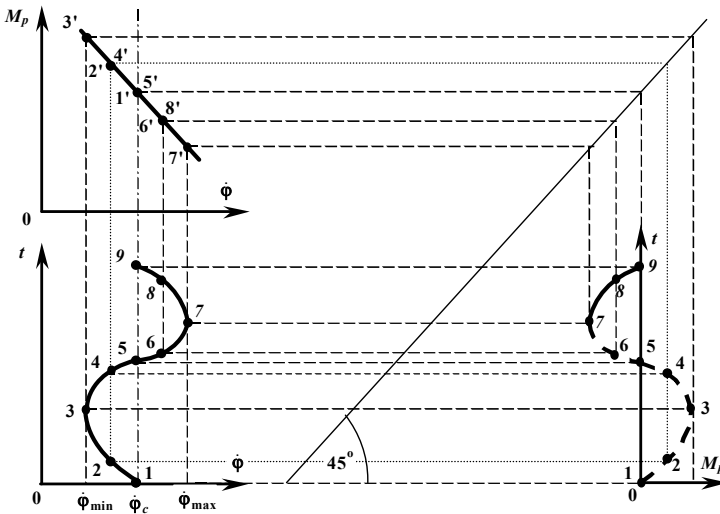


Рис. 4.26. Графіки до визначення залежності $M_p = M_p(t)$

4.6. Визначення моменту інерції маховика на основі нелінійних моделей

Звичайно розв'язання задач по визначенню моменту інерції маховика виконують з припущенням, що момент рушійних сил є величиною сталою. Між тим було показано, що у асинхронних двигунів момент є функцією швидкості і врахування його зміни при коливаннях швидкості ланки зведення можливо прогнозувати, як доцільне.

Статична механічна характеристика асинхронного електродвигуна показана на рис. 4.27. Залежність між $M_{\text{де}}$ і ω_p описується формулою Клоса, однак скористатися нею найчастіше не вдається через відсутність параметрів, якими характеризується конкретний двигун.

Крім того, залежність $M_{\text{де}} = M_{\text{де}}(\omega_p)$ нелінійна, що ускладнює аналітичне розв'язання.

Паспортні дані електродвигуна представляються пусковим моментом M_n , максимальним моментом M_m , номінальним моментом M_n , відповідними їм кутовими швидкостями ω_m , ω_n і маховим моментом ротора.

Оскільки досліджується період усталеного руху машини з важільним механізмом, важливо визначитись з описом залежності $M = M(\omega_p)$ на ділянці II жорсткої характеристики. Виконаємо її

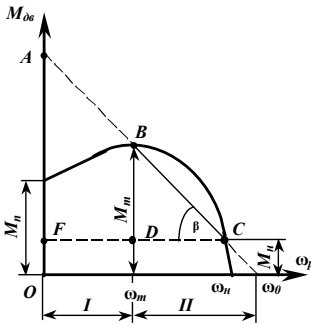


Рис. 4.27. Статична механічна характеристика асинхронного електродвигуна

лінеаризацію за величинами M_m і M_n .

Маємо

$$\Delta FAC \sim \Delta DBC \quad (4.64)$$

і

$$\frac{FA}{FC} = \frac{DB}{DC}; \quad FC = \omega_n;$$

$$DB = M_m - M_n; \quad DC = \omega_n - \omega_m.$$

Звідси

$$FA = \frac{(M_m - M_n)\omega_n}{\omega_n - \omega_m};$$

$$OA = M_n + \frac{(M_m - M_n)\omega_n}{\omega_n - \omega_m}. \quad (4.65)$$

З рисунка видно, що

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{DB}{DC} = -\frac{M_m - M_n}{\omega_n - \omega_m}. \quad (4.66)$$

Тоді залежність $M_{\text{дв}} = M_{\text{дв}}(\omega_p)$ записується у вигляді

$$M_{\text{дв}} = M_n + \frac{(M_m - M_n)\omega_n}{\omega_n - \omega_m} - \frac{(M_m - M_n)\omega_p}{\omega_n - \omega_m}. \quad (4.67)$$

Якщо за ланку приведення прийняти кривошип важільного механізму, то приведений момент рушійних сил визначимо з умови

$$M_{\text{н.р.}} = M_{\text{дв}} i \eta = \left(M_n + \frac{M_m - M_n}{\omega_n - \omega_m} \omega_n - \frac{M_m - M_n}{\omega_n - \omega_m} \dot{\varphi} i \right) i \eta, \quad (4.68)$$

де i – передаточне відношення привода; η – коефіцієнт корисної дії привода; $\dot{\varphi}$ – кутова швидкість кривошипа.

Позначимо

$$a_0 = \left(M_n + \frac{M_m - M_n}{\omega_n - \omega_m} \omega_n \right) i \eta; \quad (4.69)$$

$$b_0 = \frac{M_m - M_n}{\omega_n - \omega_m} i^2 \eta. \quad (4.70)$$

Тоді маємо

$$M_{\text{н.р.}} = a_0 - b_0 \dot{\varphi}. \quad (4.71)$$

4.7. Розрахунки на основі нелінійних моделей

За відомими з курсу ТММ залежностями визначаємо величини приведених сил корисного опору і приведених моментів інерції механізму для заданої кількості положень і будуємо графіки (рис. 4.28) $M_{\text{п.к.о.}} = M_{\text{п.к.о.}}(\varphi)$ і $I_{\text{п}} = I_{\text{п}}(\varphi)$.

Для представлення в аналітичних моделях $M_{\text{п}}^I$ і $I_{\text{п}}$ використаємо кусочно-лінійну апроксимацію (рис. 4.29).

З рис. 4.29 видно, що на переміщенні кривошипу від $\varphi = 0$ до $\varphi = \varphi_1$

$$M_{\text{п.к.о.}}^I = b_1 \varphi, \quad (4.72)$$

де

$$b_1 = \frac{M_{\text{п.к.о.}}^I}{\varphi_1}. \quad (4.73)$$

Для другого етапу (ділянка 1 - 2) маємо

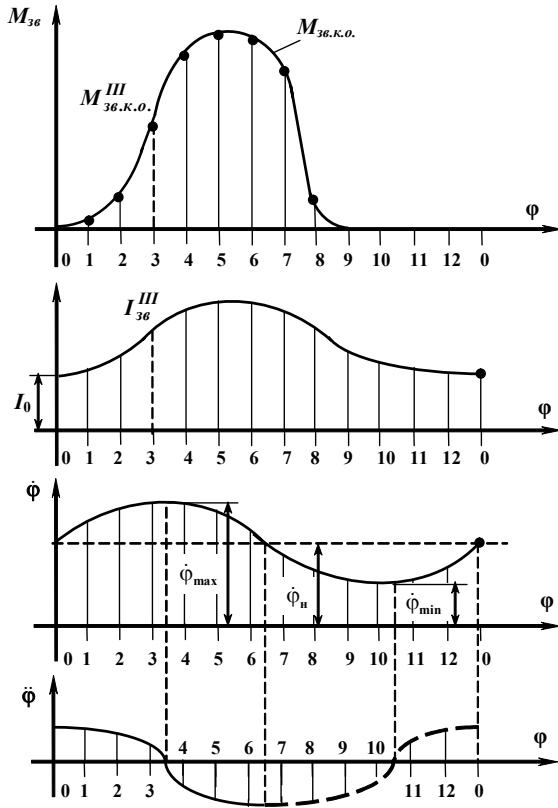


Рис. 4.28. Діаграма параметрів механізму

$$M_{II,к.о.}^I = a_2 + b_2\varphi; \quad (4.74)$$

$$b_2 = \frac{M_{II,к.о.(к)}^I - M_{II,к.о.(к)}^I}{\varphi_2 - \varphi_1}; \quad (4.75)$$

$$a_2 = \frac{(M_{II,к.о.(к)}^I - M_{II,к.о.(к)}^I)\varphi_2}{\varphi_2 - \varphi_1} + M_{II,к.о.(к)}^I. \quad (4.76)$$

У використаних позначеннях індекс (к) означає кінцеве значення пара-

метра по етапу.

Відповідно для N -ного етапу маємо

$$b_n = \frac{M_{\Pi,к.о.(\kappa)}^N - M_{\Pi,к.о.(\kappa)}^{N-1}}{\varphi_N - \varphi_{N-1}}; \quad (4.77)$$

$$a_n = \frac{(M_{\Pi,к.о.(\kappa)}^{N-1} - M_{\Pi,к.о.(\kappa)}^N)\varphi_N}{\varphi_N - \varphi_{N-1}} + M_{\Pi,к.о.(\kappa)}^N. \quad (4.78)$$

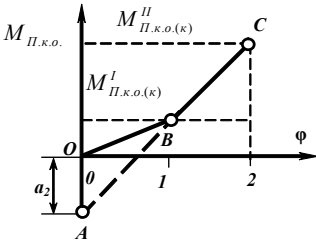


Рис. 4.29. Схема до визначення залежностей $M_{\Pi,к.о.} = M_{\Pi,к.о.}(\varphi)$

Аналогічно для приведеного моменту інерції одержуємо для першого етапу

$$I_{\Pi}^I = I_0 + c_1\varphi; \quad (4.79)$$

$$c_1 = \frac{I_{\Pi}^I - I_0}{\varphi_1}. \quad (4.80)$$

Для другого етапу маємо

$$I_{\Pi}^{II} = d_2 + c_2\varphi; \quad (4.81)$$

$$d_2 = \frac{(I_{\Pi(\kappa)}^I - I_{\Pi(\kappa)}^{II})\varphi_2}{\varphi_2 - \varphi_1} + I_{\Pi(\kappa)}^I. \quad (4.82)$$

Для N -ного етапу одержуємо

$$I_{\Pi}^N = d_N + c_N\varphi; \quad (4.83)$$

$$d_N = \frac{(I_{\Pi(\kappa)}^{N-1} - I_{\Pi(\kappa)}^N)\varphi_N}{\varphi_N - \varphi_{N-1}} + I_{\Pi(\kappa)}^{N-1}. \quad (4.84)$$

Наявність умов (4.72 - 4.84) дозволяє скласти рівняння руху, які для першого етапу запишемо у вигляді

$$(I_0 + c_1\varphi)\ddot{\varphi} = a_0 - b_0\dot{\varphi} - b_1\varphi \quad (4.85)$$

або запишемо

$$\ddot{\varphi} = \frac{a_0}{I_0 + c_1\varphi} - \frac{b_0}{I_0 + c_1\varphi}\dot{\varphi} - \frac{b_1}{I_0 + c_1\varphi}\varphi. \quad (4.86)$$

Початкові умови останнього рівняння:

$$t_{(n)}^{II} = 0; \quad \varphi_{(n)}^I = 0; \quad \dot{\varphi}_{(n)}^I = \frac{\omega_n}{i}. \quad (4.87)$$

Для другого етапу запишемо

$$(d_2 + C_2\varphi)\ddot{\varphi} = a_0 - b_0\dot{\varphi} - (a_2 + b_2\varphi) \quad (4.88)$$

або

$$\ddot{\phi} = \frac{a_0 - b_0\dot{\phi} - (a_2 + b_2\phi)}{d_2 + C_2\phi}, \quad (4.89)$$

а його початкові умови:

$$t_{(n)} = 0; \quad \varphi_{(n)}'' = \varphi_{(k)}'; \quad \dot{\varphi}_{(n)}'' = \dot{\varphi}_{(k)}'. \quad (4.90)$$

Для N -ного етапу маємо

$$\ddot{\phi} = \frac{a_0 - b_0\dot{\phi} - (a_N + b_N\phi)}{d_N + C_N\phi} \quad (4.91)$$

при початкових умовах:

$$t_{(n)} = 0; \quad \varphi_{(n)}^N = \varphi_{(k)}^{N-1}; \quad \dot{\varphi}_{(n)}^N = \dot{\varphi}_{(k)}^{N-1}. \quad (4.92)$$

Рівняння руху (4.86), (4.89) і (4.91) нелінійні і їх розв'язання розшукуємо з використанням числових методів. Крок в підрахунках необхідно вибирати від 1/10 до 1/100 частини часу етапу, на друк виводяться показники ϕ , $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$, $M_{\text{Лр}}$ і t (час). За одержаними результатами будуються діаграми $\dot{\phi} = \dot{\phi}(\phi)$, $\ddot{\phi} = \ddot{\phi}(\phi)$ і визначаються параметри $\dot{\phi}_{\max}$ і $\dot{\phi}_{\min}$, а за ними - коефіцієнт нерівномірності ходу.

$$\delta = \frac{\dot{\phi}_{\max} - \dot{\phi}_{\min}}{\dot{\phi}_n}, \quad (4.93)$$

де $\dot{\phi}_n = \frac{\pi n}{30}$ і n – число обертів кривошипа за хвилину.

Якщо задане значення $[\delta]$ менше за одержане, то це вказує на необхідність встановлення маховика. Значення моменту інерції маховика знаходимо перебором числових значень, збільшуючи величину I_0 в 2, 3, 4 і більше разів, оцінюючи після кожного підрахунку величину δ аж до виконання умови

$$\delta \leq [\delta].$$

Відповідне останній умові значення $I_{0(k)}$ дає можливість визначити момент інерції маховика

$$I_M = I_{0(k)} - I_0. \quad (4.94)$$

4.8. Визначення моменту інерції маховика на основі лінійних моделей

Визначення моменту інерції маховика можна виконати зі ступінчастим представленням зведеного моменту інерції як середньої величини за етап.

На першому етапі маємо

$$I_{II}^I = \frac{I_0 + I_{II(\kappa)}^I}{2}, \quad (4.95)$$

на другому -

$$I_{II}^{II} = \frac{I_{II(\kappa)}^I + I_{II(\kappa)}^{II}}{2} \quad (4.96)$$

і на N -ному -

$$I_{II}^N = \frac{I_{II(\kappa)}^{N-1} + I_{II(\kappa)}^N}{2}. \quad (4.97)$$

Тоді рівняння руху записується у вигляді

$$I_{II}^I \ddot{\varphi} = a_0 - b_0 \dot{\varphi} - b_1 \varphi$$

або

$$\ddot{\varphi} + \frac{b_0}{I_{II}^I} \dot{\varphi} + \frac{b_1}{I_{II}^I} \varphi = \frac{a_0}{I_{II}^I} \quad (4.98)$$

на першому етапі, а на другому -

$$I_{II}^I \ddot{\varphi} = a_0 - b_0 \dot{\varphi} - (a_2 + b_2 \varphi),$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{b_0}{I_{II}^I} \dot{\varphi} + \frac{b_2}{I_{II}^I} \varphi = \frac{a_0 - a_2}{I_{II}^I}. \quad (4.99)$$

Для N -ного етапу одержуємо

$$\ddot{\varphi} + \frac{b_0}{I_{II}^N} \dot{\varphi} + \frac{b_N}{I_{II}^N} \varphi = \frac{a_0 - a_N}{I_{II}^N}. \quad (4.100)$$

Початкові умови нового етапу відповідають кінцевим умовам кожного попереднього етапу: (4.87), (4.90), (4.92).

Подальші кроки по розрахунку виконуються як і в попередньому випадку.

Одержані рівняння (4.98), (4.99), (4.100) є лінійними диференціальними рівняннями другого порядку, які розв'язуються в явному вигляді.

Виконаємо їх аналіз.

Характеристичне рівняння вказаних диференціальних записується у вигляді

$$r^2 + \frac{b_0}{I_{II}^{(N)}} r + \frac{b_N}{I_{II}^{(N)}} = 0. \quad (4.101)$$

Його корені визначаються з виразу

$$r_{1,2} = -\frac{b_0}{2I_{II}^{(N)}} \pm \sqrt{\left(\frac{b_0}{2I_{II}^{(N)}}\right)^2 - \frac{b_N}{I_{II}^{(N)}}}. \quad (4.102)$$

З урахуванням співвідношень параметрів тут одержуємо два нерівних дійсних корені.

В цьому випадку маємо

$$\bar{\varphi} = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}. \quad (4.103)$$

З урахуванням правої частини диференціального рівняння одержуємо

$$\varphi^* = \frac{a_0 - a_N}{I_{II}^{(N)}} \cdot \frac{I_{II}^{(N)}}{b_N} = \frac{a_0 - a_N}{b_N}. \quad (4.104)$$

Тоді загальне розв'язання записується у вигляді

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi^* = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + \frac{a_0 - a_N}{b_N}. \quad (4.105)$$

Знайдемо сталі інтегрування C_1 і C_2 при початкових умовах

$$t_{(n)} = 0; \quad \varphi_{(n)}^{(N)} = \varphi_{(k)}^{(N-1)}; \quad \dot{\varphi}_{(n)}^{(N)} = \dot{\varphi}_{(k)}^{(N-1)}. \quad (4.106)$$

Їх підстановка приводить до вигляду

$$\varphi_{(k)}^{(N-1)} = C_1 + C_2 + \frac{a_0 - a_N}{b_N} \quad (4.107)$$

або

$$C_1 + C_2 = \frac{a_0 - a_N}{b_N} - \varphi_{(k)}^{(N-1)}. \quad (4.108)$$

Диференціювання виразу (4.108) дозволяє записати

$$\dot{\varphi} = C_1 r_1 e^{r_1 t} + C_2 r_2 e^{r_2 t}. \quad (4.109)$$

Тоді при $t_{(n)} = 0$ маємо

$$\dot{\varphi}_{(k)}^{(N-1)} = C_1 r_1 + C_2 r_2. \quad (4.110)$$

Рівняння (4.108) і (4.110) є системою. З неї визначаємо

$$C_1 = \frac{\dot{\varphi}_{(k)}^{(N-1)}}{r_1} - \frac{C_2 r_2}{r_1}; \quad (4.111)$$

$$\frac{\dot{\varphi}_{(k)}^{(N-1)}}{r_1} - \frac{C_2 r_2}{r_1} + C_2 = \frac{a_0 - a_N}{b_N} - \varphi_{(k)}^{(N-1)}; \quad (4.112)$$

$$C_2 = \frac{\frac{a_0 - a_N - \varphi_{(\kappa)}^{(N-1)} - \dot{\varphi}_{(\kappa)}^{(N-1)}}{b_N}}{1 - \frac{r_2}{r_1}}; \quad (4.113)$$

$$C_1 = \frac{\frac{a_0 - a_N - \varphi_{(\kappa)}^{(N-1)} - \left(\frac{a_0 - a_N - \varphi_{(\kappa)}^{(N-1)} - \dot{\varphi}_{(\kappa)}^{(N-1)}}{b_N} \right)}{b_N}}{1 - \frac{r_2}{r_1}}. \quad (4.114)$$

Послідовність виконання роботи

Вихідними даними на розрахунок є кінематична схема механізму і закон руху вхідної ланки, характеристики електродвигуна M_{IP} , M_m , ω_{IP} , ω_m , маси ланок, залежність $M_{П.к.о.} = M_{П.к.о.}(\varphi)$.

Послідовність виконання роботи має бути наступною:

1. З використанням формул (4.69) і (4.70) знайти залежність виду (4.71).
2. Для дванадцяти положень механізму побудувати плани швидкостей (в тому числі або додатково і для крайніх положень).
3. Побудувати діаграми $M_{П.к.о.} = M_{П.к.о.}(\varphi)$ і $I_{П'} = I_{П'}(\varphi)$.
4. Для кожного з етапів (етап визначається фіксованими положеннями ланки зведення, наприклад, перший - між нульовим і першим (0-1), другий - між першим і другим (1-2) і т.д.) визначаємо величини b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 тощо з використанням рівнянь (4.72) - (4.78) і записуємо вирази по визначенню $M_{П.к.о.} = M_{П.к.о.}(\varphi)$.
5. З використанням виразів (4.95) - (4.97) визначаємо середні значення зведених моментів інерції для кожного з етапів.
6. У вигляді (4.98) записуємо і розв'язуємо рівняння руху зведеної маси. Початкові умови на першому етапі визначаються за виразом (4.87).
7. Кінцеві умови першого етапу можна знайти з розв'язання рівнянь руху або наближено за виразом

$$t'_{(\kappa)} = \frac{2\pi \cdot 60}{n\varphi_1} = \frac{120\pi}{n\varphi_1}.$$

Для другого одержуємо

$$t''_{(\kappa)} = \frac{2\pi \cdot 60}{n\varphi_1} = \frac{120\pi}{n(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

а для N -ного

$$t_{(\kappa)}^{(N)} = \frac{2\pi \cdot 60}{n\varphi_1} = \frac{120\pi}{n(\varphi_N - \varphi_{(N-1)})}.$$

8. Записуємо і розв'язуємо рівняння руху другого етапу (умова 4.99). Початковими умовами другого етапу є кінцеві умови першого етапу і т.д.

9. За результатами розрахунків будуємо діаграму $\dot{\varphi}_D = \dot{\varphi}_D(\varphi)$.

10. Визначаємо за виразом (4.93) значення δ і порівнюємо його з заданим $[\delta]$. Якщо умова $\delta \leq [\delta]$ не виконується, збільшуємо згідно з рекомендаціями величину I_0 і повторюємо розрахунок.

4.9. Контрольні питання

1. Чому за динамічного аналізу і синтезу оперують приведеними силами (моментами сил) і приведеними масами (приведеними моментами інерції)?

2. Що називається приведеною масою (приведеним моментом інерції) механізму?

3. Чи має якість значення різниці між приведеними рушійними силами і силами опору?

4. Що називають ланкою приведення і як її обирають?

5. Які задачі вирішуються динамічним аналізом механізмів?

6. Які задачі вирішуються динамічним синтезом механізмів?

7. Чому в динамічному аналізі і синтезі широко використовують графічне інтегрування (диференціювання)?

8. Що є причиною коливань кутової швидкості вхідних ланок?

9. Як підраховується кінетична енергія механізмів?

10. Який вплив на стабілізацію кутової швидкості вхідної ланки має маховик?

11. Чому доцільно обмежувати нерівномірність ходу вхідної ланки?

12. Чому в машинних агрегатах приймають припущення про сталі значення рушійних сил, що розвиваються електродвигунами?

13. Як визначається робота рушійних сил і сил опору за один цикл?

14. В чому суть методу Вітенбауера для визначення параметрів маховика?

РОЗДІЛ 5. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

5.1. Основні поняття і визначення

Кулачкові механізми широко розповсюджені в техніці, особливо для автоматизації різних процесів, що потребують здійснення певного закону руху веденої ланки.

На рис. 5.1 і 5.2 наведено основні типи плоских кулачкових механізмів, що відрізняються як за характером руху ведучих і ведених ланок, так і за характером обрисів елементів ланок вищої кінематичної пари.

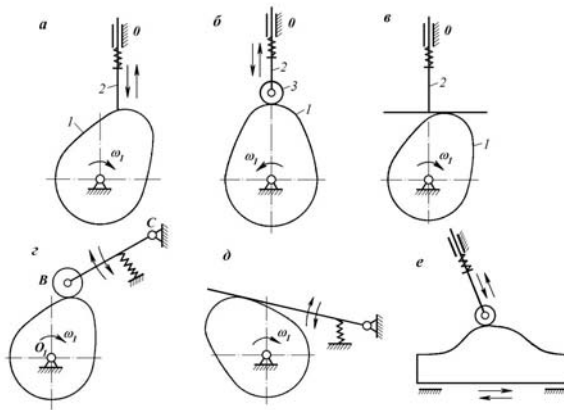


Рис. 5.1. Схеми кулачкових механізмів з силовим замиканням

Найпростішим кулачковим механізмом є триланковий кінематичний ланцюг з однією вищою парою, який складається з кулачка 1, штовхача 2 і стояка 0.

Кулачком називається ланка вищої кінематичної пари, елемент якої має змінну кривизну. Інша ланка цієї пари має простішу форму і називається *штовхачем* (рис. 5.1, а, б, в, е), якщо вона виконує поступальний рух, і *коромислом* (рис. 5.1, г, д), якщо вона виконує коливальний рух.

Профілем кулачка називається крива, отримана в перетині кулачка площиною, яка паралельна площині руху кулачка. Профіль кулачка визначає закон руху веденої ланки. Під час роботи кулачкового механізму потрібно, щоб ланки, які входять у вищу кінематичну пару, знаходились у постійному дотику, тобто кінематична пара повинна бути замкненою. В кулачкових

механізмах використовується і силове, і кінематичне (геометричне) замикання вищої кінематичної пари.

Силове замикання здійснюється за допомогою пружини, що притискає штовхач до кулачка (рис. 5.1). Кінематичне замикання може мати різне конструктивне оформлення. Наприклад, кулачковий механізм з пазовим кулачком (рис. 5.2, а) або кулачковий механізм із штовхачем у вигляді рамки

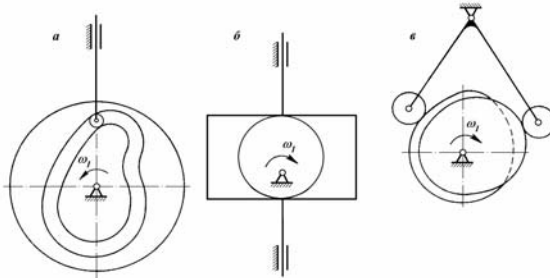


Рис. 5.2. Схеми кулачкових механізмів з геометричним замиканням вищої кінематичної пари

(рис. 5.2, б), або кулачковий механізм, у якого ведена ланка має два ролика, а кулачок складається з двох жорстко з'єднаних між собою частин (рис. 5.2, в). Найбільше розповсюдження одержали кулачкові механізми, у яких ведучою ланкою є кулачок, що обертається навколо нерухомої осі з постійною кутовою швидкістю.

З метою зменшення зношування на штовхачі (коромислі) часто встановлюється ролик 3 (рис. 5.1, б, г, е), що вільно обертається на осі. У таких випадках необхідно розрізняти два профілі кулачка: центровий 1 і дійсний 2 (рис. 5.3). *Центровий профіль* кулачка є траєкторією центра ролика плоского кулачкового механізму під час руху цього ролика відносно кулачка. *Дійсний профіль* – огинаючою до послідовних положень ролика в тому ж відносному русі.

Отже, центровий і дійсний профілі кулачка – еквідистантні криві і відстань між ними, виміряна по нормалі, дорівнює радіусу ролика (рис. 5.3).

Відстань між віссю обертання кулачка до точок центрального профілю називається *радіусом-вектором профілю*. Коло мінімального радіуса центрального профілю кулачка називається *основним*, а його радіус r_0 – *радіусом основної шайби*.

Рух веденої ланці передається тільки в тому випадку, коли вона торкається частини профілю кулачка, яка має змінний радіус-вектор (ділянки профілю *Bc* і *da*). Якщо дотикання здійснюється на ділянках профілю кулачка,

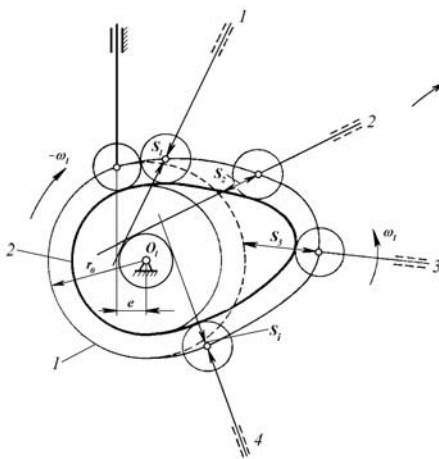


Рис. 5.3. Схема кулачкового механізму з дійсним і центровим профілями

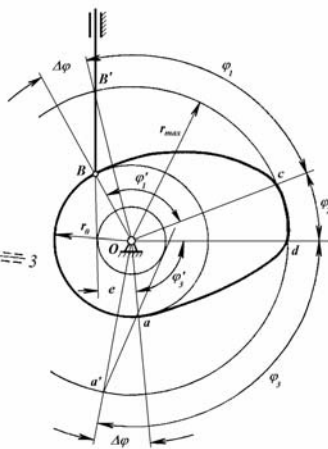


Рис. 5.4. Схема нецентрального кулачкового механізму

окреслених дугами кіл з центрами на осі обертання (рис. 5.4) кулачка cd і aB , то ведена ланка буде нерухомою. Таким чином, в загальному випадку на протязі одного оберту кулачка можна розрізнити такі фази руху штовхача:

- 1) фазу віддалення (штовхач віддаляється від центра кулачка);
- 2) фазу дальнього стояння (штовхач стоїть нерухомо в положенні найбільш віддаленому від центра обертання кулачка O_1);
- 3) фазу повернення (штовхач наближається до центра O_1);
- 4) фазу ближнього стояння (штовхач наблизився до центра обертання кулачка на мінімальну відстань і стоїть нерухомо).

Кулачок повертається за цей час на центральні кути, які називаються відповідно *фазовими кутами віддалення* φ_1 , *дальнього стояння* φ_2 , *повернення* φ_3 та *ближнього стояння* φ_4 , тобто

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 360^\circ,$$

а сума $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \varphi_p$ називається робочим кутом кулачкового механізму.

За наявності ексцентриситету фазові кути φ_1 і φ_3 не співпадають з аналогічними кутами на профілі кулачка

$$\varphi_1' = \angle bOc \quad \text{і} \quad \varphi_3' = \angle dOa.$$

З рис. 5.4 видно, що $\varphi_1 = \varphi_1' - \Delta\varphi$ і $\varphi_3 = \varphi_3' + \Delta\varphi$. На протязі наступних обертів кулачка фази повторюються в тій же послідовності. Тому достатньо дослідити рух кулачкового механізму тільки на протязі одного оберту кулачка.

Метод обернення руху (метод інверсії). Під час дослідження кулачкових механізмів, а також при побудові профілів кулачків для спрощення розрахунків використовують метод обернення руху (інверсії). Цей метод полягає в тому, що всьому механізму в цілому надається обертальний рух з кутовою швидкістю мінус ω_1 , яка дорівнює за величиною кутовій швидкості кулачка, але оберненою за напрямком. Завдяки цьому кулачок зупиняється, а напрямна (або стояк) разом з веденою ланкою почне обертатись навкруги центра O_1 з кутовою швидкістю мінус ω_1 . Окрім переносного обертального руху разом з напрямною, штовхач виконує ще рух відносно напрямної за законом, який залежить від профілю кулачка. При цьому взаємне положення ланок залишається таким же, як і за прямого руху, а складний профіль кулачка викреслюється лише один раз, чим і досягається спрощення розрахунків (побудов) (рис. 5.3).

Переміщення веденої ланки S_f в кожному із заданих моментів часу e відстанню від r_0 до відповідної точки на профілі кулачка.

5.2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів

Завданням кінематичного аналізу кулачкового механізму є визначення закону руху штовхача даного механізму за заданим законом руху кулачка.

Починаючи кінематичний аналіз, потрібно знати тип механізму, його розміри, профіль кулачка, форму штовхача і закон руху кулачка.

Отриманий закон руху веденої ланки зручно представити у вигляді кінематичної діаграми (графіка) $S = f(\varphi)$.

Графіки $\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi)$ і $\frac{d^2S}{d^2\varphi} = \frac{d^2S}{d^2\varphi}(\varphi)$ можна побудувати за допомогою

метода графічного диференціювання.

Аналіз кулачкового механізму з роликівим штовхачем, який рухається поступально, розглянемо на конкретному прикладі (рис. 5.5, а).

Приклад. Дано: $n_1 = 200$ об/хв; $r_{\min} = 52$ мм; $r_{\max} = 100$ мм; $r_1 = 20$ мм; радіус ролика $r = 16$ мм; ексцентриситет $e = 20$ мм; .

Розв'язання. І. накреслимо кулачковий механізм в положенні, яке відповідає початку віддалення штовхача. Для цього з центра обертання кулачка O_1 радіусом, що дорівнює ексцентриситету $e = 20$ мм, проводимо коло. Дотично до цього кола проведемо лінію руху штовхача $y - y$.

Визначаємо радіус кулачкової шайби

$$r_0 = r_{\min} + r = 52 + 16 = 68 \text{ мм.}$$

Точка перетину кола радіусом r_0 з лінією руху $y - y$ визначить початкове положення центра ролика b . З цієї точки окреслюємо контур ролика радіусом $r = 16$ мм. Потім за заданими даними креслимо профіль кулачка.

ІІ. будуємо центровий профіль кулачка, еквідистантний даному. Обираємо на заданій

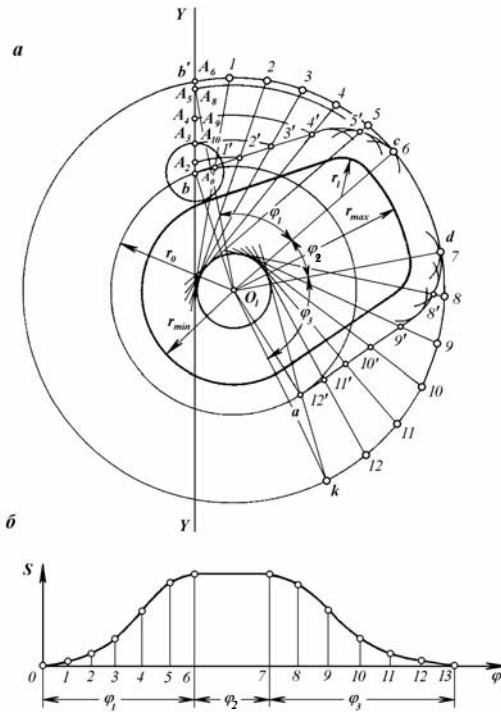


Рис. 5.5. Схема до кінематичного аналізу нецентрального кулачкового механізму

кривій довільний ряд точок на деякій відстані одна від одної. Навколо кожної з цих точок будуються напівкола радіусом, який дорівнює радіусу ролика. Лінія, що огинає всі ці напівкола, і буде еквідистантною кривою.

III. визначимо фазові кути. Завдяки ексцентриситету кути повороту кулачка φ_1 і φ_3 не дорівнюють відповідним профільним кутам кулачка φ'_1 і φ'_3 . Позначимо a і b точки спряження центрального профіля кулачка з колом r_0 , c і d - з колом максимального радіуса.

Проведемо коло максимального радіуса. Точку перетину його з лінією руху штовхача y - y позначимо b' . Тоді центральний кут $\angle b'O_1c = \varphi_1$, а $\angle cO_1d = \varphi_2$. Для визначення кута φ_3 проведемо через точку a дотичну до кола радіуса e до перетину її з колом максимального

радіуса в точці k , отримаємо $\angle dO_1k = \varphi_3$. Дуги максимального радіуса, які стягують фазові кути φ_1 і φ_3 , розділимо на рівні частини, наприклад на 6.

IV. через отримані точки поділення 1, 2, 3, ... проведемо дотичні до кола радіуса e таким чином, щоб всі вони знаходились з однієї сторони від центра обертання кулачка, як і лінія руху штовхача $y-y$. Точки перетину дотичних з центровим профілем кулачка $1', 2', 3', \dots$ визначають положення центра ролика в оберненому механізмі.

V. для знаходження дійсного положення центра ролика в прямому механізмі необхідно через точки $1', 2', 3', \dots$ провести дуги концентричних кіл з центра O_1 до перетину з віссю $y-y$ (точок A_0, A_1, A_2, \dots).

На основі отриманої розмітки хода штовхача побудуємо графік $S=S(\varphi)$ (рис. 5.5, б). Для цього в прямокутній системі координат по осі абсцис відкладемо кути повороту кулачка φ , а по осі ординат – відповідні цим кутам переміщення веденої ланки S . З'єднавши плавною кривою кінці цих ординат, отримаємо графік $S=S(\varphi)$.

5.3. Синтез кулачкових механізмів

Задача синтезу кулачкового механізму полягає в побудові профіля кулачка за заданими законами руху кулачка і штовхача. Вихідними даними для синтезу є:

- 1) кінематична схема механізму;
- 2) закон руху кулачка (частіше всього $\omega_1 = \text{const}$);
- 3) закон руху веденої ланки $S = S(\varphi)$;
- 4) фазові кути $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$;
- 5) максимальний хід штовхача h .

Ці дані задаються, виходячи з умов того технологічного процесу, для обслуговування якого призначений кулачковий механізм, що проектується.

Крім того, необхідно ще задатись деякими лінійними параметрами механізму: радіусом основної шайби r_o , ексцентриситетом e (довжиною коромисла l_{CB} і міжцентровою відстанню l_{O_1C} у випадку коромислового механізму).

Ці основні параметри кулачкового механізму визначаються з кінематичних, динамічних і конструктивних умов. Кінематичний синтез кулачкових механізмів полягає в тому, що механізм повинен відтворювати заданий закон руху. Під час динамічного синтезу ставиться задача отримати механізм найменших розмірів за відсутності його заклинювання.

Початком в синтезі кулачкових механізмів є вибір законів руху штовхача.

Закони руху штовхача. Починаючи проектування кулачкового механізму, необхідно обрати закон руху штовхача. Для побудови профіля кулачка достатньо мати залежність $S = S(t)$ або $S = S(\varphi)$ при $\omega_1 = \text{const}$. Але

зручніше задавати закон руху у вигляді $a = a(t)$, тому що на основі аналізу цього графіка можна робити висновки про поштовхи, шум, зношування, вібрації кулачкового механізму.

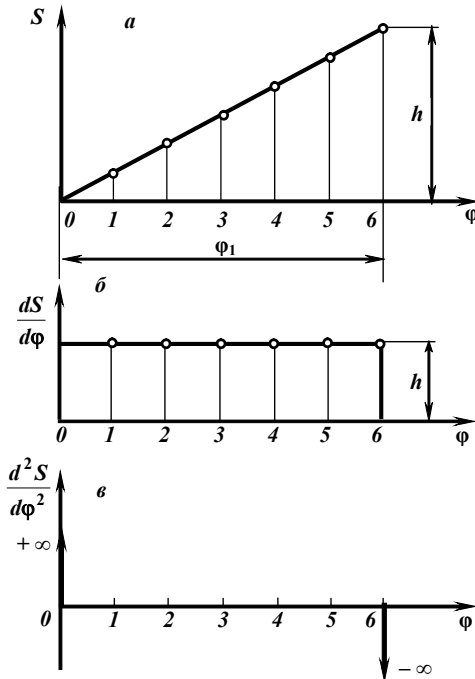


Рис. 5.6. Графіки кінематичних параметрів руху штовхача за жорстких ударів

Закони руху штовхача можна розбити на три характерні групи: а) рух штовхача супроводжується жорсткими ударами (закон 1, табл. 5.1). Жорсткий удар має місце в тому випадку, коли на графіку перемішень веденої ланки є точка зламу (рис. 5.6, а). Крива зміни швидкості (рис. 5.6, б) в цей момент зазнає розриву, а прискорення теоретично дорівнює нескінченності (рис. 5.6, в). Тому в цей момент динамічні навантаження, які виникають в кінематичній парі, стають також теоретично нескінченно великими, що і викликає *жорсткий удар*. Профіль кулачка у

відповідній точці буде мати точку зламу, в якій дотична стрибком змінює свій напрямок;

б) рух штовхача супроводжується м'якими ударами (закони 2, 3, 5, 7). Якщо на графіку зміни швидкості веденої ланки є точка зламу, то в цій точці крива зміни прискорення має кінцевий розрив (рис. 5.7). В цей момент буде мати місце миттєва зміна динамічних навантажень в кінематичній парі на кінцеву величину. Це явище має назву *м'якого удару*. У випадку м'якого удару у відповідній точці теоретичного профіля кулачка має місце стрибкоподібна

зміна величини радіуса кривизни;

в) рух штовхача відбувається без ударів (закони 4, 6, 8).

Таким чином, для найкращих умов роботи кулачкових механізмів криві переміщення і швидкості повинні бути безперервними функціями. А за високих швидкостей і крива прискорення також повинна бути безперервна і мати невелике значення максимуму, щоб не допустити великих значень сил інерції і напружень ($\bar{P}_i = -m\bar{a}$).

Закони руху ведених ланок задаються зазвичай або аналітично у вигляді рівнянь, що відображають залежність S , v , a ведених ланок від часу t , або графічно у вигляді відповідних графіків. Рух кулачка практично у всіх випадках відповідає рівномірному обертанню $\omega_1 = \text{const}$, тому зручніше користуватися діаграмами (графіками), побудованими в функції кута повороту кулачка φ :

$$S = S(\varphi); \quad \frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi) \quad \text{і} \quad \frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2}(\varphi),$$

$$\text{де} \quad \frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = \frac{v}{\omega_1}, \quad \text{а} \quad \frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{d^2S}{dt^2} \cdot \frac{dt^2}{d\varphi^2} = \frac{a}{\omega_1^2}.$$

Під час аналізу законів руху будемо користуватись диференціальними та інтегральними залежностями.

Примітка. Методи графічного інтегрування і диференціювання наведені в розділі 2.

Оскільки величини S , $\frac{dS}{d\varphi}$, $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$ мають однакову розмірність, то на графіках вони повинні

бути зображені в одному і тому ж масштабі

$$\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_S \left[\frac{\text{М}}{\text{ММ}} \right].$$

Для графічного диференціювання існують такі залежності між масштабами:

$$\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi H_1} \quad \text{і} \quad \mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} = \frac{\mu_{\frac{dS}{d\varphi}}}{\mu_\varphi H_2},$$

звідки витікає, що полюсна відстань в даному випадку буде дорівнювати

$$H_1 = H_2 = H = \frac{1}{\mu_\varphi} \text{ мм}.$$

Криві, побудовані за допомогою графічних методів диференціювання та інтегрування, не зовсім точні, особливо за повторного диференціювання

або інтегрування. Тому цими методами користуються в тому випадку, коли крива переміщення не має простого графічного метода побудови (законои 3, 4, 7, 8). В усіх інших випадках побудову графіків будемо починати з кривої $S = S(\varphi)$ (законои 1, 2, 5, 6).

Розглянемо деякі з законів руху штовхача, які найбільш часто зустрічаються, і наведемо їх характеристики.

1. *Лінійний закон руху штовхача (закон сталої швидкості)* (рис. 5.6).

Найбільш простим випадком руху штовхача є його рівномірний рух. Але на початку і в кінці ходу штовхача має місце миттєва зміна швидкості.

Прискорення і сили інерції в цих точках теоретично дорівнюють нескінченності:

$$a = \frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{0} = \infty;$$

$$\bar{P}_i = -m\bar{a} = \infty.$$

Тобто, при цьому законі має місце жорсткий удар. Тому такий закон руху штовхача можна використовувати лише для кулачкових механізмів за малих швидкостей і малих потужностей і тільки в тих випадках, коли за умовами технологічного процесу потрібен рух з $v = \text{const}$. Характеристики закону див. в табл. 5.1.

2. *Параболічний закон руху (закон постійного прискорення)* (рис. 5.7, а).

За параболічного закону руху жорсткі удари відсутні, оскільки крива швидкості безперервна. Прискорення постійне і має найменшу величину в порівнянні з іншими законами. Але миттєва зміна прискорення штовхача викликає так званий м'який удар. Тому цей закон не годиться для високих швидкостей, де він викликає швидке зношування робочої поверхні, шум, вібрації і поштовхи.

Часто від'ємне прискорення зменшують, щоб зменшити силу інерції на цій ділянці. В цьому випадку ділянки розгону і сповільнення виконують неоднаковими:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2}{t_1} = k \quad \text{або} \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1} = k.$$

Побудову графіка $S = S(\varphi)$ показано на рис. 5.7, б.

3. *Модифікований лінійний закон.* Для поліпшення умов роботи кулачкового механізму при $v = \text{const}$ необхідно, щоб крива швидкості не мала розривів.

Розглянемо випадок, коли швидкість змінюється за законом трапеції (рис. 5.8, б). В цьому випадку жорсткі удари відсутні. Отже, такий закон руху є покращеним варіантом чисто лінійного закону. Але і цей закон також може використовуватись тільки для малих швидкостей, тому що прискорення, що

з'явилася (рис. 5.8, в) на початку і в кінці шляху, достатньо велике; отже з'явиться велика сила інерції, а в момент стрибків прискорення штовхача з'являться м'які удари, шум, вібрації. Криві будуються графічним інтегруванням.

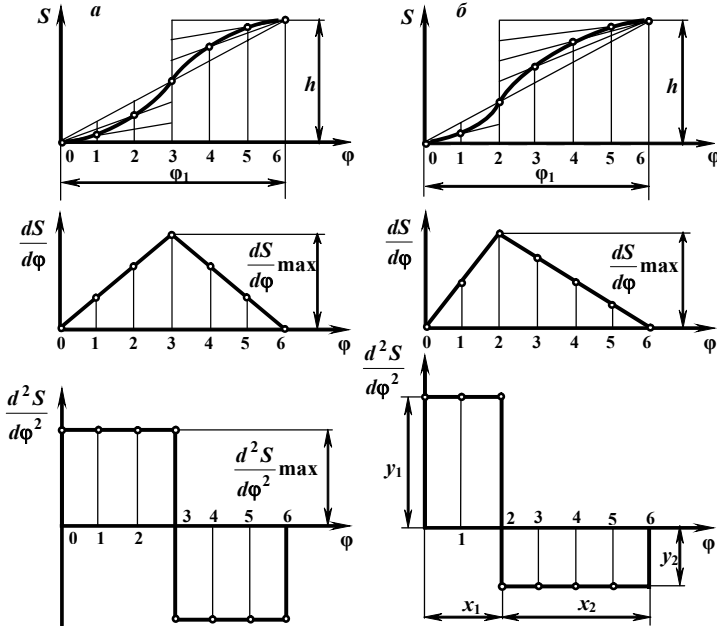


Рис. 5.7. Параболічний симетричний (а) і параболічний несиметричний (б) закони руху

4. Закон зміни прискорення за трапецією (трапецеїдальний закон). При зміні прискорення за законом трапеції (рис. 5.9, в) і жорсткі і м'які удари відсутні, величина максимального прискорення (рис. 5.9, в) невелика в порівнянні з іншими законами (див. табл. 5.1), що дозволяє використовувати цей закон для швидкохідних механізмів. Таким чином, якщо співвідношення трапецеїдальної кривої добре підібрані, то створюються хороші характеристики для роботи за високих швидкостей.

Криві $\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi)$ і $S = S(\varphi)$ (рис. 5.9, а, б) будуються графічним інтегруванням.

5. Закон зміни прискорення за косинусоїдою. Ця крива має широкі

розповсюдження через простоту побудови. Криві переміщення і швидкості (рис. 5.10, *a*, *б*) безперервні. Крива прискорення (рис. 5.10, *в*) на початку і в кінці шляху має стрибкоподібну зміну величини, що викликає м'які удари і за великих швидкостей шум, вібрації і підвищене зношування. За помірних швидкостей кулачкові механізми з гармонічним законом руху штовхача працюють задовільно.

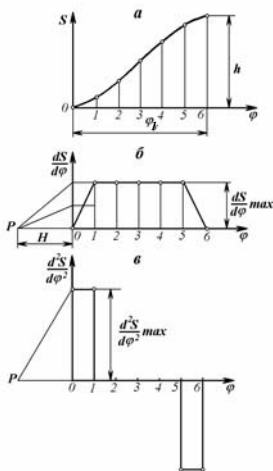


Рис.5.8. Модифікований лінійний закон руху

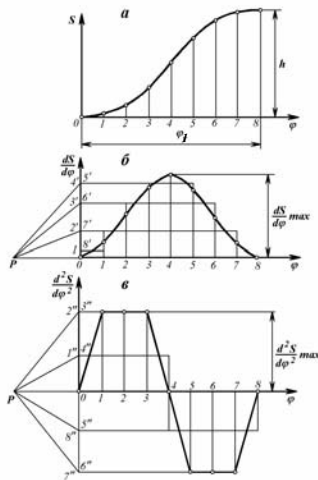


Рис. 5.9. Закони зі зміню прискорення по трапеції

6. *Закон зміни прискорення за синусоїдою.* За даного закону руху штовхача всі три криві: переміщення, швидкості і прискорення (рис. 5.11, *a*, *б* і *в*) безперервні. Отже, цей закон задовольняє вимогам роботи на високих швидкостях: вібрації, зношування, напруження, шум мінімальні. М'які і жорсткі удари відсутні. Ця крива створює плавний підйом, не викликає сильного бокового тиску на штовхач.

Цьому закону варто віддати перевагу перед іншими для особливо швидкохідних кулачкових механізмів. Але він дає більші прискорення, ніж трапецеїдальний закон. Ординати кривої $S = S(\varphi)$ знаходять графічним додаванням ординат лінійного графіка і допоміжної синусоїди.

Радіус допоміжного кола

$$r = \frac{h}{2\pi}.$$

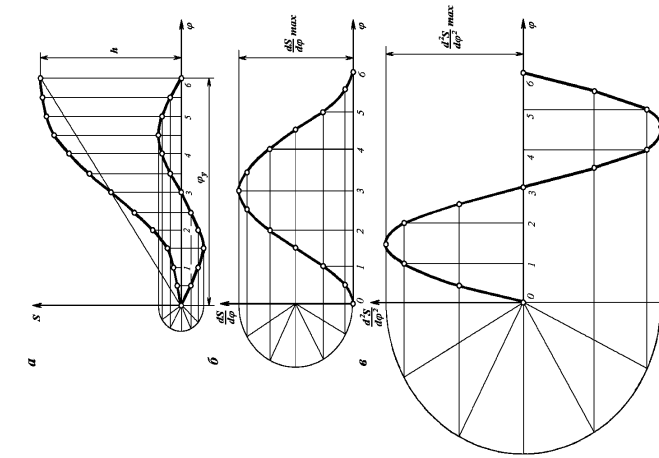


Рис. 5.11. Синусоїдальний закон руху

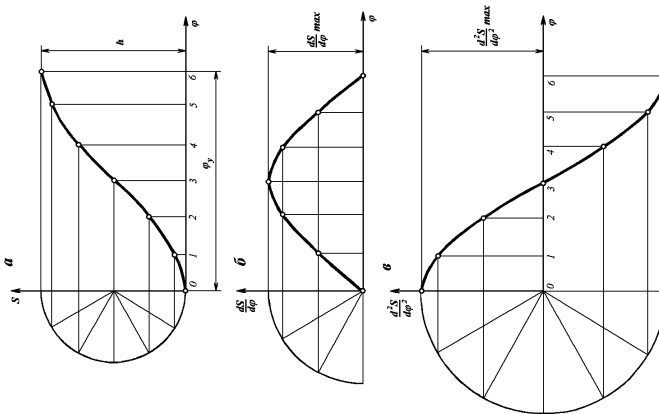


Рис. 5.10. Косинусоїдальний закон руху

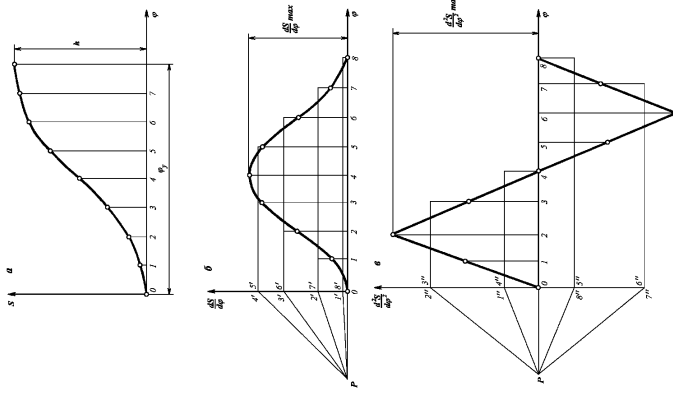


Рис. 5.13. Закони зі змінною прискорення штовхача по трикутнику

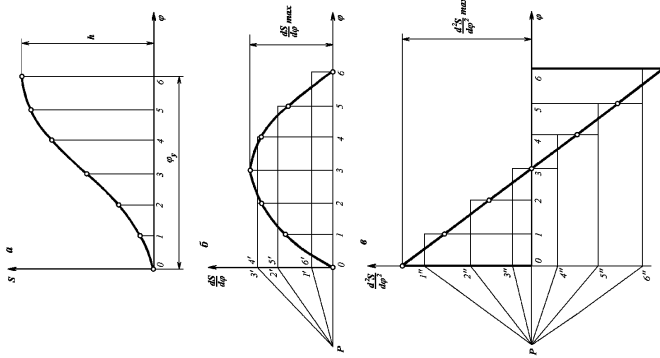
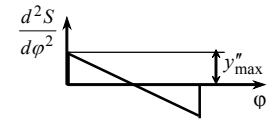
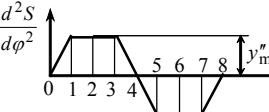


Рис. 5.12. Закони руху з рівномірною зменшенням прискоренням

Таблиця 5.1

Закон руху	Графік $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f''(\varphi)$	Максимальне значення	
		$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{v}{\omega_1}$ [М]	$\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{v}{\omega_1^2}$ [М]
1	2	3	4
1. Лінійний		$\frac{h}{\varphi_1}$	$\pm \infty$
2а.. Параболічний симетричний		$2 \frac{h}{\varphi_1}$	$4 \frac{h}{\varphi_1^2}$
2б. Несиметричний		$2 \frac{h}{\varphi_1}$	$+2(1+k) \frac{h}{\varphi_1^2}$ $-\frac{2(1+k)}{k} \cdot \frac{h}{\varphi_1^2}$
3. Модифікований лінійний		$1,2 \frac{h}{\varphi_1}$	$7,2 \frac{h}{\varphi_1^2}$
4. Трикутний		$2 \frac{h}{\varphi_1}$	$8 \frac{h}{\varphi_1^2}$
5. Косинусоїдаль- ний		$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_1}$	$\frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_1^2}$
6. Синусоїдальний		$2 \frac{h}{\varphi_1}$	$2\pi \frac{h}{\varphi_1^2}$

1	2	3	4
7. Рівномірно зменшуване прискорення		$\frac{3}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_1}$	$6 \frac{h}{\varphi_1^2}$
8. Змінювання прискорення по трапеції		$2 \frac{h}{\varphi_1}$	$\frac{16}{3} \cdot \frac{h}{\varphi_1^2}$

7. *Закон руху з постійним градієнтом прискорення.* Характеристики цього закону аналогічні характеристикам гармонічного закону (закону зміни прискорення за косинусоїдою) (рис. 5.12, а, б, в), крива переміщення, швидкості будувється дворазовим графічним інтегруванням.

Використовують цей закон для середніх швидкостей, частіше всього в комбінації з іншими законами, де він дає відомі переваги.

8. *Закон зміни прискорення за трикутником.* Характеристики цього закону схожі з характеристиками синусоїдального закону. Криві переміщення, швидкості і прискорення (рис. 5.13, а, б, в) безперервні. Жорсткі і м'які удари відсутні, і цей закон можна використовувати за високих швидкостей. Недолік - велике максимальне прискорення, а отже, і великі сили інерції в порівнянні з 4 і 6 законами, що призведе за інших рівних умов до збільшення габаритів кулачкового механізму. Крива переміщення $S = S(\varphi)$ будувється дворазовим

графічним інтегруванням кривої $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2}(\varphi)$.

Кути тиску і передачі руху в кулачкових механізмах. З боку кулачка на штовхач діє сила P_{12} . Якщо знехтувати тертям у вищій парі, то сила P_{12} буде направлена по нормалі $n - n$ до профілю кулачка. Розкладемо силу P_{12} за двома напрямками: по лінії руху штовхача $u - u$ і перпендикулярно до неї (рис. 5.14).

Сила $P'_{12} = P_{12} \cos \theta$ - корисна сила, тому що під її дією штовхач рухається.

Сила $P''_{12} = P_{12} \sin \theta$ викликає сили тертя, а також перекіс штовхача в напрямній.

Гострий кут θ , замкнений між нормаллю $n - n$ до профілю кулачка в точці дотику і напрямком руху штовхача, називається *кутом тиску*. За великого кута θ опори від тертя такі великі, що робота сили P_{12} виявляється недостатньою, щоб привести в рух ведену ланку. Це явище отримало назву *заклинювання механізму*. Кут тиску, за якого відбувається заклинювання, називається

критичним θ_k . Таким чином, для усунення заклинювання при проектуванні кулачкових механізмів ставиться умова: кут тиску θ в усіх положеннях механізму повинен бути меншим за критичний кут θ_k , тобто $\theta < \theta_k$. На практиці для кулачкових механізмів з штовхачем, який рухається поступально, приймається $\theta_{\max} = 30^\circ$, для коромислових механізмів - $\theta_{\max} = 45^\circ$.

Кут тиску θ можна визначити через основні параметри кулачкового механізму

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{Dk}{DB} = \frac{O_1k - O_1D}{DC + CB} = \frac{\frac{dS}{d\varphi} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + S_i} \quad (5.1)$$

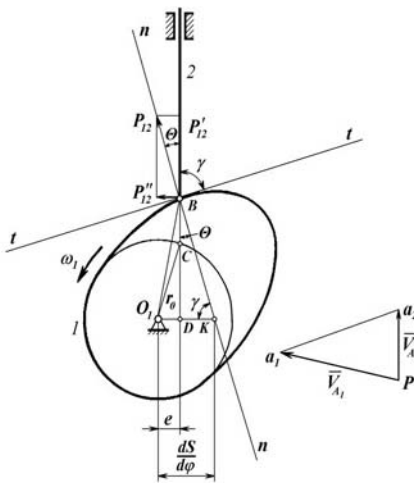


Рис. 5.14. Схема до визначення кутів тиску і передачі руху

Під час проектування кулачкових механізмів найменших розмірів необхідно підібрати такий мінімальний радіус кулачкової шайби r_0 , щоб ні в одному з положень механізму кут передачі руху γ не був меншим за γ_{\min} , тобто

$$\gamma \geq \gamma_{\min}$$

де

З цього виразу видно, що за обраного закону руху штовхача $S = S(\varphi)$ збільшення радіуса основної шайби r_0 веде до зменшення кута тиску θ . Під час проектування кулачкових механізмів можна замість кута тиску θ задати кутом передачі руху γ .

Кутом передачі руху γ називається гострий кут, замкнений між дотичною $t - t$ до профілю кулачка в точці дотику і напрямком руху штовхача (тобто між відносною і абсолютною швидкостями штовхача).

З рис. 5.14 видно, що $\gamma = 90^\circ - \theta$. Отже, чим менше кут θ , тим більша можливість заклинювання механізму.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{r_0^2 - e^2} + S_t}{\frac{dS}{d\varphi} \pm e}. \quad (5.2)$$

Для кулачкових механізмів з штовхачем, що рухається поступально, приймається $\gamma_{\min} = 45^\circ$. Таким чином, якщо задано закон руху штовхача $S = S(\varphi)$ і мінімальний кут передачі руху γ_{\min} , то користуючись залежністю (5.2), можна визначити мінімальний радіус основної шайби r_0 і величину ексцентриситету e .

Замість складних аналітичних розрахунків розроблено графічні способи визначення r_0 і e за умови $\gamma \geq \gamma_{\min}$ (див. приклади 1 і 2).

Динамічний синтез кулачкових механізмів.

Приклад 1. Спроекувати кулачковий механізм найменших розмірів з роликовим штовхачем, який рухається поступально, якщо задано:

- 1) схема кулачкового механізму;
- 2) максимальний хід штовхача $h = 40$ мм;
- 3) фазові кути $\varphi_1 = 144^\circ$, $\varphi_2 = 54^\circ$, $\varphi_3 = 102^\circ$;
- 4) мінімальний кут передачі руху $\gamma_{\min} = 60^\circ$;
- 5) закон руху штовхача (при віддаленні - косинусоїдальний, при поверненні - параболічний);
- 6) кулачок обертається рівномірно проти годинникової стрілки з $n_1 = 1500$ об/хв.

Вирішення. 1. Будемо графіки руху штовхача (рис. 5.15). Переведемо значення заданих фазових кутів в радіанну міру:

$$\varphi_1 = \frac{144^\circ \cdot 3,14}{180^\circ} = 2,51 \text{ рад};$$

$$\varphi_2 = \frac{54^\circ \cdot 3,14}{180^\circ} = 0,94 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \frac{102^\circ \cdot 3,14}{180^\circ} = 1,78 \text{ рад}.$$

Робочий кут $\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2,51 + 0,94 + 1,78 = 5,23$ рад. Прийемо масштаб по осі абсцис $\mu_\varphi = 0,05$ рад/мм. Тоді відрізок x , який відображає робочий кут по осі абсцис, буде дорівнювати

$$x = \frac{\varphi_p}{\mu_\varphi} = \frac{5,23}{0,05} = 104,3 \text{ мм}.$$

Відповідно знайдемо величини відрізків, що відображають фазові кути в масштабі $\mu_\varphi = 0,05$ рад/мм:

$$x_1 = \frac{\varphi_1}{\mu_\varphi} = \frac{2,51}{0,05} = 50,2 \text{ мм} .$$

$$x_3 = \frac{\varphi_3}{\mu_\varphi} = \frac{1,78}{0,05} = 35,6 \text{ мм} .$$

З табл. 5.1 для заданих законів руху штовхача знаходимо формули для розрахунку

максимальних значень аналогів швидкості $\frac{dS}{d\varphi_{\max}}$ і прискорення $\frac{d^2S}{d\varphi_{\max}^2}$:

а) фаза віддалення (косинусоїдальний закон):

$$\frac{dS}{d\varphi_{\max}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_1} = 1,57 \frac{40}{2,51} = 25 \text{ мм} ;$$

$$\frac{d^2S}{d\varphi_{\max}^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_1^2} = 4,93 \frac{40}{(2,51)^2} = 31,2 \text{ мм} ;$$

б) фаза повернення (параболічний закон):

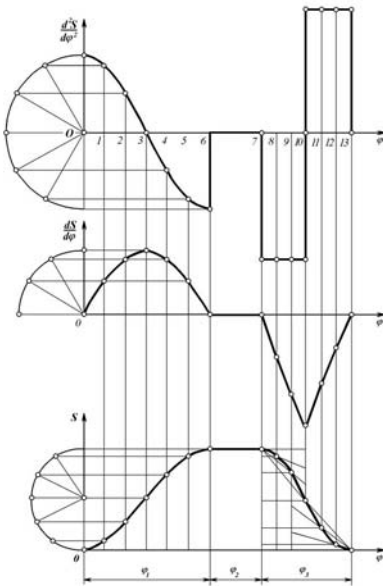


Рис.5.15. Графіки руху штовхача

$$\frac{dS}{d\varphi_{\max}} = 2 \frac{h}{\varphi_3} = \frac{2 \cdot 40}{1,78} = 45 \text{ мм} ;$$

$$\frac{d^2S}{d\varphi_{\max}^2} = 4 \frac{h}{\varphi_3^2} = \frac{4 \cdot 40}{(1,78)^2} = 50,5 \text{ мм} .$$

Приймаємо масштаб по осі ординат для усіх трьох графіків

$$\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} = 0,001 \text{ м/мм} .$$

У даному випадку для обох законів існують прості геометричні методи побудови усіх трьох графіків (див. закон 5 і 2). На рис. 5.10 і рис. 5.7 показано побудову цих графіків для фази віддалення, а на рис.5.15 - побудова цих графіків за приведеними вище даними.

II. Визначимо радіус основної шайби r_0 і величину ексцентриситета e графічним методом (рис. 5.16, а). Для цього на базі побудованих в одному і тому ж масштабі графіків $S = S(\varphi)$ і

$$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi) \text{ шляхом виключення}$$

параметра φ будемо графік $S = S\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$.

Проведемо осі координат. По осі ординат в масштабі μ_S відкладемо від початку координат переміщення штовхача відповідно побудованому графіку $S = S(\varphi)$. Через отримані точки A_0, A_1, A_2, \dots та ін. проводимо прямі, паралельні осі абсцис. На цих прямих відкладемо відрізки,

які відповідно дорівнюють $\frac{dS}{d\varphi}$ в масштабі $\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_S = 0,001$ м/мм. Для фази віддалення ці відрізки відкладаються в сторону обертання кулачка, а для фази повернення - у зворотню.

З'єднавши плавною кривою кінці відкладених відрізків, отримаємо криву $S = S\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$.

Проведемо до цієї кривої дотичні під кутами $\gamma_{\min} = 60^\circ$ до осі $\frac{dS}{d\varphi}$. За центр обертання кулачка

O_1 можна прийняти будь-яку точку, що лежить всередині заштрихованої зони (рис. 5.16, а). Якщо за центр обертання кулачка прийняти точку перетину дотичних, то отримаємо мінімальне значення r_0 , яке задовольняє умові $\gamma \geq \gamma_{\min}$. Відстань від обраної точки O_1 до осі ординат дає значення ексцентриситета e в масштабі μ_S .

В даному випадку:

$$r_0 = O_1 A_0 \cdot \mu_S = 44 \cdot 0,001 = 0,044 \text{ м.}$$

$$e = 9 \cdot 0,001 = 0,009 \text{ м.}$$

III. Перейдемо до побудови профілю кулачка (рис. 5.16, б).

1. Обираємо положення центра обертання кулачка O_1 і в масштабі μ_S креслимо кола радіусами, які дорівнюють $r_0 = 44$ мм і $e = 9$ мм.

2. Дотично до кола радіуса e проведемо лінію руху штовхача $y - y$, відповідно до її положення на діаграмі $S = S\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$. Точка перетину A_0 цієї прямої з колом r_0 визначить

положення центра ролика, яке відповідає початку віддалення.

3. Від точки A_0 вздовж лінії $y - y$ відкладаємо переміщення штовхача, відповідно до графіка $S = S(\varphi)$. Точка A_6 визначить положення центра ролика, яке відповідає кінцю віддалення.

4. Від прямої $O_1 A_6$ в сторону, протилежну обертанню кулачка, відкладемо фазові кути $\varphi_1 = 144^\circ$, $\varphi_2 = 54^\circ$, $\varphi_3 = 102^\circ$.

5. Проведемо коло радіусом $r_{\max} = O_1 A_6$ і поділимо дуги, які стягують фазові кути φ_1 і φ_3 на рівні частини, відповідно поділенню цих кутів на графіку $S = S(\varphi)$.

6. Через отримані точки 1, 2, 3, 4 тощо проводимо дотичні до кола радіусом e так, щоб всі дотичні розташовувались з тієї ж сторони від центра O_1 , що і пряма $y - y$.

7. З центра обертання кулачка O_1 радіусами $O_1 A_1$, $O_1 A_2$, $O_1 A_3$ тощо проведемо концентричні дуги до перетину з відповідними дотичними. Точки перетину 1', 2', 3' тощо

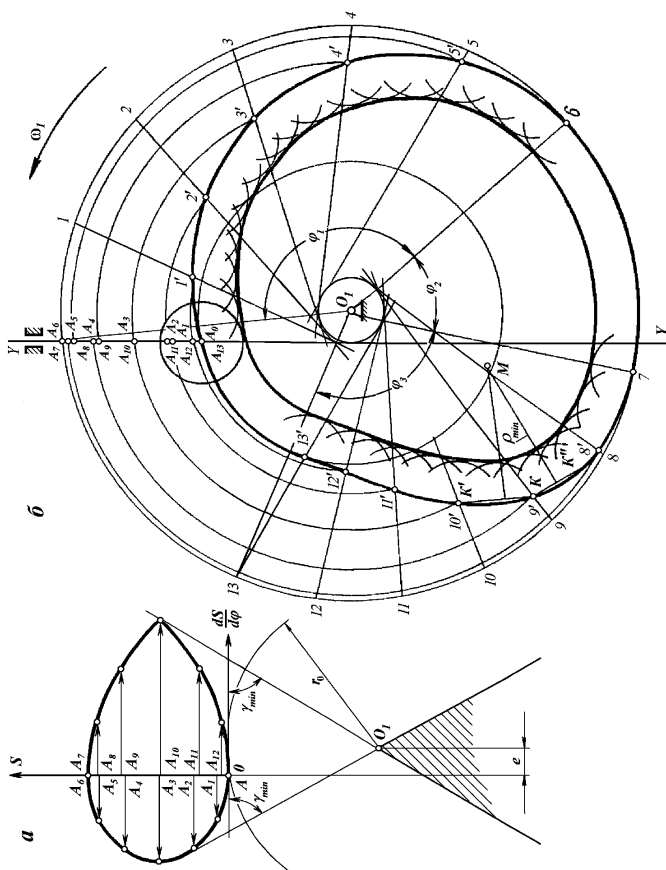


Рис. 5.16. Побудови до динамічного і кінематичного синтезу кулякового механізму

представляють собою положення центра ролика в оберненому механізмі.

8. З'єднавши отримані точки плавною кривою, отримаємо центровий профіль кулачка.

9. Визначимо радіус ролика r . Для запобігання перетину частин профілю кулачка радіус ролика повинен бути менше мінімального радіуса кривизни центрального профілю кулачка $r \leq (0,7 \dots 0,8) \rho_{\min}$. Радіус ролика з другої сторони не рекомендується брати більше половини радіуса основної шайби r_0 з конструктивних міркувань $r \leq (0,4 \dots 0,5) r_0$.

Для пошуку ρ_{\min} зробимо таким чином: виберемо на опуклій частині центрального профілю кулачка точку k , у якій кривизна кривої здається найбільшою. Потім поблизу точки k виберемо ще дві точки k' і k'' і з'єднаємо їх з точкою k . Через середини отриманих хорд проведемо перпендикуляри до них. Точка перетину перпендикулярів M - центр кола, що проходить через всі три точки. Радіус цього кола M наближено можна прийняти за ρ_{\min} . У цьому випадку:

$$\begin{aligned} \rho_{\min} &= Mk \cdot \mu_s = 39 \text{ мм}; \\ r &\leq 0,7 \rho_{\min} = 0,7 \cdot 39 = 27,3 \text{ мм}; \\ r &\leq 0,4 r_0 = 0,4 \cdot 44 = 17 \text{ мм}; \\ &17 < 27,3. \end{aligned}$$

Прийmemo радіус ролика менше 17 мм, наприклад $r = 15$ мм.

10. Визначимо дійсний профіль кулачка, для чого будемо еквідистантну криву (див. розд. 5.3, приклад 1, пункт 2). Для кулачкових механізмів з центральних штовхачем ексцентриситет $e = 0$, отже, дотичні перетворюються на промені, які проходять через центр обертання кулачка O . Всі інші побудови виконуються аналогічно.

Приклад 2. Спроекувати коромисловий кулачковий механізм, якщо відомі:

- 1) схема кулачкового механізму;
- 2) фазові кути: $\varphi_1 = 144^\circ$, $\varphi_2 = 54^\circ$, $\varphi_3 = 102^\circ$;
- 3) максимальне переміщення коромисла (лінійне h або кутове ψ) $h = 40$ мм;
- 4) довжина коромисла $l_{CB} = 80$ мм;
- 5) мінімальний кут передачі руху $\gamma_{\min} = 45^\circ$;
- 6) закон руху коромисла при віддаленні - косинусоїдальний, при поверненні - параболічний;
- 7) кулачок обертається рівномірно проти годинникової стрілки.

Вирішення. 1. Будемо графіки руху коромисла. Лінійне переміщення центра ролика коромисла $h = l_{CB} \psi$, де ψ - кутове переміщення коромисла в рад. Побудова графіків аналогічно прикладу 1 (рис. 5.15).

II. Визначаємо радіус кулачкової шайби r_0 і міжцентрову відстань l_{OC} графічним методом (рис. 5.17, а). На основі графіка $S = S(\varphi)$ будемо положення коромисла в тому ж масштабі $\mu_s = 0,001$ м/мм.

Потім вздовж кожного з цих положень від точок B (центра ролика) в масштабі

$\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_s$ відкладемо відповідні значення $\frac{dS}{d\varphi}$. Причому, якщо $\frac{\omega_1}{\omega_2} > 0$, тобто якщо кулачок

і коромисло для фази віддалення обертаються в одну і ту ж сторону, то відрізки $\frac{dS}{d\varphi}$

відкладаються в напрямку до центра обертання коромисла, якщо ж $\frac{\omega_1}{\omega_2} < 0$, то в протилежний

бік. Через кінці кожного з цих відрізків проведемо прямі під кутами $\gamma_{\min} = 45^\circ$ до відповідного напрямку коромисла. За центр обертання кулачка O_1 можна прийняти будь-яку точку, яка лежить всередині заштрихованої зони. Причому у цьому випадку $\gamma \geq \gamma_{\min}$ при всіх положеннях механізму. Для кращої роботи кулачкового механізму траєкторія руху центра ролика повинна проходити або через центр обертання кулачка, або поблизу нього. У нашому випадку радіус кулачкової шайби $r_0 = O_1B_0$, $\mu_s = 30 \cdot 0,001 = 0,030$ м. Знайдемо міжцентрову відстань

$$l_{O_1C} = O_1C \cdot \mu_s = 95 \cdot 0,001 = 0,095 \text{ м.}$$

ПІ. Будуємо профіль кулачка (рис. 5.17, б). 1. Вибираємо центр обертання кулачка O_1 і коромисла C_0 . З центра кулачка O_1 проводимо кола радіусами, які дорівнюють $r_0 = 30$ мм і $l_{O_1C} = 95$ мм в масштабі $\mu_s = 0,001$ м/мм.

2. Знайдемо положення центра ролика коромисла. Для цього з точки C_0 радіусом, що дорівнює довжині коромисла l_{CB} , проводимо дугу до перетину з колом радіусом r_0 . Точка перетину B_0 дає положення центра ролика коромисла, яке відповідає початку віддалення. Від точки B_0 в сторону обертання коромисла відкладемо переміщення центра ролика коромисла відповідно графіка $S = S(\varphi)$. Отримаємо точки B_1, B_2, B_3 тощо.

3. Від ліній центрів O_1C_0 в сторону, протилежну обертанню кулачка, відкладемо фазові кути $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Дуги максимального радіусу O_1C_0 , що стягують фазові кути φ_1 і φ_2 , поділимо на рівні частини відповідно поділу цих кутів на графіку. Отримані точки C_1, C_2, C_3 тощо дають положення центра качання коромисла в оберненому механізмі.

4. Друга точка коромисла B (центр ролика) буде ковзати по центровому профілю кулачка. Для знаходження положень центра ролика в оберненому механізмі виконаємо наступні побудови: з центра обертання кулачка O_1 радіусами, які дорівнюють O_1B_1, O_1B_2, O_1B_3 тощо, проведемо дуги концентричних кіл, а з точок C_1, C_2, C_3 тощо довжиною коромисла l_{CB} зробимо засічки на відповідних дугах (точки $1', 2', 3', \dots$). З'єднавши отримані точки $1', 2', 3'$ тощо плавною кривою, отримаємо центровий профіль кулачка. Вибір радіуса ролика і побудова дійсного профілю кулачка виконується аналогічно способу, наведеному в прикладі 1 (п. 9-10):

$$r = 0,7 \rho_{\min} = 0,7 \cdot 42 = 29,4 \text{ мм;}$$

$$r = 0,4 r_0 = 0,4 \cdot 30 = 12 \text{ мм.}$$

Приймаємо радіус ролика $r = 10$ мм.

Приклад 3. Спроектувати кулачковий механізм з плоским штовхачем, який рухається поступально, якщо відомі:

- 1) схема механізму;
- 2) фазові кути $\varphi_1 = 144^\circ, \varphi_2 = 54^\circ, \varphi_3 = 102^\circ$;
- 3) максимальний хід штовхача $h = 40$ мм;
- 4) закон руху штовхача (при віддаленні - косинусоїдальний, при поверненні - параболічний);
- 5) кулачок обертається рівномірно проти годинникової стрілки.

Вирішення. 1. Будуємо графіки руху штовхача $S = S(\varphi)$; $\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi)$ і $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2}(\varphi)$ в

одному й тому ж масштабі: $\mu_s = \mu \frac{dS}{d\varphi} = \mu \frac{d^2S}{d\varphi^2}$ = 0,001 м/мм. Побудову виконати аналогічно

способу, наведеному в прикладі 1 (рис. 5.15).

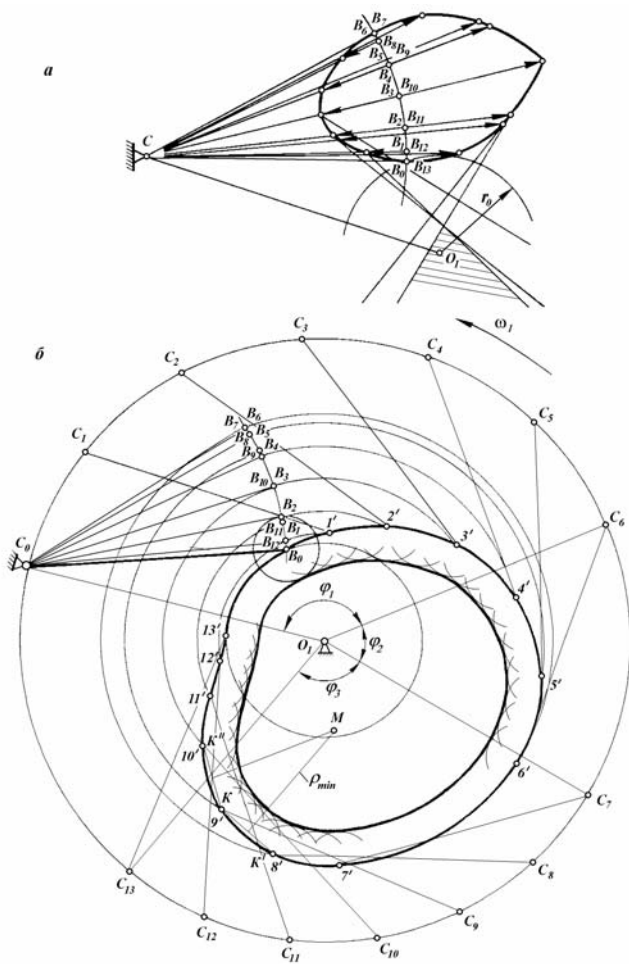


Рис. 5.17. Динамічний і кінематичний синтез коромислового кулачкового механізму

II. Визначаємо мінімальний радіус кулачка. У механізмі з плоским штовхачем кут передачі руху $\gamma = \text{const}$ (у нашому випадку $\gamma = 90^\circ$). Отже, умова $\gamma \geq \gamma_{\min}$ в цьому випадку виконується при всіх положеннях кулачка незалежно від його розмірів. Але наявність плоского штовхача виставляє додаткову вимогу до профілю кулачка, який повинен бути опуклим по всьому контуру, тобто не мати точок перегину. Кулачок буде мати опуклий профіль, якщо його радіус кривизни в кожному положенні задовольняє умові

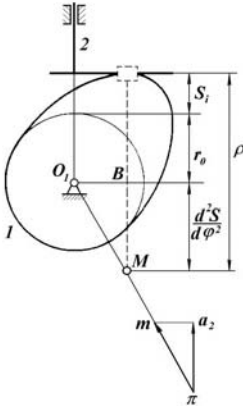


Рис. 5.18. Схема до визначення мінімального радіуса кулачка

$$\rho = r_{\min} + S_i + \frac{d^2 S}{d\phi^2} > 0. \quad (5.3)$$

Тому мінімальний радіус кулачка з плоским штовхачем визначається з умови опуклості профілю кулачка (рис. 5.18). Існують два методи визначення r_{\min} . Перший метод - метод Геронімуса (рис. 5.19, а).

$$\text{Нерівність (5.3) приведемо до виду } 1 > \frac{\frac{d^2 S}{d\phi^2}}{S_i + r_{\min}},$$

приймаючи $1 = \text{tg } 45^\circ$, остаточно отримаємо

$$\text{tg } 45^\circ > \frac{\frac{d^2 S}{d\phi^2}}{S_i + r_{\min}}.$$

Ця умова дозволяє провести наступні графічні побудови, завдяки яким можна визначити r_{\min} . Виключаємо параметр ϕ , будуємо графік

$S = S \left(\frac{d^2 S}{d\phi^2} \right)$. Потім проведемо під кутом 45° до осі S дотичну до цієї кривої на ділянці, де

$\frac{d^2 S}{d\phi^2} < 0$. За центр обертання кулачка O_1 можна обрати будь-яку точку, що лежить нижче

точки перетину дотичної з віссю S (зазвичай на 10 мм нижче точки O).

В нашому випадку

$$r_{\min} = C_1 A_0 \cdot \mu_s = 41 \cdot 0,001 = 0,041 \text{ м.}$$

Якщо $\gamma \neq 90^\circ$, то

$$r_{\min} \geq O A_6 \cdot \mu_s \sin \gamma.$$

Другий метод (рис. 5.19, б). Нерівність (5.3) можна привести до виду

$$r_{\min} > - \left(S_i + \frac{d^2 S}{d\phi^2} \right),$$

звідки випливає, що r_{\min} повинен бути більше найбільшої від'ємної ординати сумарного графіка

$$\left[\left(S_i + \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right); \varphi \right].$$

Таким чином, для знаходження r_{\min} побудуємо сумарний графік графічним додаванням діаграм $S = S(\varphi)$ і $\frac{d^2 S}{d\varphi^2} = \frac{d^2 S}{d\varphi^2}(\varphi)$, побудованих попередньо в одному і тому ж масштабі

$$\mu_S = \mu \frac{d^2 S}{d\varphi^2}.$$

де y_{\max} - найбільше абсолютне значення від'ємної ординати. $r_{\min} > y_{\max} \mu_S$.

Зазвичай r_{\min} беруть на 10 мм більше $y_{\max} \mu_S$.

III. Будемо профіль кулачка (рис. 5.19, в). 1. З точки O_1 проведемо кола радіусом r_{\min} і радіусом $r_{\max} = r_{\min} + h$ (тому що ексцентриситет $e = 0$).

2. Через центр обертання O_1 проведемо лінію руху штовхача $y - y$.

Точки перетину лінії $y - y$ з колами радіусами r_{\min} і r_{\max} визначають положення точки A штовхача, яке відповідає початку і кінцю віддалення A_0 і A_6 .

3. В сторону, протилежну обертанню кулачка, від прямої $O_1 A_0$ відкладемо фазові кути φ_1, φ_2 і φ_3 . Дуги максимального радіуса, які стягують фазові кути φ_1 і φ_3 , поділимо на рівні частини, відповідно до поділення цих кутів на графіку $S = S(\varphi)$. Отримані точки 1, 2, 3 тощо з'єднаємо з центром O_1 (тому що $e = 0$). Ці промені є положенням штовхача в оберненому механізмі.

4. Від точки A_0 вздовж лінії $y - y$ відкладемо переміщення штовхача, користуючись розміткою ходу штовхача, отриманою на графіку $S = S(\varphi)$. Через отримані точки A_1, A_2, A_3 тощо з центра O_1 проведемо дуги концентричних кіл до перетину з відповідними променями.

Отримані точки $1', 2', 3'$ тощо є положеннями точки A штовхача в оберненому механізмі.

5. Через ці точки проведемо перпендикуляри до відповідних променів (тому що $\gamma = 90^\circ$). Огинаюча перпендикулярів і буде дійсним профілем кулачка.

5.4. Аналітичне визначення мінімального радіуса кулачка і кутів передачі руху

Механізм зі зворотньо-поступальним рухом штовхача. Основні розміри кулачкових механізмів визначаються з кінематичних, динамічних і конструкторських умов. Кінематичні умови визначаються тим, що механізм повинен забезпечувати виконання заданих законів руху. Динамічні умови різні, але основними є високий коефіцієнт корисної дії і відсутність заклинювання механізмів. Конструктивні умови пов'язані з достатньою міцністю окремих деталей і зносостійкістю елементів кінематичних пар тощо.

Забезпечення вказаних динамічних умов досягаються відповідним вибором мінімального радіуса кулачка і в курсі ТММ пропонуються графічні методи його визначення. Відомо, що неможливість заклинювання механізма забезпечується за умови

$$\theta_{\kappa} > \theta_{\max}, \quad (5.4)$$

де θ_{κ} - критичний кут тиску; θ_{\max} - максимально допустимий кут тиску.

В практичних розрахунках кут θ_{\max} для кулачкових механізмів з поступальним рухом штовхача приймають

$$\theta_{\max} = 30 \div 40^{\circ},$$

а для механізмів з коромисловим штовхачем - $\theta_{\max} = 45 \div 50^{\circ}$.

В розрахунках можливо враховувати не кут тиску, а кут передачі руху

$$(\gamma_{12})_{\max} > \gamma_{\kappa}, \quad (5.5)$$

де $\gamma_{\kappa} = 90^{\circ} - \theta_{\kappa}$.

Відомо, що між кутом тиску, геометричними і кінематичними параметрами існує залежність

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dS_2}{d\varphi_1} \pm e}{\sqrt{r_o^2 - e^2 + S_2}},$$

де $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ – аналог швидкості штовхача; e – величина ексцентриситету; r_o –

мінімальний радіус кулачка; S_2 – величина переміщення (рис. 5.20).

Знак плюс у ексцентриситета e відповідає лівому від осі A його розташуванню, а знак мінус – правому за умови, що штовхач рухається догори, а кулачок обертається проти годинникової стрілки.

Вибір мінімального радіуса кулачка повинен привести до виконання умов (5.3) і (5.5).

Якщо звернутись до рисунка, то можна бачити, що

кожній парі значень S_2 і $\frac{dS_2}{d\varphi}$ за

даного ексцентриситету e і r_o відповідають певні значення θ .

Тому підстановкою у вираз (5.6)

значення $\theta = \theta_{\kappa}$ можливо за

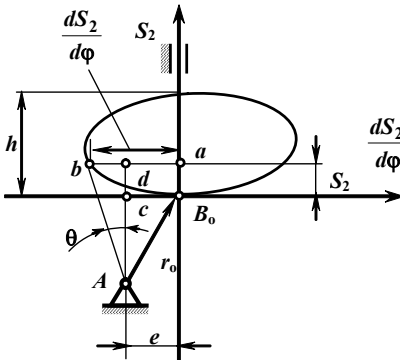


Рис.5.20. Схема до динамічного синтезу кулачкового механізму

інших відомих величин знайти r_o .

$$r_o = \sqrt{\left(\frac{\frac{dS_2 \pm e}{d\varphi_1} - S_2}{\operatorname{tg} \theta_k} \right)^2} - e^2. \quad (5.7)$$

Підстановка поєднаних сполучень $\frac{dS_2}{d\varphi}$ і S_2 на ділянці робочого ходу

дасть певний інтервал значень r_o . Пам'ятатимемо, що при $\theta = \theta_k$ маємо найменше значення r_o , але остаточний вибір - це найбільша величина r_o (максимум мінімумів).

Вибравши $r_{o\max}$ і повернувшись до формули (5.6) підстановкою пар значень S_2 і $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ підраховуємо відповідні їм кути тиску. Результати підрахунків

дозволяють побудувати діаграму залежності $\theta = \theta(\varphi)$ або $\gamma = \gamma(\varphi)$.

Таким чином, аналітичне вирішення задачі динамічного синтезу кулачкового механізму передбачає використання одержаних залежностей (5.6) і (5.7) у режимі перебору даних вихідного масиву, які одержуємо з використанням залежностей $\frac{dS_2}{d\varphi_1} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}(\varphi)$ і $S_2 = S_2(\varphi)$, та величин e та θ_k .

Вихідні дані на розрахунок: схема кулачкового механізму, закон руху кулачка, значення фазових кутів, загальний вигляд законів руху штовхача, величина переміщення штовхача, величини ексцентриситету e та кута тиску θ_k .

Послідовність виконання роботи:

- 1) вибравши довільний масштаб будують діаграму аналогів прискорення для фази робочого ходу;
- 2) графічним інтегруванням одержують діаграми аналогів швидкості та переміщення штовхача, як функції кута φ_1 повороту кулачка;
- 3) обчислюють числові значення масштабів діаграм $S_2 = S_2(\varphi)$;

$$\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2}(\varphi); \quad \frac{dS_2}{d\varphi_1} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}(\varphi);$$

- 4) з використанням відомих залежностей для ділянки зворотнього ходу роблять аналітичні підрахунки по визначенню переміщень, аналога швидкості

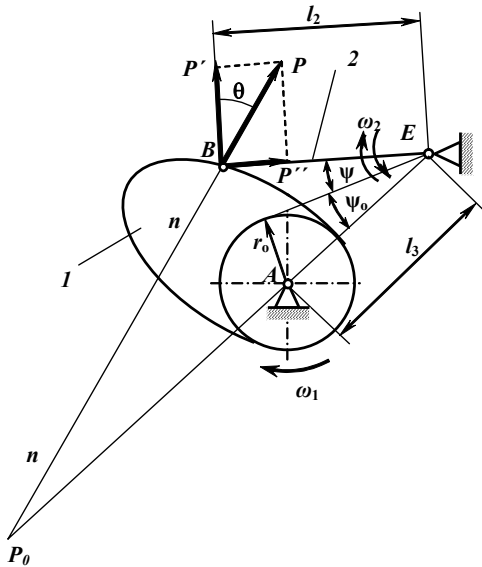


Рис. 5.21. Схема до визначення мінімального радіуса кулачка і кутів тиску

і аналога прискорення і добудовують діаграми на цій ділянці;

5) підстановкою величин переміщень S_2 і відповідних їм аналогів швидкості $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ знаходять за формулою (5.7) значення r_0 . Максимальне із знайдених таким чином значень вибирають як мінімальний радіус кулачка;

6) з використанням формули (5.6) підстановкою даних при знайденому $r_{0 \min}$ визначають кути тиску і будують діаграму $\theta = \theta(\varphi)$.

7) результати розрахунків по визначенню мінімального радіуса кулачка і кутів тиску представляють в графічній частині таблицею даних.

Механізм з коливальним штовхачем. Кінематична схема кулачкового механізму з коромисловим штовхачем показана на рис. 5.21. Кут тиску в цьому механізмі утворено нормаллю $n-n$ і складовою P' сили P , направленою перпендикулярно до напрямку BE коромисла 2. Миттєвий центр обертання P_0 у відносному русі ланок 1 і 2 лежить на продовженні прямої AE . Функція передавочного відношення i_{21} у цьому випадку має вигляд

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi} = \frac{AP_0}{EP_0}. \quad (5.8)$$

Відомо, що співвідношення параметрів цього механізму записується у формі

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \theta = \frac{(\pm i_{21} - 1)l_2}{\sin(\psi + \psi_0)l_3} + \operatorname{ctg}(\psi + \psi_0) = \frac{\left(\pm \frac{d\psi}{d\varphi} - 1\right)l_2}{\sin(\psi + \psi_0)l_3} + \operatorname{ctg}(\psi + \psi_0); & (5.9) \\ r_0 = \sqrt{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3 \cos \psi_0}. & (5.10) \end{cases}$$

Знаки плюс і мінус передаточного відношення i_{21} і аналога кутової швидкості $\frac{d\psi}{d\varphi}$ записані у зв'язку з тим, що кутова швидкість ω_2 коромисла має різні напрямки на фазах піднімання та опускання.

З умови (5.9) видно, що для заданих законів руху $\psi = \psi(\varphi)$ і $\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi)$ коромисла, початкового кута ψ_0 та довжини коромисла l_2 , при збільшенні відстані l_3 кут тиску θ зменшується, а габарити механізму збільшуються.

Вибравши $\theta = \theta_*$, з виразу (5.9) знайдемо l_3

$$l_3 = \frac{\left(\pm \frac{d\psi}{d\varphi} \mp 1\right)l_2}{\sin(\psi + \psi_0)(\operatorname{tg} \theta \mp \operatorname{ctg}(\psi + \psi_0))}. \quad (5.11)$$

У виразі (5.11) знак "+" перед одиницею в чисельнику та перед $\operatorname{ctg}(\psi + \psi_0)$ в знаменнику підставляються для положень, по яким відрізки z_i відкладаються від центра обертання.

Тепер для кожного із сполучень $\frac{d\psi}{d\varphi}$ і ψ можна знайти мінімальне для вибраного положення коромисла значення l_3 .

Виконавши підрахунки по всім заданим положенням коромисла, матимемо можливість порівняти одержані значення відстані l_3 . За умовами завдання потрібно вибрати найбільше l_3 з цього масива.

Після цього визначається величина $r_{0\min}$ за формулою (5.10) і

динамічний синтез кулачкового механізму завершено.

Кути тиску по визначеним положенням коромисла знаходяться за формулою (5.9) і виконується побудова залежності $\theta = \theta(\varphi)$ або $\gamma = \gamma(\varphi)$.

Вихідні дані для розрахунку: схема кулачкового механізму, закон руху кулачка, значення фазових кутів, загальний вигляд законів руху коромислового штовхача, максимальне кутове переміщення коромислового штовхача, кут тиску θ_k .

Послідовність динамічного синтезу кулачкового механізму з коливальним штовхачем:

1) вибравши довільний масштаб будують діаграму аналогів кутового прискорення коромисла для фази робочого ходу;

2) графічним інтегруванням будують діаграми аналогів кутової швидкості та кутових переміщень коромисла. Доцільно при графічному інтегруванні вибрати полюсні відстані таким чином, щоб числові значення масштабів діаграм співпадали;

3) з використанням відомих залежностей для ділянки зворотнього ходу роблять аналітичні підрахунки і добудовують діаграми переміщень і аналогів кутових швидкостей та прискорень;

4) підстановкою пар значень ψ і $\frac{d\psi}{d\varphi}$ у рівняння (5.11) визначають відстань l_3 та одержують в результаті масив її значень. Для ділянки, де відрізки z_i відкладались до центра обертання коромисла зі знайдених l_{3i} вибираємо $l_{3\min}$, а на другій частині ходу – $l_{3\max}$. Якщо ці значення не співпадають, то знаходимо середнє – $\frac{l_{3\min} + l_{3\max}}{2}$. Після цього підстановкою знайденого l_3 в

умову (5.10) знаходять $r_{o\min}$;

5) з використанням формули (5.9) знаходять кути тиску по заданим положенням і будують їх діаграму;

6) результати розрахунків по визначенню мінімальних відстаней l_3 і кутів тиску представляють в графічній частині таблицею даних.

5.5. Послідовність виконання синтезу кулачкового механізму в курсовому проєкті

Задача синтезу кулачкових механізмів розв'язується за такими даними, як закони руху штовхача (задається загальний вигляд діаграм аналогів прискорень), максимальне (лінійне чи кутове) переміщення штовхача, значення

фазових кутів $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ та φ_4 , величина кута передачі руху γ_{\min} , частота обертання кулачка.

Тип кулачкового механізму (центральный, нецентральный чи з коливальним штовхачем) задається кінематичною схемою.

Розв'язання задачі синтезу кулачкового механізму досягається у три етапи. На першому будуються діаграми аналогів прискорення, швидкості й переміщення штовхача, а на другому і третьому розв'язуються відповідно задачі динамічного синтезу (визначення мінімального радіуса кулачка і кутів передачі руху) і кінематичного синтезу (побудова профілю кулачка).

Послідовність розрахунків і побудов має бути такою:

1) будують діаграму аналога прискорення штовхача на ділянці фазового кута φ_1 або φ_3 , для якого закон задано суцільною лінією. По горизонталі на діаграмі в масштабі μ_φ відкладають фазові кути. Довжини ординат (по вертикалі), якими зображуються максимальні величини аналогів прискорень, повинні становити 80-120 мм;

2) графічним інтегруванням вказаної частини діаграми аналога прискорень будують відповідну діаграму аналога швидкості і повторним інтегруванням - ділянку переміщення. При цьому полюсні відстані діаграм слід вибирати таким чином, щоб максимальні ординати на одержуваних діаграмах також мали довжини 80 -120 мм;

3) з урахуванням максимальної ординати y_{\max} на діаграмі переміщення і за заданого максимального (лінійного s_{\max} або кутового ψ_{\max}) переміщення штовхача визначають масштаби μ_s або μ_ψ і

$$\mu_s = \frac{s_{\max}}{y_{\max}}, \frac{\text{м}}{\text{мм}}; \mu_\psi = \frac{\psi_{\max}}{y_{\max}}, \frac{\text{рад}}{\text{мм}}.$$

$$\text{За відомих масштабів } \mu_\varphi = \frac{2\pi}{\ell}, \frac{\text{рад}}{\text{мм}} \text{ і } \mu_t = \frac{60}{n\ell}, \frac{\text{с}}{\text{мм}}$$

(де 2π – сума $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$ фазових кутів, ℓ – довжина, в мм, відрізка по

горизонталі, яким зображується кут в 2π або час $T = \frac{60}{n}$ одного оберта

кулачка, в с; n – частота обертання кулачка, в об/хв) знаходять масштаби швидкості μ_v і аналога швидкості $\mu_{\frac{ds}{d\varphi}}$ і

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{h_1 \mu_t}, \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}; \mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \frac{\mu_s}{h_1 \mu_\varphi}, \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{рад}}.$$

В останніх виразах h_1 – полюсна відстань в мм, яка вибиралась при

графічному інтегруванні діаграми аналога швидкості. Для кутових переміщень штовхача

$$\mu_{\omega} = \frac{\mu_{\psi}}{h_1 \mu_t}, \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{мм}}; \quad \mu_{\frac{d\psi}{d\varphi}} = \frac{\mu_{\psi}}{h_1 \mu_{\varphi}}, \frac{1}{\text{мм}}.$$

Аналогічно визначають масштаби діаграм прискорення і аналога прискорення:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{h_2 \mu_t}, \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}; \quad \mu_{\frac{d^2 s}{d\varphi^2}} = \frac{\mu_{\frac{ds}{d\varphi}}}{h_2 \mu_{\varphi}}, \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{рад}^2};$$

$$\mu_{\varepsilon} = \frac{\mu_{\omega}}{h_2 \mu_t}, \frac{\text{с}^{-2}}{\text{мм}}; \quad \mu_{\frac{d^2 \psi}{d\varphi^2}} = \frac{\mu_{\frac{d\psi}{d\varphi}}}{h_2 \mu_{\varphi}}, \frac{1}{\text{мм}};$$

де h_2 – полюсна відстань, в мм, яка вибиралась за графічного інтегрування діаграми аналога прискорення;

4) для фазових кутів, закони аналогів прискорень яких задано штриховими лініями, за формулами обчислюються плинні значення аналогів прискорень, аналогів швидкостей і переміщень і з урахуванням заданих масштабів будують названі діаграми;

5) на основі діаграм $\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ та $s = s(\varphi)$, виключаючи параметр φ ,

будують діаграму

$$\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(s),$$

або для механізму з коливальним штовхачем - діаграму

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{d\psi}{d\varphi}(\psi).$$

На основі останніх визначають мінімальний радіус кулачка (динамічний синтез) і кути передачі руху;

6) будують діаграми кутів передачі руху $\gamma = \gamma(\varphi)$;

7) за визначеним мінімальним радіусом кулачка і відносними фазовими кутами здійснюють з використанням принципу обернення руху побудову профіля кулачка (кінематичний синтез);

8) формулюють висновки за цим розділом курсового проекту.

Виконання кожного з розділів супроводжується графічною частиною на аркушах формату А1 та розрахунково-пояснювальною запискою, що

виконується на аркушах формату А4.

Умовні зображення під час виконання графічної частини проекту і розрахунково-пояснювальної записки виконуються відповідно до чинних стандартів.

Завершується розрахунково-пояснювальна записка списком використаної літератури.

5.6. Контрольні питання

1. Які механізми називаються кулачковими?
2. Чим визначаються закони руху штовхача кулачкового механізму?
3. Яким чином здійснюється замикання вищої кінематичної пари в кулачкових механізмах?
4. Що таке кут передачі руху і чому він обмежується по мінімуму?
5. Як пов'язані між собою кути передачі руху і кути тиску?
6. Що називають фазовими кутами?
7. В чому суть методу обернення руху (методу інверсії)?
8. Які задачі розв'язуються кінематичним аналізом плоских кулачкових механізмів?
9. Які задачі розв'язуються динамічним синтезом кулачкових механізмів?
10. Які задачі розв'язуються кінематичним синтезом кулачкових механізмів?
11. Що називають жорстким ударом в русі штовхача?
12. Що називають м'яким ударом?
13. Який закон руху штовхача називають безударним?
14. Яке явище називають заклинюванням кулачкового механізму?
15. Який фізичний зміст має площа на діаграмі швидкості, обмежена кривою швидкості і віссю часу t ?

РОЗДІЛ 6. ЗУБЧАСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ

6.1. Загальні положення

Зубчасті передачі входять до складу різних машин за умови, коли числа обертів двигуна не співпадають з числами обертів вхідних валів останніх. Відомо, що двигуни доцільно проектувати швидкохідними, оскільки кінетична енергія їх роторів пропорціональна квадрату кутової швидкості, тоді як вхідні вали технологічних машин мають широкий діапазон частот обертання (від кількох десятків до кількох тисяч обертів за хвилину).

Зубчасті передачі поділяють за такими ознаками:

- 1) передачі зі сталими та змінними передаточними відношеннями;
- 2) передачі з паралельними валами, валами, осі яких перетинаються, та передачі з валами, осі яких схрещуються;
- 3) передачі з зовнішнім, внутрішнім та рейковим зачепленнями;
- 4) передачі з нерухомими та рухомими осями коліс;
- 5) передачі, зубчасті колеса яких нарізані без зміщення і зі зміщенням ріжучого інструменту;
- 6) передачі, що відрізняються за профілями зубців (евольвентні, циклоїдальні, близькі до кругових);
- 7) передачі з жорсткими та гнучкими колесами.

Найпростішою є зубчаста передача, до складу якої входять два колеса. Більша сукупність коліс утворює ряди, які поділяються на послідовні і паразитні. Передаточне відношення передачі, до якої входить два колеса, визначається відношенням їх кутових швидкостей або чисел зубців:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}.$$

Як бачимо, передаточне відношення може визначатися як в напрямку від ведучої ланки 1 до веденої 2, так і у зворотньому напрямку. Передаточне відношення, окрім того, відповідає на питання про напрямки обертання вхідної і вихідної ланок. При цьому записують

$$i_{12} = (-1)^m \frac{z_2}{z_1},$$

де m – число зовнішніх зачеплень коліс.

Остання формула для послідовного ряду коліс з трьох ступенів трансформується до вигляду

$$i_{16} = (-1)^m \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_6}{z_5}.$$

Якщо всі зачеплення зовнішні, то $m = 3$ і величина i_{16} буде від'ємною. Це означає, що напрямки обертання вхідної і вихідної ланок не співпадають.

Сталі значення передаточних відношень мають круглі зубчасті колеса. У передач з некруглими колесами при сталій кутовій швидкості ведучого колеса $\omega_1 = \text{const}$ кутова швидкість веденого

$$\omega_2 \neq \text{const} \quad \text{і} \quad i_{12} \neq \text{const}.$$

Некруглі зубчасті колеса використовують у таких випадках, коли необхідно значно змінювати кутову швидкість в діапазоні обороту приводного валу машини.

Некруглі колеса використовуються тільки у випадку паралельних валів.

Передачі з паралельними валами виконуються з циліндричними колесами. Якщо зубці на циліндричних колесах розташовані паралельно твірним ділильного циліндра (і паралельно осям коліс), то вони називаються *прямими зубцями*. У випадку розташування зубців за гвинтовими лініями на ділильних циліндрах їх називають *гвинтовими* або *косими*.

У кінцевих зубчастих передачах осі валів перетинаються, а зубці розташовуються на поверхнях *початкових* або *ділильних конусів*.

Вони теж поділяються на прямозубі, з гвинтовим і шевронним зубом (рис. 6.1).

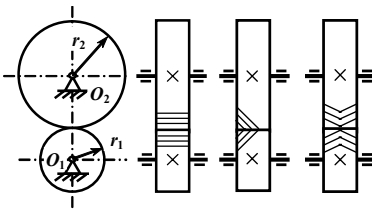


Рис. 6.1. Схеми зубчастих зачеплень з прямими, косими і шевронними зубцями

До валів, осі яких схрещуються, відносяться передачі з двома типами зубчастих коліс: гвинтові колеса і черв'ячна передача.

Названі вище передачі мають нерухомі осі коліс. У планетарних і диференціальних зубчастих механізмах зубчасті колеса, які називаються сателітами, обертуються відносно центральних (або корончастих) нерухомих коліс

і одночасно відносно своїх осей. Планетарні і диференціальні механізми називають також епіциклічними передачами. Передаточне відношення планетарного механізму визначають за формулою

$$i_{1s} = 1 - i_{1n},$$

де i_{1n} – передаточне відношення фіктивного механізму (за зупиненого водила і вільного зубчастого колеса z_4) (рис. 6.2):

$$i_{1n} = (-1)^m \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Тоді, оскільки $m = 1$, маємо

$$i_{1s} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$$

Співвідношення чисел зубців z_1 і z_2 визначають величину передаточного відношення. Зазвичай призначають $z_{1\min} = 10-12$, а $z_{2\max} = 80-100$. Однак відомо, що виготовлення коліс з числом зубців $z < 17$ супроводжується зрізанням частини евольвентного профілю (явище підрізання), а усувають зрізання зміщенням ріжучого інструменту.

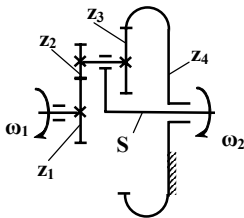


Рис. 6.2. Схема планетарного механізму: z_1 – число зубців ведучої ланки; z_2 і z_3 – числа зубців сателітів; z_4 – число зубців корончастого нерухомого колеса; S – водило (вихідна ланка)

Положення інструменту (рейки або довбача) відносно ділильного кола виготовлюваного зубчастого колеса впливає на форму профілю зубця в торцевому перерізі і, як наслідок, на експлуатаційні властивості зачеплення. За нульового зміщення інструмент розташовується так, що його ділильна пряма (коло) дотикається до ділильного кола зубчастого колеса.

Відстань по нормалі між ділильною прямою (колом) інструменту і ділильним колом колеса називають зміщенням, а відношення величини зміщення до розрахункового модуля називається *коефіцієнтом зміщення* x .

Розрахунковий модуль m – лінійна величина в π разів менша за нормальний крок зубців по ділильному колу. Стандартом передбачено ряди модулів, мм:

1 ряд: 1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50

2 ряд: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11,4; 14; 18; 22; 28; 36; 45.

Коефіцієнт зміщення - безрозмірна величина, проте має знак $x > 0$, якщо ділильна пряма інструменту розташована за межами ділильного кола заготовки, тобто зміщення здійснюється в сторону збільшення станочної відстані, та $x < 0$, якщо ділильна пряма інструменту перетинає ділильне коло зубчастого колеса. Коефіцієнту зміщення призначається відповідний індекс колеса, тобто x_1 - для шестерні та x_2 - для колеса.

Величина зміщення інструменту $x \cdot m$ суттєво впливає на форму зубця, який на межі може стати підрізаним або загостреним. Зазвичай такі форми (рис. 6.3) вважаються неприпустимими. У зв'язку з цим коефіцієнт зміщення обирається у межах

$$x_{\min} < x < x_{\max}$$

Орієнтовний вибір коефіцієнта зміщення може здійснюватись за графіком

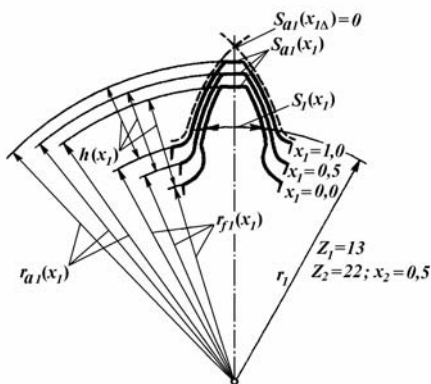


Рис. 6.3. Схема до вибору величини зміщення інструменту

криві 3 і 4 залежності $x = x(z)$ за певних співвідношень між товщиною S_a вершини зубця і розрахунковим модулем m . Крива 3 відповідає

співвідношенню $S_a^* = \frac{S_a}{m} = 0,3$, а крива 4 - $S_a^* = 0,4$.

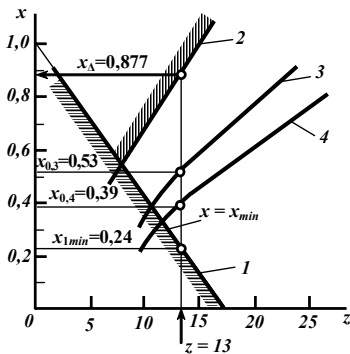


Рис. 6.4. Блокуючі контури до вибору коефіцієнтів зміщення

$x = x(z)$ (рис. 6.4), на якому наведено граничну зону, обмежену граничною лінією 1 по підрізання і граничною лінією 2 по загостренню зубців. Наприклад, для $z_1 = 13$ маємо $x_{min} = 0,24$ і $x_{max} = 0,877$.

Найменший коефіцієнт зміщення за критерієм відсутності підрізання при заданих числах зубців z_1 і z_2

$$x_{min1} = \frac{17 - z_1}{17} = 1 - 0,058z_1;$$

$$x_{min2} = \frac{17 - z_2}{17} = 1 - 0,058z_2.$$

На рис.6.4 наведено також

Ці значення S_a^* рекомендуються

як граничні:

$S_a^* \geq 0,3$ - для незагартованих коліс з однорідною структурою матеріалу зубців;

$S_a^* \geq 0,4$ - для коліс з поверхневим зміцненням зубців.

За інших видів хіміко-термічної обробки поверхонь зубців приймають:

$S_a^* \geq 0,25 \dots 0,3$ - за нормалізації;

$S_a^* \geq 0,3 \dots 0,4$ - за азотування;

$S_a^* \geq 0,4 \dots 0,45$ - за загартування.

Для передач з обмеженими навантаженнями величину S_a^* можна зменшити до $0,1 \dots 0,25$.

Для кінематичних передач з числом зубців $z_2 = z_1 + z_2 \geq 34$ рекомендується приймати $x_2 = 0$.

Таблиця 6.1

Коефіцієнти змищення для кінематичних зубчастих передач

z_1 та z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 17$	0	0
$z_1 = 12 \dots 16$ $z_2 \geq 22$	+ 0,3	- 0,3
$z_{1,2} = 7 \dots 11$	$\geq (1 - 0,058 z_1)$	$\geq (1 - 0,058 z_2)$

При цьому якщо $z_1 = 12 \dots 16$, то слід приймати рівнозміщену передачу з $x_1 = 0,3$ та $x_2 = - 0,3$ (табл. 6.1).

Для навантажених передач важливе значення мають якісні характеристики зачеплення: коефіцієнти перекриття ε_γ , питомого ковзання λ_1, λ_2 і питомого тиску θ_p . В залежності від вимог до передачі призначають коефіцієнти змищення, які забезпечують відповідні якісні характеристики. Для передач загального призначення при відсутності додаткових умов рекомендується вибирати коефіцієнт змищення з таблиць 6.2 та 6.3.

Таблиця 6.2

Коефіцієнти змищення для силових передач за вільного вибору міжосьової відстані

z_1 та z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 30$	0	0
$z_1 = 14 \dots 20$ $z_2 \geq 50$	0,3	- 0,3
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 \geq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 11 \dots 30$ $z_2 \geq 32$	0,5	0
$z_1 = 5 \dots 9$ $z_2 \geq 30$	$x_1 = 0,03 (30 - z_1)$	$x_2 = 0,03 (30 - z_2)$

Більше уваги приділяється вибору коефіцієнтів змищення передачам з підвищеною вимогою до ресурсу роботи і надійності. В табл. 6.4 наведено рекомендовані значення коефіцієнтів змищення x_1 та x_2 за критерієм найбільшої зносостійкості і найбільшого опору заїданню з урахуванням обмежень по

Таблиця 6.3

Коефіцієнти змищення для силових і кінематичних передач
за заданої міжосьової відстані

x_{Σ}	z_1 та z_2	x_1	x_2
0	$z_1 \geq 21$ $z_1 = 14$ і $u_{12} \geq 3,5$	0 0,3	0 -0,3
0 ... 0,5	$z_1 > 19$; $z_2 \leq 21$ $z_1 = z_2 \geq 20$	$x_1 = x_{\Sigma}$ $x_1 = 0,5x_{\Sigma}$	0 $x_2 = 0,5x_{\Sigma}$
0,5 ... 1,0	$z_1 = z_2 \geq 10$ $z_1 \geq 11$; $z_2 \geq z_{\text{min}} + 2$	$x_1 = 0,5x_{\Sigma}$ $x_1 = 0,5$	$x_2 = 0,5x_{\Sigma}$ $x_2 = x_{\Sigma} - 0,5$

Таблиця 6.4

Рекомендовані значення коефіцієнтів змищення за критерієм
найбільшої зносостійкості і опору заїданню

z_1	x_1										
	при z_2										
	12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
12	0,36	0,43	0,49	0,53	0,57	0,60	0,63	0,63	0,64	0,65	0,65
15	-	0,44	0,48	0,55	0,60	0,63	0,68	0,66	0,67	0,67	0,66
18	-	-	0,54	0,60	0,63	0,67	0,68	0,70	0,71	0,71	0,71
22	-	-	-	0,67	0,71	0,74	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76
28	-	-	-	-	0,85	0,86	0,88	0,91	0,88	0,87	0,86
34	-	-	-	-	-	1,00	1,00	1,00	0,99	0,98	0,97
42	-	-	-	-	-	-	1,15	1,16	1,17	1,14	1,12
50	-	-	-	-	-	-	-	1,31	1,32	1,28	1,20
65	-	-	-	-	-	-	-	-	1,56	1,54	1,44
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,81	1,67
100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,90
z_1	x_2										
	при z_2										
	12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
12	0,36	0,34	0,35	0,38	0,48	0,53	0,67	0,77	1,00	1,18	1,42
15	-	0,44	0,46	0,54	0,63	0,72	0,88	1,02	1,22	1,36	1,70
18	-	-	0,54	0,63	0,72	0,82	0,94	1,11	1,35	1,61	1,90
22	-	-	-	0,67	0,81	0,90	1,03	1,17	1,44	1,73	1,98
28	-	-	-	-	0,85	1,00	0,12	1,26	1,56	1,85	2,12
34	-	-	-	-	-	1,00	1,16	1,31	1,55	1,81	2,15
42	-	-	-	-	-	-	1,15	1,32	1,58	1,86	2,18
50	-	-	-	-	-	-	-	1,31	1,58	1,84	2,09
65	-	-	-	-	-	-	-	-	1,56	1,84	2,04
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,81	1,98
100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,90

коефіцієнту перекриття і допустимій товщині по вершині зубця.

У табл. 6.5 наведено дані щодо вибору коефіцієнтів зміщення на основі узагальненого досвіду проектування і експлуатації передач.

Таблиця 6.5

Значення коефіцієнтів зміщення вихідного контуру з умов: *a* - найбільшого підвищення контактної міцності;
b - міцності на згинання; *e* - зносостійкості і опору заїданню

z_2	x	z_1															
		12			15			18			22			28			
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	
12	x_1	0,38	0,47	0,36													
	x_2	0,38	0,23	0,36													
15	x_1	0,30	0,53	0,43	0,45	0,58	0,44										
	x_2	0,50	0,22	0,34	0,45	0,28	0,44										
18	x_1	0,30	0,57	0,49	0,34	0,64	0,48	0,54	0,72	0,54							
	x_2	0,61	0,25	0,35	0,64	0,29	0,46	0,54	0,34	0,54							
22	x_1	0,30	0,62	0,53	0,38	0,73	0,55	0,60	0,81	0,60	0,68	0,95	0,67				
	x_2	0,66	0,28	0,38	0,75	0,32	0,54	0,64	0,38	0,63	0,68	0,39	0,67				
28	x_1	0,30	0,70	0,57	0,26	0,79	0,60	0,40	0,89	0,63	0,59	1,04	0,71	0,86	1,26	0,85	
	x_2	0,88	0,26	0,48	1,04	0,35	0,63	1,02	0,38	0,72	0,94	0,40	0,81	0,86	0,42	0,85	
34	x_1	0,30	0,76	0,60	0,13	0,83	0,63	0,30	0,93	0,67	0,48	1,08	0,74	0,80	1,30	0,86	
	x_2	1,03	0,22	0,53	1,42	0,34	0,72	1,30	0,37	0,82	1,20	0,38	0,90	1,08	0,36	1,00	
42	x_1	0,30	0,75	0,63	0,20	0,92	0,68	0,29	1,02	0,68	0,40	1,18	0,76	0,72	1,24	0,88	
	x_2	1,30	0,21	0,67	1,53	0,32	0,88	1,48	0,36	0,94	1,48	1,38	1,03	2,33	0,31	1,12	
50	x_1	0,30	0,58	0,63	0,25	0,97	0,66	0,32	1,05	0,70	0,43	1,22	0,76	0,64	1,22	0,91	
	x_2	1,43	0,16	0,77	1,65	0,31	1,02	1,63	0,36	1,11	1,60	0,42	1,17	1,60	0,25	1,26	

Профілі зубців коліс повинні відповідати основній теоремі зачеплення, забезпечуючи стале значення передаточного відношення. На практиці під час вибору завдання на профілювання зубців керуються вимогами кінематичного, динамічного, технологічного та експлуатаційного характеру.

До числа кінематичних вимог, крім названої, відноситься можливість побудови профілів зубців достатньо простими геометричними способами.

Вимоги динамічного характеру різнобічні, проте нагадаємо деякі з них: необхідно забезпечити за сталої потужності, що передається, постійний тиск на зубці та опори за величиною та напрямком; форма зубців має забезпечувати

їх міцність; зношування зубців має бути мінімальним.

Технологічні вимоги потребують такого вибору профілів, які можна виготовити на сучасних верстатах.

Вимоги експлуатаційного характеру включають в себе забезпечення довговічності роботи, відсутність ударів, зручність монтажу тощо. Нарешті, важливою є умова взаємозамінності коліс.

Завдяки названим вимогам, хоча теоретично можливо побудувати зубчастий механізм з різними профілями зубців, у машинобудуванні віддають перевагу *евольвентам кола, циклоїдальним кривим* та кривим, близьким до колових.

Для хвильових передач, в яких використовують гнучкі колеса, окрім названих використовують також трикутні, трапецевидні та інші профілі.

Вихідні дані: в більшості випадків задають кількість зубців передачі z_1 і z_2

та модуль зачеплення. Можна задавати передаточне відношення $i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$,

міжосьову відстань a_w та модуль m . В цьому випадку кількість зубців шестерні визначається за формулою

$$z_1 = \frac{2a_w}{(1+i_{12})m}$$

з округленням до найближчого цілого числа, а кількість зубців колеса

$$z_2 = i_{12} z_1.$$

Отримана величина також округлюється до найближчого цілого числа.

За заданої сумарної кількості зубців z_Σ число z_1 визначається за співвідношенням

$$z_1 = z_\Sigma (i_{12} \pm 1).$$

Окрім кількості зубців та модуля необхідно задавати параметри вихідного контура евольвентної циліндричної зубчастої передачі у відповідності зі стандартом: кут головного профілю $\alpha = 20^\circ$; коефіцієнт висоти головки зубця $h_a^* = 1$; коефіцієнт висоти ніжки зубця $h_f^* = 1,25$; коефіцієнт граничної висоти $h_i^* = 2$; $h_i^* = 2h_a^* + c^* - \rho_f^* (1 - \sin \alpha)$; коефіцієнт радіуса кривизни перехідної кривої $\rho_f^* = 0,38$; коефіцієнт глибини заходу в парі вихідних контурів $h_w^* = 2$; коефіцієнт радіального зазору $c^* = 0,25$.

Доцільним є варіант, за яким величина модуля визначається розрахунком з умови контактної міцності зубців на основі даних силового розрахунку важільного механізму.

При цьому приймасмо, що колеса виготовлені з термообробленої сталі з

границею міцності на розтягування $\sigma_m = 800$ МПа і межею плинності $\sigma_n = 700$ МПа. Допустимі контактні напруження на робочих поверхнях зубців приймемо $[\sigma]_H = 640$ МПа, а допустимі напруження згину в зубцях $[\sigma]_F = 315$ МПа.

Значення міжосьової відстані a_w (мм) визначається з умови контактної міцності бічної поверхні зубців:

для прямозубих коліс

$$a_w = (i_{12} \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{10000}{[\sigma]_H}\right)^2 \frac{K_n M_1}{\Psi_a i_{12}}};$$

для косозубих і шевронних коліс

$$a_w = (i_{12} \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{8500}{[\sigma]_H}\right)^2 \frac{K_n M_1}{\Psi_a i_{12}}},$$

де $K_n = 1,1 \dots 2,5$ - коефіцієнт навантаження при розрахунку на контактну витривалість; M_1 - номінальний момент на валу шестерні, Нм;

$\Psi_a = \frac{b}{a_w} = 0,2 \dots 0,5$ - коефіцієнт ширини зубчастих коліс.

Якщо прийняти $K_n = 1,12$; $[\sigma]_H = 640$ МПа; $\Psi_a = 0,315$, то одержимо для передач з зовнішнім зачепленням:

для прямозубої передачі

$$a_w = 9,54(i_{12} + 1) \sqrt[3]{\frac{M_1}{i_{12}}};$$

для косозубої і шевронної передачі

$$a_w = 8,56(i_{12} + 1) \sqrt[3]{\frac{M_1}{i_{12}}}.$$

За попередньо визначеною величиною a_w знаходять модуль

$$m = \frac{2a_w}{(i_{12} + 1)z_1},$$

величину якого остаточно приймають як найближче більше значення з ряду модулів.

Коефіцієнт радіального зазору c^* може бути збільшеним до 0,35 для

циліндричних передач з модулем $m \leq 1$. Допускається також збільшення коефіцієнта радіального зазору для циліндричних передач до $c^* = 0,35$ при обробці коліс довбачами та шеверами і до $c^* = 0,4$ при обробці під зубошліфування.

6.2. Визначення розмірів прямозубих циліндричних коліс зовнішнього зачеплення

При вирішенні задачі геометричного синтезу пари коліс зовнішнього зачеплення повинні бути відомі або задані:

m - модуль зачеплення, загальний для обох коліс, мм;

z_1, z_2 - кількість зубців, які визначають передаточне відношення;

x_1 і x_2 - коефіцієнти зміщення інструментальної рейки або довбача, які визначають відносне зміщення інструмента при нарізанні кожного з коліс;

α_0 - кут профілю ріжучого інструмента.

Інструментальна рейка, яка зображена на рис. 6.6, є нарізаючим інструментом, який використовується при виготовленні коліс методом огинання або обкатки.

Середня пряма $a - b - c$, що поділяє висоту зубця рейки і крок навпіл, називається *модульною*

$$s = s' = \frac{p}{2},$$

де s і s' - відповідно товщина зубця і ширина западини.

Всі прямі, паралельні модульній прямій, називаються *ділильними*.

Крок по будь-якій ділильній прямій (як відстань між двома однойменними профілями двох суміжних зубців) дорівнює кроку по модульній прямій, тобто

$$p = \pi m \quad (6.1)$$

Ділильним колом зубчастого колеса називається таке коло, по якому в процесі нарізання перекочується без ковзання ділильна пряма рейки або коло, по якому крок і модуль дорівнюють кроку і модулю рейки. Діаметр його можна розрахувати за формулою

$$d = mz, \quad (6.2)$$

тому що $\pi d = pz = \pi mz$.

Бічні твірні рейки розташовані під кутами α_0 . Повна висота зубця рейки складається з двох рівних між собою відрізків - висоти голівки і ніжки, тобто модульна пряма поділяє висоту зуба рейки навпіл. На кожній з цих частин можна помітити по дві ділянки: на одній (h_a) профіль окреслено по прямій, а

на другій (c_0) - по перехідній кривій, яка спряжує ці ділянки з прямою виступів і прямою западин.

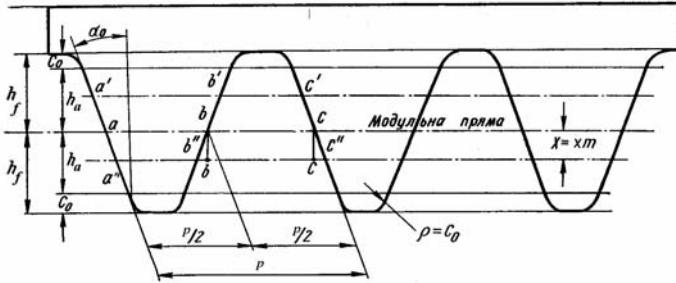


Рис. 6.6. Інструментальна рейка

Закруглена частина головки зубця рейки на заготовці (у основі ніжки зубця) створює гальтель на ділянці радіального зазору C_0 радіусом $\rho = 0,38 m$ ($\approx 0,4 m$).

Елементи висоти зубця рейки розраховуються за наступними формулами: висота головки зуба рейки і висота ніжки зуба колеса, що нарізається

$$h_f = h_a + C_0 = (f'_0 + c'_0) m ; \quad (6.3)$$

висота зуба рейки

$$h = (2f'_0 + 2c'_0) m ; \quad (6.4)$$

висота головки зуба колеса, що нарізається

$$h_a = f'_0 m ; \quad (6.5)$$

де f'_0 – коефіцієнт висоти головки зуба рейки; c'_0 – коефіцієнт радіального зазору.

Якщо нарізається нормальне зубчасте колесо, то модульна пряма рейки перекочується по дільному колу колеса, що нарізається, без ковзання, і товщина зубця в цьому випадку дорівнює ширині западини

$$s = s' = \frac{P}{2} = \frac{\pi m}{2} . \quad (6.6)$$

Абсолютним зміщенням рейки X називають відстань між модульною і дільною прямими рейки. Абсолютне зміщення рейки визначають за формулою

$$X = x m , \quad (6.7)$$

де x – відносне зміщення або коефіцієнт зміщення:

$$x = \frac{X}{m}.$$

Це основний параметр при розрахунку коригованих коліс.

Зміщення може бути додатнім і від'ємним. *Додатнім* називають зміщення від осі заготовки. У такого колеса товщина ніжки зубця буде більшою, ніж у нормального або нарізанного з від'ємним зміщенням.

У відповідності з таким визначенням зміщення розрізняють додатні, нормальні (або нульові) і від'ємні зубчасті колеса.

Товщину зубця виправленого колеса по дільному колу можна знайти за формулою

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2xm \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (6.8)$$

Всі параметри пари зубчастих коліс розраховуються за такими формулами: діаметр основного кола

$$d_e = d \cos \alpha_0; \quad (6.9)$$

діаметр кола западин

$$d_f = d - 2m(f'_0 + c'_0 - x); \quad (6.10)$$

кут зачеплення (кут складання) α

$$\operatorname{inv} \alpha = \frac{2x_c \operatorname{tg} \alpha_0}{z_c} + \operatorname{inv} \alpha_0; \quad (6.11)$$

діаметр початкового кола

$$d_w = d \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}; \quad (6.12)$$

міжцентрова відстань

$$a_w = a_{w0} \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}; \quad (6.13)$$

глибина заходу зубців

$$h_3 = a_w - r_{f_1} - r_{f_2} - 2c'_0 m; \quad (6.14)$$

повна висота зуба

$$h = h_3 + c'_0 m; \quad (6.15)$$

діаметр кола виступів

$$d_a = d_f + 2h, \quad (6.16)$$

де

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha;$$

$$\text{inv } \alpha_0 = \text{tg } \alpha_0 - \alpha_0;$$

$$x_c = x_1 + x_2;$$

$$z_c = z_1 + z_2;$$

$$a_{w_0} = \frac{mz_c}{2}.$$

Визначати кут зачеплення за формулами (6.11) та (6.13) складно. Цей кут можна знайти за номограмою (рис. 6.7), попередньо розрахувавши коефіцієнт k ,

$$k = \frac{1000x_c}{z_c}. \quad (6.17)$$

Якщо позначити:

$$\frac{a_w - a_{w_0}}{m} = a, \quad (6.18)$$

$$\psi = x - a, \quad (6.19)$$

то формули (6.12) - (6.14) можна переписати у вигляді

$$d_w = d \left(1 + \frac{2a}{z_c} \right); \quad (6.20)$$

$$a_w = a_{w_0} + am; \quad (6.21)$$

$$h_3 = (2f' - \psi)m, \quad (6.22)$$

де a – коефіцієнт зміни міжцентрової відстані, ψ – коефіцієнт оберненого зміщення.

З формули (6.11), видно, що кут α може бути більшим, дорівнювати або меншим за α_0 .

1. $\alpha > \alpha_0$ при $x_c > 0$. Це зачеплення називають *додатнім нерівноміщенням*.

2. $\alpha = \alpha_0$ при $x_c = 0$. Сумарне зміщення може дорівнювати нулю в двох випадках:

а) $x_c = 0$ при $x_1 = x_2 = 0$. Передача в даному випадку зібрана з нормальних зубчастих коліс і зачеплення називають *нормальним* або *нульовим*;

б) $x_c = 0$ при $x_1 = -x_2 = x > 0$. Потовщення зуба одного з коліс виконано за рахунок зменшення товщини другого. Зачеплення називають *рівноміщенням* або *компенсованим*.

3. $\alpha < \alpha_0$ при $x_c < 0$. За від'ємного сумарного зміщення зачеплення називають *від'ємним нерівноміщенням*.

Формули для розрахунку розмірів зубчастих циліндричних коліс з прямими зубцями наведені в табл. 6.8.

Приклад 1. Розглянемо приклад розрахунку зубчастої передачі, складеної з прямозубих циліндричних коліс, які нарізані з додатнім зміщенням (додатне нерівноміщене зачеплення) інструментальною рейкою з кутом $\alpha_0 = 20^\circ$.

Нехай кількість зубців передачі, що проектується, $z_1 = 11$, $z_2 = 21$ і модуль $m = 26$ мм.

Розв'язання. За таблицями знаходимо $x_1 = 0,617$, $x_2 = 0,299$ (табл. 6.7), а коефіцієнт $\psi = 0,127$ (табл. 6.6). За номограмою (рис. 6.7) визначаємо кут зачеплення α , попередньо вирахувавши коефіцієнт k :

$$z_c = z_1 + z_2 = 11 + 21 = 32;$$

$$x_c = x_1 + x_2 = 0,617 + 0,299 = 0,916;$$

$$k = \frac{1000x_c}{z_c} = \frac{1000 \cdot 0,916}{32} = 28,62;$$

$$\alpha = 26^0 25' 30''.$$

Таблиця 6.6

Коефіцієнт ψ для нерівноміщеного зовнішнього зачеплення при $2 \geq i_{12} \geq 1$

z_1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ψ	0,127	0,145	0,160	0,175	0,190	0,202	0,215	0,227	0,239	0,250	0,257	0,265	0,272	0,278

Таблиця 6.7

Коефіцієнти ψ і x_1 для нерівноміщеного зовнішнього зачеплення при $S \geq i_{12} \geq 2$

z_1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
ψ	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,25
x_1	0,66	0,73	0,80	0,86	0,92	0,98	1,04	1,10	1,16	1,22	1,27

Коефіцієнт відхилення міжцентрової відстані

$$a = x_c - \psi = 0,916 - 0,127 = 0,789.$$

Розрахуємо розміри зубчастих коліс. Крок по дільному колу

$$p = \pi m = 3,14 \cdot 26 = 81,64 \text{ мм.}$$

Радіуси дільних кіл:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{26 \cdot 11}{2} = 143 \text{ мм;}$$

$$r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{26 \cdot 21}{2} = 273 \text{ мм.}$$

Радіуси основних кіл:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha_0 = 143 \cdot 0,9396 = 134,36 \text{ мм;}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha_0 = 273 \cdot 0,9396 = 256,51 \text{ мм.}$$

Товщина зубців по дільному колу:

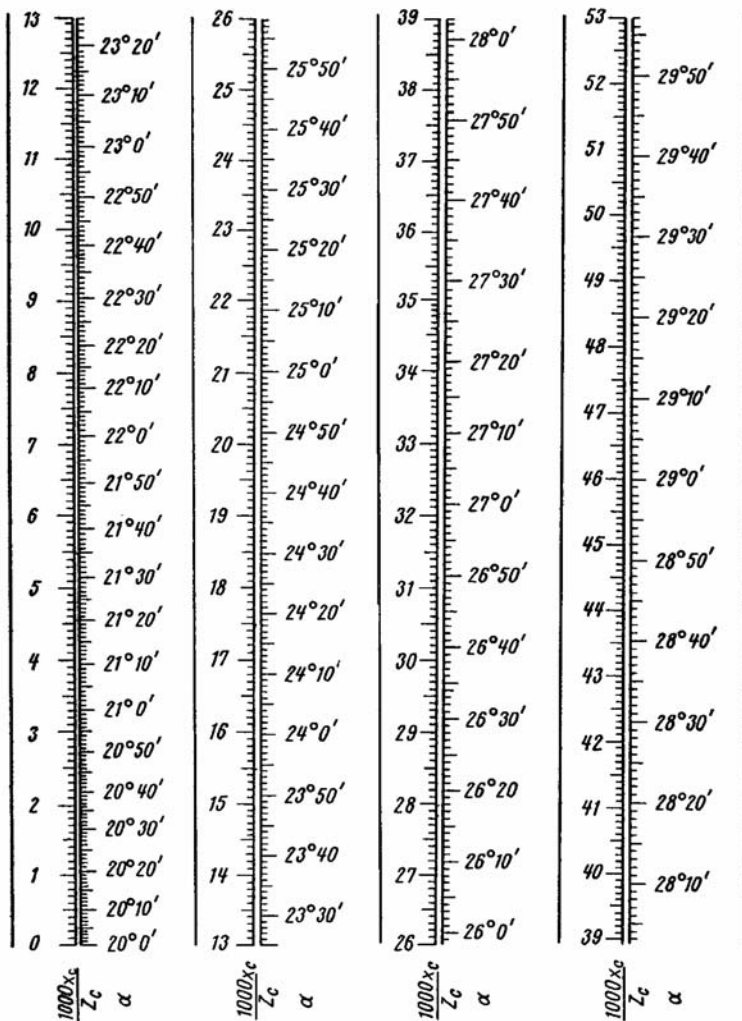


Рис. 6.7

$$s_1 = \frac{p}{2} + 2x_1 m \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{81,64}{2} + 2 \cdot 0,617 \cdot 26 \cdot 0,3639 = 52,50 \text{ мм};$$

$$s_2 = \frac{p}{2} + 2x_2 m \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{81,64}{2} + 2 \cdot 0,299 \cdot 26 \cdot 0,3639 = 46,48 \text{ мм}.$$

Радіуси кіл западин:

$$r_{f_1} = r_1 - m(f'_0 + c'_0 - x_1) = 143 - 26(1 + 0,25 - 0,617) = 126,54 \text{ мм};$$

$$r_{f_2} = r_2 - m(f'_0 + c'_0 - x_2) = 273 - 26(1 + 0,25 - 0,299) = 248,27 \text{ мм}.$$

Міжцентрова відстань

$$a_w = m \left(\frac{z_c}{2} + a \right) = 26 \left(\frac{32}{2} + 0,789 \right) = 436,51 \text{ мм}.$$

Радіуси початкових кіл:

$$r_{w_1} = r_1 \left(1 + \frac{2a}{z_c} \right) = 143 \left(1 + \frac{2 \cdot 0,789}{32} \right) = 150,05 \text{ мм};$$

$$r_{w_2} = r_2 \left(1 + \frac{2a}{z_c} \right) = 273 \left(1 + \frac{2 \cdot 0,789}{32} \right) = 266,46 \text{ мм}.$$

Глибина заходу зубців

$$h_3 = (2f'_0 - \psi)m = (2 \cdot 1 - 0,127) 26 = 48,70 \text{ мм}.$$

Повна висота зубців

$$h = h_3 + c'_0 m = 48,70 + 0,25 \cdot 26 = 55,20 \text{ мм}.$$

Радіуси кіл виступів (головок):

$$r_{a_1} = r_{f_1} + h = 126,54 + 55,20 = 181,74 \text{ мм};$$

$$r_{a_2} = r_{f_2} + h = 248,27 + 55,20 = 303,47 \text{ мм}.$$

Для контролю побудов розраховуємо параметри зубців по початковим колам:

$$s_{w_1} = 2r_{w_1} \left(\frac{s_1}{2r_1} + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha \right);$$

$$\alpha_0 = 20^\circ; \quad \operatorname{inv} \alpha_0 = 0,014904;$$

$$\alpha = 26^\circ 25' 30''; \quad \operatorname{inv} \alpha = 0,035745;$$

$$s_{w_1} = 2 \cdot 150,05 \left(\frac{52,50}{2 \cdot 11} + 0,014904 - 0,035745 \right) = 48,83 \text{ мм};$$

$$s_{w_2} = 2r_{w_2} \left(\frac{s_2}{2r_2} + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha \right) = 2 \cdot 266,46 \left(\frac{46,48}{2 \cdot 21} + 0,014904 - 0,035745 \right) = 36,83 \text{ мм}.$$

По колу виступів:

$$s_{a_1} = 2r_{a_1} \left(\frac{s_1}{2r_1} + \text{inv } \alpha_0 - \text{inv } \alpha_{a_1} \right);$$

$$\cos \alpha_{a_1} = \frac{r_{b_1}}{r_{a_1}} = \frac{134,36}{181,74} = 0,7393;$$

$$\alpha_{a_1} = 42^\circ 20'; \quad \text{inv } \alpha_{a_1} = 0,17214;$$

$$s_{a_1} = 2 \cdot 181,74 \left(\frac{52,50}{26 \cdot 11} + 0,014904 - 0,17214 \right) = 9,57 \text{ мм};$$

$$s_{a_2} = 2r_{a_2} \left(\frac{s_2}{2r_2} + \text{inv } \alpha_0 - \text{inv } \alpha_{a_2} \right);$$

$$\cos \alpha_{a_2} = \frac{r_{b_2}}{r_{a_2}} = \frac{256,51}{303,47} = 0,8453;$$

$$\alpha_{a_2} = 32^\circ 18'; \quad \text{inv } \alpha_{a_2} = 0,068312;$$

$$s_{a_2} = 2 \cdot 303,47 \left(\frac{46,48}{2 \cdot 273} + 0,014904 - 0,068312 \right) = 19,26 \text{ мм}.$$

По основним колам:

$$s_{b_1} = 2r_{b_1} \left(\frac{s_1}{2r_1} + \text{inv } \alpha_0 \right) = 2 \cdot 134,36 \left(\frac{52,50}{2 \cdot 143} + 0,014904 \right) = 53,32 \text{ мм};$$

$$s_{b_2} = 2r_{b_2} \left(\frac{s_2}{2r_2} + \text{inv } \alpha_0 \right) = 2 \cdot 256,51 \left(\frac{46,48}{2 \cdot 273} + 0,014904 \right) = 51,30 \text{ мм}.$$

Підрахувавши основні параметри коліс, можна приступати до побудови профілів спряжених зубців.

6.3. Побудова профілів зубчастих коліс

Для побудови картини зачеплення необхідно вибрати такий машинобудівний масштаб, щоб повна висота зуба h зображувалась відрізком від 40 до 80 мм, виходячи з розміщення на листі формату А1 (допускається діагональне розташування ліній центрів).

Обираємо масштаб 1 : 1 (2 : 1, 4 : 1, 1 : 4 тощо). Побудову профілів виконуємо в наступному порядку (рис. 6.8):

- 1) наносимо положення центрів коліс - точки O_1 і O_2 ;
- 2) проводимо дуги початкових кіл (r_{w_1}, r_{w_2}) , які дотикаються в полюсі зачеплення P ;
- 3) будуємо інші кола зубчастих коліс: виступів (r_{a_1}, r_{a_2}) , ділильні (r_1, r_2) ,

Таблиця 6.8

Параметри коліс	Позначення	Нерівномірне зачеплення $x_c \neq 0; a \neq 0; \psi > 0; \alpha \neq \alpha_0$	Компенсоване зачеплення $x_c = 0; x_j = -x_2 = x > 0; a = \psi = 0; \alpha = \alpha_0$	Нульове зачеплення $x_c = 0; x_j = x_2 = 0; a = \psi = 0; \alpha = \alpha_0$
1	2	3	4	5
Крок по дільному колу	p	$p = \pi m$	$p = \pi m$	$p = \pi m$
Радіус дільного кола	r	$r_{1,2} = \frac{mz_{1,2}}{2}$	$r_{1,2} = \frac{mz_{1,2}}{2}$	$r_{1,2} = \frac{mz_{1,2}}{2}$
Товщина зуба по дільному колу	s	$s_{1,2} = \frac{p}{2} + 2x_{1,2} m \operatorname{tg} \alpha_0$	$s_{1,2} = \frac{p}{2} + 2x_{1,2} m \operatorname{tg} \alpha_0$	$s_{1,2} = \frac{p}{2}$
Радіус основного кола	r_b	$r_{b1,2} = r_{1,2} \cos \alpha_0$	$r_{b1,2} = r_{1,2} \cos \alpha_0$	$r_{b1,2} = r_{1,2} \cos \alpha_0$
Радіус кола западин	r_f	$r_{f1,2} = r_{1,2} - m(c'_0 + c'_0 - x_{1,2})$	$r_{f1,2} = r_{1,2} - m(c'_0 + c'_0 - x)$	$r_{f1,2} = r_{1,2} - m(c'_0 + c'_0)$
Міжцентрова відстань	a_w	$a_w = \frac{mz_c}{2} + am$	$a_w = \frac{mz_c}{2}$	$a_w = \frac{mz_c}{2}$
Радіус початкового кола	r_w	$r_{w1,2} = r_{1,2} \left(1 + \frac{2a}{z_c} \right)$	$r_{w1,2} = r_{1,2}$	$r_{w1,2} = r_{1,2}$
Глибина заходу зубів	h_3	$h_3 = (2j'_0 - \psi) m$	$h_3 = 2mj'_0$	$h_3 = 2mj'_0$
Висота зубя	h	$h = h_3 + c'_0 m$	$h = h_3 + c'_0 m$	$h = h_3 + c'_0 m$
Радіус кола виступів	r_a	$r_{a1,2} = r_{f1,2} + h$	$r_{a1,2} = r_{f1,2} + h$	$r_{a1,2} = r_{f1,2} + h$
Товщина зубця по початковому колу	s_w	$s_{w1,2} = 2r_{1,2} \left(\frac{s_{1,2}}{2r_{1,2}} + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha \right)$	$s_{w1,2} = s_{1,2}$	$s_{w1,2} = \frac{p}{2}$

Закінчення табл. 6.8.

1	2	3	4	5
Товщина зубця по колу виступів	s_a			
Товщина зубця по основному колу	s_b			
Довжина теоретичної лінії зачеплення	AB	$AB = a_w \sin \alpha$	$AB = a_w \sin \alpha_0$	$AB = a_w \sin \alpha_0$
Практична лінія зачеплення	ab		$ab = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha$	
Коефіцієнт перекриття	ε		$\varepsilon = \frac{ab}{p \cos \alpha_0}$	

западин ($r_{\beta 1}$, $r_{\beta 2}$) і основні ($r_{\beta 1}$, $r_{\beta 2}$);

4) через полюс зачеплення проводимо загальну дотичну до початкових кіл $t - t$ і лінію зачеплення $n - n$, дотичну до основних кіл в точках A і B .

Відрізок лінії зачеплення, замкнений між двома точками A і B , називають *теоретичною лінією зачеплення*. Цей відрізок є геометричним місцем можливих контактів спряжених профілів. Частина цієї лінії, яка відсікається колами головок зубчастих коліс ($a - b$), є геометричним місцем дійсних контактів профілів. Його називають *практичною лінією зачеплення* або *активною (робочою) частиною*;

5) будемо евольвенти двох зубчастих коліс, які дотикаються в полюсі зачеплення P . Для побудови евольвентного профілю зубця першого колеса відрізок теоретичної лінії зачеплення AP поділимо на рівні частини (в нашому випадку на 4) довжиною 15 - 20 мм кожен. Ці відрізки (приймаючи їх рівними довжинам дуг) відкладаємо по основному колу першого колеса вправо і вліво від точки A . Отримаємо точки: $0'$, $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$, $6'$, $7'$ і $8'$. Через ці точки (окрім $0'$) проводимо дотичні до

проводимо дотичні до основного кола. Якщо на дотичній, проведеній через точку 1, відкласти $1/4$ відрізка AP , то отримаємо точку $1''$. На дотичній -2 відкладемо два відрізки, рівні $1/4 AP$, і отримаємо точку $2''$. Проводячи аналогічні побудови на кожній з дотичних, отримаємо ряд точок: $1'', 2'', 3'', 4''$ тощо. Плавна крива, яка проведена через отримані точки, є евольвентним профілем правої частини зубця першого колеса. Точно таким же способом буде утворюватися евольвентний профіль зубця другого колеса (для цього використовується відрізок BP);

6) профіль ніжки зубця, який лежить нижче основного кола (якщо коло западин нижче основного), окреслюється радіальною прямою, що з'єднує початок евольвенти з центром колеса, і спряжується з нею радіусом $\rho = 0,38 m \approx 0,4 m$;

7) відклавши по діляльному колу хорду $a_1 = mz_1 \sin \frac{180^\circ}{z_1}$, знайдемо

положення осі симетрії суміжних з першим зубців і за законами симетрії побудуємо їх профілі.

На кожному з коліс побудованого по точках, і двох інших, які знаходяться справа і зліва від нього. Ці зубці будуються за допомогою шаблонів або лекал за законами симетрії.

В процесі передавання обертання (припустимо, що колесо z_1 обертається за годинниковою стрілкою з кутовою швидкістю ω_1) ніжка зуба першого колеса ввійде в зачеплення в точці a з головою зубця другого колеса. В точці b головка зуба першого колеса вийде з зачеплення з ніжкою першого.

Таким чином, точка дотикання переміщується по профілю першого колеса від його основи до вершини, а у другого - навпаки, від вершини до основи.

Ділянки профілів зубців, які в процесі обертання дотикаються один з одним, називаються *робочими ділянками профілів зубців*. Для визначення цих ділянок достатньо виконати наступні побудови. Точку f на профілі зубця першого колеса можна отримати, якщо повернути це колесо проти годинникової стрілки до співпадання евольвенти з точкою a або описати з центра O_1 дугу радіусом O_1a - дуга af . Таким же чином знаходимо точку e , окресливши дугу be' з центру O_2 .

В точці a зустрінуться точки f і f' , а в точці b вийдуть з зачеплення точки e і e' . Робочими ділянками (на рис. 6.8 вони виділені потовщеними лініями) є частини евольвент ef і $e'f'$.

За час зачеплення однієї пари спряжених зубців початкові кола

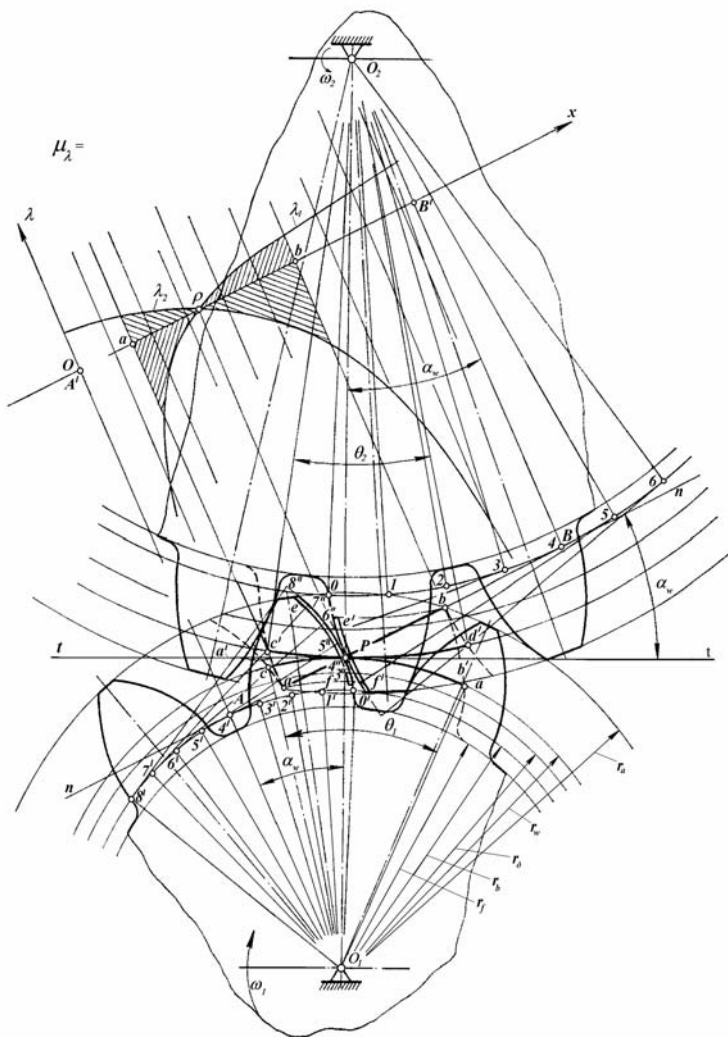


Рис. 6.8. Геометричні побудови до синтезу зубчастих коліс

повернуться на деякі кути θ_1 і θ_2 . Дуги, що стягують ці кути, або дуги початкових кіл, на які повернуться ці кола за час зачеплення однієї пари спряжених зубців, називаються *дугами зачеплення*.

Для побудови дуги зачеплення на першому зубчастому колесі достатньо профіль зубця цього колеса повернути навколо точки O_1 і сумістити послідовно з початком і кінцем практичної лінії зачеплення, тобто з точками a і b (на рис. 6.8 ці положення позначені пунктирними лініями). На початковому колі першого колеса отримасмо дугу cd (накреслена потовщеною лінією), а на початковому колі другого колеса дугу $c'd'$, якщо повернути профіль зуба другого колеса навколо точки O_2 . Дуги cd і $c'd'$ є дугами зачеплення кіліс. Дуги зачеплення можуть бути побудовані і за допомогою нормалей до профілів, побудованих на початку і в кінці робочої ділянки.

Довжина дуги зачеплення розраховується за формулою

$$cd = \frac{ab}{\cos \alpha}. \quad (6.23)$$

Ця формула дозволяє графічно знайти довжину дуги, тобто побудувати її розгортку. Якщо з точок a і b практичної лінії зачеплення побудувати до неї нормалі, то останні відокремлять на загальній дотичній $t-t$ відрізок $a'b'$, який дорівнює розгортці дуги зачеплення.

Аналітичне визначення довжини практичної лінії зачеплення приводиться без доказу і може бути виконано за формулою

$$ab = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha. \quad (6.24)$$

Розрахуємо цю довжину для прикладу, що розглядається

$$ab = \sqrt{181,74^2 - 134,36^2} + \sqrt{303,47^2 - 256,51^2} - 436,51 \cdot 0,44505 = 90,4 \text{ мм}.$$

Довжина дуги зачеплення

$$cd = \frac{90,4}{0,8960} = 101 \text{ мм};$$

$$\cos 26^\circ 25' 30'' = 0,8960.$$

6.4. Визначення коефіцієнтів перекриття і ковзання

Якість зубчастої передачі характеризується коефіцієнтом перекриття ε і відносним, або питомим ковзанням λ . *Коефіцієнтом перекриття* ε називають відношення довжини дуги зачеплення cd до кроку по початковому колу

$$\varepsilon = \frac{cd}{p_n}. \quad (6.25)$$

Оскільки крок включає один зуб і одну западину, то, очевидно, коефіцієнт перекриття представляє собою середню кількість пар зубців, що одночасно знаходяться у зачепленні:

$$\varepsilon = \frac{cd}{p_n} = \frac{ab}{p_n \cos \alpha}. \quad (6.26)$$

Цією формулою користуватися незручно, тому що для розрахунків за нею необхідно попередньо розрахувати крок по початковому колу p_n . Добуток, який стоїть у знаменнику рівняння (6.26), є кроком по основному колу, який можна виразити через крок по ділительному:

$$p_b = p_n \cos \alpha = p \cos \alpha_0. \quad (6.27)$$

В цьому випадку формула для визначення коефіцієнта перекриття приймає вигляд

$$\varepsilon = \frac{ab}{p \cos \alpha_0} = \frac{ab}{\pi m \cos \alpha_0}, \quad (6.28)$$

тобто коефіцієнт перекриття - це відношення довжини практичної лінії зачеплення до кроку по основному колу. Формулою (6.28) зручно користуватись при вимірюванні практичної лінії зачеплення на кресленні.

Для аналітичного визначення ε скористаємося рівнянням

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha_0}. \quad (6.29)$$

Для прикладу, який ми розраховуємо

$$\varepsilon = \frac{90,4}{81,64 \cdot 0,9396} = 1,18.$$

Таке ж значення отримаємо вимірами практичної лінії на кресленні.

Досліджуючи значення коефіцієнта перекриття, бачимо, що $2 > \varepsilon > 1$. Отже, в зачепленні поперемінно знаходяться то дві пари зубців, то одна.

Як видно з розрахунку, 18 % часу в зачепленні приймають участь дві пари, а 82 % часу - одна пара зубців.

Коефіцієнти питомого ковзання λ_1 і λ_2 є характеристиками ковзання одного профілю зубця по іншому, тобто характеризують зношення зубців, яке викликано появою сил тертя.

Коефіцієнти λ_1 і λ_2 розраховують за формулами (приводимо без виводу):

$$\lambda_1 = 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} i_{21} = 1 - i_{21} + \frac{L}{x} i_{21}; \quad (6.30)$$

$$\lambda_2 = 1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} i_{12} = 1 - i_{12} + \frac{L}{L-x} i_{12}; \quad (6.31)$$

де $L = AB$ – довжина теоретичної лінії зачеплення; $\rho_1 = x$ – радіус кривизни в точці дотикання евольвенти першого колеса; $\rho_2 = L - x$ – радіус кривизни в точці дотикання евольвенти другого колеса; i_{12}, i_{21} – передаточне відношення для зовнішнього зачеплення

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{21} = \frac{z_1}{z_2}.$$

Задаючись поточною координатою x (з інтервалом 10 - 20 мм) в межах від $x = 0$ до $x = L$, можна визначити значення коефіцієнтів питомого ковзання для обох коліс.

Проведемо розрахунки для нашого прикладу і зведемо в табл. 6.9 отриманні значення λ_1 і λ_2 :

$$AB = 194,3 \text{ мм}; \quad i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{21}{11} = -1,909;$$

$$i_{21} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{11}{21} = -0,524.$$

Таблиця 6.9

x	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	194,3
λ_1	$-\infty$	-3,586	-1,026	-0,176	0,249	0,504	0,676	0,796	0,887	0,957	1
λ_2	1	0,784	0,509	0,149	-0,336	-1,021	-2,071	-3,911	-7,891	-23,0	$-\infty$

Використовуючи ці значення, можна на лінії зачеплення побудувати діаграми коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 і λ_2 . Для отримання більш ясної діаграми систему координат виберемо в точці O , вісь абсцис проведемо паралельно лінії зачеплення, а вісь ординат - перпендикулярно до неї. Спроєкуємо на вісь абсцис точки A, a, P, b, B . Побудовані діаграми показані на рис. 6.8.

Приведені в таблиці значення коефіцієнтів розраховані для всієї теоретичної лінії зачеплення. Фактично ж зачеплення відбувається лише на практичній лінії зачеплення, тому криві коефіцієнтів обмежимо відрізком ab (ці ділянки заштриховані). Можна побудувати і колові діаграми коефіцієнтів питомого ковзання на профілях зубців.

Для нормальної роботи зубчастої передачі необхідно, щоб виконувались наступні умови:

- 1) $\varepsilon \geq 1,13$;
- 2) $s_a \geq 0,3m$ (у меншого колеса).

У пари, що розраховується, $\varepsilon = 1,18$ і $s_{a1} = 9,57 = 0,3678 m$, тобто заогрєння головки зубця не спостерігається.

6.5. Послідовність геометричного синтезу зубчастих передач і визначення якісних характеристик зачеплення

Завданням геометричного синтезу зубчастих коліс є визначення геометричних параметрів зубчастих коліс за заданими значеннями модуля і чисел зубців та видом зачеплення (нульове, рівнозміщене, нерівнозміщене) і таких якісних характеристик, як коефіцієнт перекриття та коефіцієнт відносного ковзання.

До задач розрахунку геометричних параметрів відносять побудову профілів зубців, розрахунку робочих ділянок їх профілів, побудову дуг зачеплення.

Виконання задачі геометричного синтезу зубчастих коліс і визначення якісних характеристик зачеплення здійснюється в такій послідовності:

1) за заданими значеннями z_1 і z_2 та з урахуванням типу зачеплення (нульове, рівнозміщене, нерівнозміщене) визначають коефіцієнти зміщення, користуючись таблицями або блокуючими контурами;

2) підраховують числові значення діаметрів ділільних кіл d_1 та d_2 , початкових кіл d_{w1} та d_{w2} , основних кіл d_{b1} та d_{b2} , кіл виступів d_{a1} та d_{a2} , кіл западин d_{f1} та d_{f2} , величину міжосьової відстані a_w , товщину зубців та ширину западин - за ділільним колом;

3) за вибраного машинобудівного масштабу (масштаб вибирають таким чином, щоб висота зубців становила 40 - 80мм) вибирають і показують на кресленні центри обертання коліс на відстані a_w , та зображують лінію центрів;

4) зображують кола (частини кіл) ділільні, початкові, виступів, западин, основні та лінію зачеплення як загальну дотичну до основних кіл;

5) користуючись графічними прийомами, імітують перекочування частини лінії зачеплення (від точок дотикання їх до полюса зачеплення) по основних колах і зображують евольвентні профілі зубців;

6) відкладають товщини зубців по ділільних колах, проводять осі симетрії зубців і, користуючись законами симетрії, зображують другу половину зубця. Профіль зубця має форму евольвенти між колами виступів і основними, а від точки перетину евольвенти з основним колом профіль зубця окреслюється радіальною прямою з утворенням галтелі з колом западин

радіусом 0,2 модуля;

7) з врахуванням кроку розташування зображують по три зубці на обох колесах, стежачи за тим, щоб точки контакту профілів лежали тільки на лініях зачеплення;

8) будують активну частину лінії зачеплення, робочих ділянок профілів зубців та дуг зачеплення;

9) виконують підрахунки та будують діаграми коефіцієнтів відносного ковзання в координатах $\lambda = \lambda(l)$, де l – довжина лінії зачеплення, та в кругових координатах на профілях зубців;

10) за довжинами активних частин лінії зачеплення визначають коефіцієнти перекриття зубчастої передачі. Друге визначення цього самого показника здійснюють за формулами і визначають похибку двох визначень;

11) аналітично визначають товщини зубців по колах виступів і порівнюють їх з одержаними на кресленнях;

12) на кресленні наводять таблиці - характеристики зачеплень рівнозмщеного (нерівнозмщеного) і нульового;

13) формулюють висновки за цим розділом курсового проекту.

6.6. Контрольні питання

1. За якими ознаками поділяються зубчасті передачі?
2. Що називають передаточним числом?
3. Який ряд зубчастих коліс називають послідовним (паразитним)?
4. Який параметр є стандартною мірою зубчастих коліс? Чому в якості стандартної міри не використано крок?
5. За яких причин вводять коригування зубчастих коліс?
6. Що називають явищем підрізання і за яких умов воно виникає?
7. Способи виготовлення зубчастих коліс, недоліки і переваги.
8. Як визначається величина зміщення інструменту за необхідності усунення явища підрізання?
9. Якими якісними характеристиками визначаються параметри зубчастих передач?
10. Чим орієнтуються у виборі коефіцієнтів зміщення інструменту при виготовленні коліс?
11. Яким вимогам мають відповідати профілі зубців?
12. Якою є послідовність виконання синтезу зубчастої передачі?
13. Чим відрізняються формули по визначенню геометричних параметрів коліс і зубців для нульових, рівнозмщених і нерівнозмщених зачеплень?
14. Чому у більшості зубчастих передач перевага віддається евольвентним профілям зубців?

15. Що таке дуга зачеплення і на яку з якісних характеристик вона впливає?
16. Який фізичний зміст має коефіцієнт перекриття зубчастої передачі?

РОЗДІЛ 7. СУЧАСНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ В КУРСОВОМУ ПРОЕКТУВАННІ З ТММ

Одним з головних напрямків удосконалення курсового проектування з теорії механізмів і машин є перехід на використання сучасних комп'ютерних технологій. З розвитком мікропроцесорної техніки з'явилась можливість перейти на автоматизовану систему проектування і створення конструкторської документації.

Програмне забезпечення ЕОМ, що з'явилося останнім часом, дозволяє вирішувати задачі проектування механізмів і машин. Воно дає можливість: плідного користування ЕОМ без достатніх знань програмування та роботи операційної системи;

простого введення вихідних даних з можливістю виправлення помилок та внесення корективів під час виконання розрахунків;

гнучкої системи підказок в роботі з програмним забезпеченням.

При цьому використання комп'ютерних технологій не відмінняє наявність основних знань з теорії механізмів і машин.

Існує серія програм для безпосереднього виконання розрахунків кінематичних та силових параметрів механізмів. До них варто віднести АРМ WinSlider, Контур, EULER тощо. Загальновідомі математичні програмні пакети MathCAD, MathLab та інші можуть бути використані на окремих ділянках виконання курсового проекту з ТММ.

7.1. Система АРМ WinSlider

7.1.1. Загальні відомості та методи досліджень плоских важільних механізмів в середовищі WinSlider

АРМ WinSlider - це система, призначена для розрахунку плоских важільних механізмів другого класу.

Система створена центром розробки програмного і наукового забезпечення "Автоматизированное Проектирование Машин".

В основу роботи програмного забезпечення покладені наступні теоретичні положення.

Для вивчення руху механізму необхідно знати кількість ланок і кінематичних пар, а також розміри і взаємне положення ланок, що впливають на рух. З цією метою складають кінематичну схему механізму, що є його кінематичною моделлю.

Кінематична схема механізму будується з точним дотриманням усіх розмірів і форм, від яких залежить рух тієї чи іншої ланки, іншими словами з дотриманням тих параметрів, при зміні яких змінюються положення ланок, швидкості і прискорення точок механізму.

Для визначеності рухів усіх ланок механізму, утвореного кінематичним ланцюгом з одним ступенем рухомості, необхідно і достатньо мати заданим закон руху однієї з ланок.

Кінематичне дослідження механізму, тобто вивчення руху ланок без врахування сил, що обумовлюють цей рух, полягає в вирішенні наступних задач: визначення переміщень точок і траєкторій, що описують точки ланок; визначення швидкостей окремих точок ланок і кутових швидкостей ланок;

визначення прискорень окремих точок ланок і кутових прискорень ланок.

Якщо механізм має один ступінь рухомості, то переміщення, швидкості і прискорення ланок і точок механізму є функціями переміщень, швидкостей і прискорень початкової ланки.

Функція переміщення (закон руху початкової ланки) може бути задана в аналітичній формі у вигляді функції, що зв'язує переміщення початкової ланки з часом. Якщо початкова ланка входить в обертальну пару зі стійкою, то задається функція $\varphi = \varphi(t)$, де φ – кут повороту початкової ланки щодо нерухомої системи координат, зв'язаної зі стійкою, а t – час. Якщо початкова ланка входить зі стійкою в поступальну пару, то задається функція $s = s(t)$, де s – переміщення обраної точки початкової ланки щодо нерухомої системи координат, зв'язаної зі стійкою.

Функції $\varphi = \varphi(t)$ і $s = s(t)$ можуть також бути задані графічно у вигляді кривих, де вдовж осі ординат відкладені кути повороту φ чи переміщення s , а вдовж осі абсцис – час t .

У деяких задачах закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функцій швидкостей $\omega = \omega(t)$ чи $v = v(t)$. Тоді перехід від функцій швидкості до функцій переміщень може здійснюватися шляхом інтегрування.

Якщо закон руху початкової ланки заданий у вигляді функцій прискорень $\varepsilon = \varepsilon(t)$ чи $a = a(t)$, то перехід до функцій швидкостей також здійснюється шляхом інтегрування, а, визначивши функції швидкостей, можна визначити і функції положень.

Для розв'язання задачі про положення ланок механізму повинні бути задані кінематична схема механізму і функція переміщень початкової ланки.

Визначення положень ланок досягається побудовою кінематичної схеми з додержанням певних масштабів, широкий вибір яких дає можливість одержувати практично будь-які габарити.

Для кінематичного дослідження механізму спочатку розглядається рух початкової ланки, причому її рух не обов'язково вважати з заданою постійною швидкістю.

Вирішення задачі про положення механізму в даній системі здійснюється графічним методом. Розглянемо цей метод на прикладі кривошипно-коро-

мислового механізму II класу (рис. 7.1).

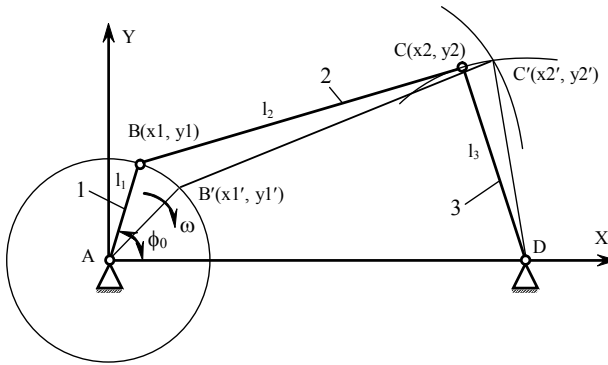


Рис. 7.1. Схема кривошипно-коромислового механізму

Механізм складається з початкової ланки 1, що обертається навколо нерухомої осі A . Кут повороту ϕ_0 - узагальнена координата механізму. Ланка 3 здійснює коливальний рух відносно осі D . Ланка 2 входить в обертальні пари B і C .

Якщо розглядати рух ведучої ланки 1, то точка B буде займати положення, що лежать на колі з радіусом l_1 описаному з точки A . Точка C , що належить ланці 3, буде завжди лежати на колі з радіусом l_3 , проведеному з точки D . У той же час, вона лежить на колі, проведеному із точки B з радіусом l_2 . Таким чином, розглядаючи точки перетину вказаних кіл, можна знайти положення точки C у будь-який момент часу. Неважко помітити, що за заданих довжин l_2 і l_3 , точка C може займати два положення, що лежать на протилежних від осі x точках перетину кіл. Правильне її положення вибирається програмою з умови найближчого розташування точки від її попереднього положення.

Якщо знайдені положення ланок механізму для вибраного числа заданих положень початкової ланки, то можна побудувати траєкторії, що описують окремі точки ланок механізму.

У результаті проведених попередніх досліджень одержано координати точок механізму в кожен момент часу. Для одержання швидкостей і прискорень цих точок необхідно скористатися операцією диференціювання.

Для знаходження похідних $y' = f'(x)$ та $y'' = f''(x)$ функцію замінюють інтерполяційним поліномом Ньютона, побудованим для системи вузлів x_0, x_1, \dots, x_k .

Тоді функція буде мати вид:

$$y(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{q(q-1)(q-3)}{3!}\Delta^3 y_0 + \dots,$$

де $q = \frac{x-x_0}{h}$;

$$h = x_{j+1} - x_j, \quad (j = 0, 1, \dots);$$

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0;$$

$$\Delta y_1 = y_2 - y_1;$$

$$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0;$$

а її похідна:

$$y'(x) = \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{2q-1}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{3q^2-6q+2}{6}\Delta^3 y_0 + \dots).$$

Оскільки в даній системі похідні функції у обчислюються в основних табличних вузлах x_j , то формула спрощується, тому що кожне табличне значення можна вважати за початкове, тобто $x = x_0, q = 0$; тоді остаточно маємо:

$$y'(x) = \frac{1}{h}(\Delta y_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{1}{6}\Delta^3 y_0 + \dots).$$

Тим же способом можна обчислити похідні функції будь-якого порядку.

7.1.2. Інтерфейс та команди APM WinSlider

Для більш зручного користування програмою WinSlider, її інтерфейс виконаний у вигляді звичайного вікна оболонки Windows. Вікно програми має:

- головне меню;
- панель інструментів;
- робочу область;
- горизонтальну та вертикальну лінійки прокручування;
- рядок стану.

Головне меню та панель інструментів (рис. 7.2) використовуються для здійснення основних операцій з програмою APM WinSlider.

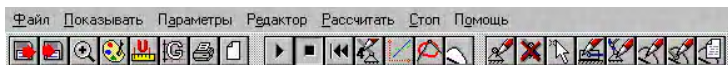


Рис. 7.2. Головне меню та панель інструментів

Лінійки прокручування (рис. 7.3) в системі виконують дві функції: відображення координат і прокручування створеного зображення.

При русі мишки в робочій області положення курсору відображається на лінійках у вигляді кольорових рисок.

Якщо кінематичний ланцюг механізму не вміщується у видимій області екрана, можна використовувати лінійки для прокручування (зсуву видимої області по горизонталі чи вертикалі). Для цього варто скористатися стрілками на лінійках.

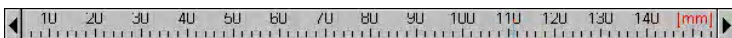


Рис. 7.3. Горизонтальна лінійка прокручування

На лінійках також відображаються одиниці виміру, що використовуються в даний момент.

Великі зарубки на лінійках вирівнюються по сітці в робочій області. Для зміни відстані між ними варто змінити параметри сітки. Якщо при зміні масштабу відстань між зарубками на лінійці стає занадто маленькою, вона автоматично збільшується.

У робочій області (рис. 7.4) зображується кінематична схема механізму і відображається сітка. Параметри сітки можна змінити. Кольори робочої області, сітки, ланок і інших атрибутів механізму можна теж змінювати.

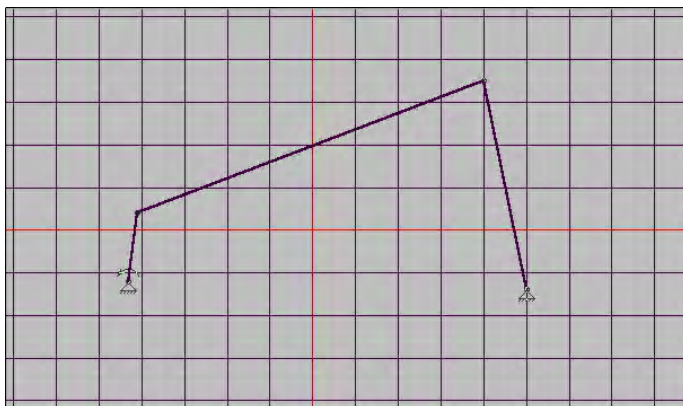


Рис. 7.4. Робоча область

Рядок стану (рис. 7.5) - це вікно, що знаходиться у нижній частині екрана і розділене на три блоки. У лівій частині відображаються координати курсору в даний момент часу (x , y), у середній частині - зсув курсору після натис-

Рис. 7.5. Рядок стану кання лівої кнопки миші (dx , dy , dr), і у третій частині - стан розрахунків (Розраховано: 35 %).

Керувати програмою можна за допомогою команд головного меню або натискаючи на відповідні піктограми інструментальної панелі (рис. 7.2).

Меню **Файл**

Спливаюче меню Файл (рис. 7.6) містить команди, що дозволяють:
завантажити інформацію з архівних файлів;
зберегти інформацію в архівних файлах;
роздрукувати кінематичну схему механізму;
вибрати принтер і режим друку;
завершити роботу програми.

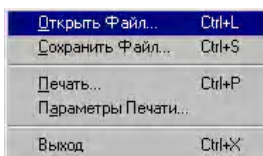





Рис. 7.6. Меню Файл

Команда **Открыть Файл...** (відповідна піктограма - ) відкриває діалогове вікно *Завантажити Архівний Файл*. Це діалогове вікно дозволяє вибрати архівний файл, який необхідно завантажити.

 Команда **Сохранить Файл...** відкриває діалогове вікно збереження файлу. Використовуючи його, вказується ім'я архівного файлу, у якому будуть збережені вихідні дані і результати розрахунків.

 Команда **Печать...** дозволяє роздрукувати результати розрахунків. При виборі цієї команди на екрані з'являється діалогове вікно, показане на рис. 7.7.

Команда **Параметры Печати...** (рис. 7.8) викликає на екран діалогове вікно для настроювання режимів друку. Використовуючи це діалогове вікно, можна змінювати установки принтера і друку.

Команда **Выход** використовується для виходу із системи. При виході із системи, програма **не пропонує зберегти** поточну кінематичну схему!

Меню **Показывать**

Команда **Показывать** головного меню активізує спливаюче меню показане на рис. 7.9.

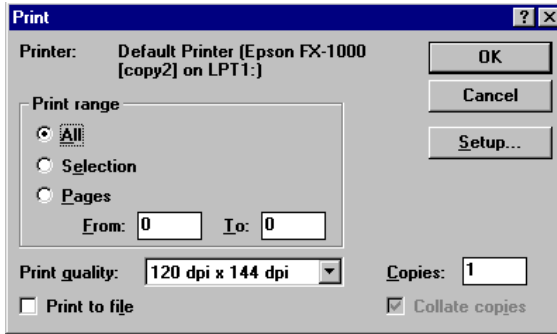


Рис.7.7. Діалогове вікно для вибору режимів друку

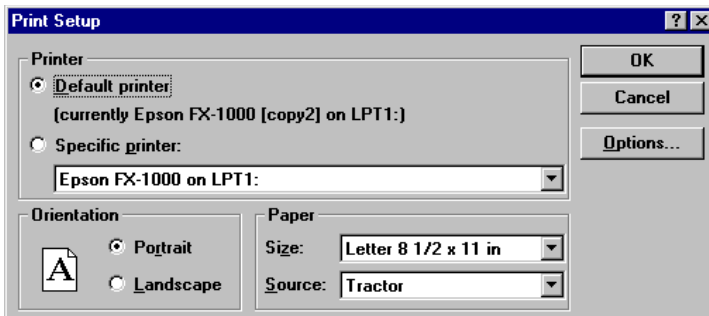


Рис. 7.8. Діалогове вікно **Параметры Печати...**

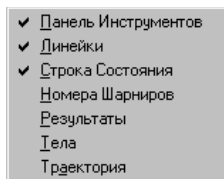




Рис. 7.9. Спливаюче меню **Показывать**

Використовуючи команду **Панель Інструментов** можна сховати чи показати панель інструментів. Усі команди панелі інструментів мають аналоги в меню, однак використовувати панель інструментів зручніше.

Команда **Линейки** показує і ховає лінійки. Лінійки виконують дві функції: за допомогою лінійок можна переміщати видиму область (прокручування) і відображення координат. Поточне положення курсору миші відображується на лінійках у вигляді кольорової риски. При захованих лінійках немає можливості прокручування.

Команда **Строка Состояния** показує і ховає рядок стану. У рядку стану відображуються координати курсору, збільшення координат, на які переміщується шарнір після натискання лівої кнопки миші, стан розрахунків. У режимі невидимого рядка стану неможливо точно установити координати курсору.

 Команда **Номера Шарниров** дозволяє переглядати номери кінематичних пар поточної кінематичної схеми механізму. Ця команда необхідна перед переглядом результатів: довідавшись номери потрібних кінематичних пар, вони вказуються у діалоговому вікні перегляду результатів. Колір, яким виводяться номери вузлів можна змінити.

 Команда **Результаты** необхідна для перегляду результатів. По цій команді з'являється вікно параметрів результатів (рис. 7.10).

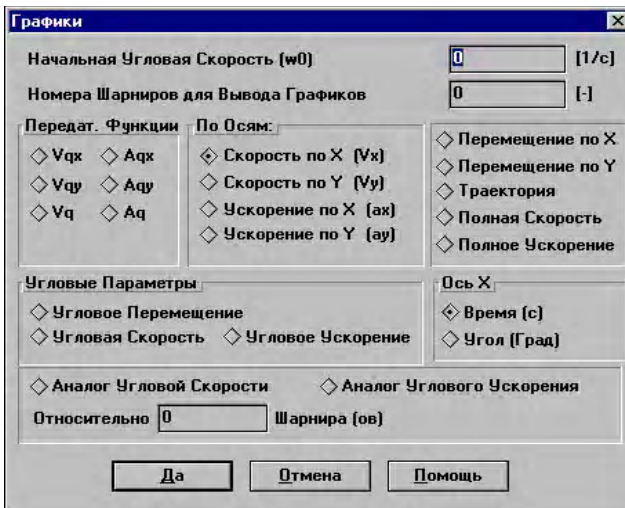


Рис. 7.10. Вікно параметрів результатів

У цьому вікні необхідно вказати наступні параметри:

Начальная Угловая Скорость. Якщо кутова швидкість ведучої ланки механізму змінна, то цей параметр відповідає кутовій швидкості вхідної ланки в перший момент руху, інакше, якщо кутова швидкість постійна, – кутовій швидкості ланки в процесі руху.


Номера Шарниров для Вывода Графиков. Тут через кому задаються шарніри, графіки результатів розрахунків яких необхідно показувати. Наприклад, задавши 1,2,4,5,8, у вікні результатів з'являться графіки саме цих шарнірів. Щоб не дуже захарашувати екран рекомендується задавати не більше 5 кінематичних пар.


Далі в діалоговому вікні варто вказати які параметри необхідно показувати: передаточні функції, швидкості, прискорення, траєкторії чи переміщення або аналогічні кутові параметри.

Якщо необхідно переглянути кутові параметри, то потрібно вказувати, щодо яких вузлів обчислюються значення. Причому для кожного вузла повинен бути зазначений шарнір, щодо якого він переміщується. Наприклад, для набору вузлів 1,2,4,5,8 у блоці *Относительно* можна вказати 2,1,3,4,1, тоді кутові переміщення вузла 1 будуть розраховані щодо шарніра 2, шарніра 8 – щодо першого, тощо.

Далі необхідно вказати, що буде відкладатися по осі абсцис: час чи кут повороту вхідної ланки.

Після того, як усі параметри задані і введена команда **Да** програма перейде в режим перегляду результатів. Результати виводяться у вигляді графіків, але, вибравши відповідну команду, можна переглянути їх у чисельному виді.

 Команда **Тела** дозволяє заливати ланки визначеним кольором. При цьому ті частини механізму, що знаходяться за ланкою, стають невидимими. Колір заливання можна змінювати. За замовчування тіла малюються прозорими.

 Команда **Траектория** дозволяє виводити в робочій області екрана траєкторії руху кінематичних пар механізму. Якщо траєкторія не відображається, необхідно виконати розрахунки. Траєкторія виводиться лініями червоного кольору.

Меню Параметры

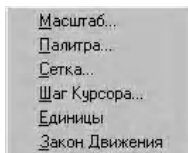


Рис. 7.11. Спливаюче меню **Параметры**



 Команда **Масштаб...** викликає діалогове вікно вибору масштабу (рис. 7.12).




Рис. 7.12. Діалогове вікно вибору масштабу

Для зміни масштабу побудови кінематичної схеми на екрані необхідно натиснути на кнопку потрібного масштабу або задати його у полі *Установить масштаб 1 к :* і підтвердити вибір. Робоча область вікна перезобразиться і зміняться параметри лінійок. Якщо крок сітки був малим для нового масштабу, то він автоматично збільшиться.

 Команда **Палітра...** дозволяє вибрати палітру. При цьому з'являється діалогове вікно (рис. 7.13).

У полі *Палітра* можна вибрати палітру з набору доступних у даний момент. При першому запуску програми існує тільки одна палітра. Щоб створити нову, необхідно скористатися кнопкою **Сохранить**. Команда **Удалить** видаляє палітру зі списку. Щоб змінити колір будь-якого елемента, необхідно вибрати його у списку *Элемент* і скористатися командою **Определить**. У вікні, що з'явиться, слід вибрати колір і натиснути **Ок**. Зміни відразу відображаться у вікні діалогу.

Палітра зберігається у файлі ініціалізації WSLIDER.INI і при виклику програми WSLIDER.EXE за замовчування вибирається та, яка використовувалася при останньому сеансі роботи.

 Команда **Сетка...** викликає наступне діалогове вікно (рис. 7.14).

У полі *Размер* встановлюється крок, з яким буде перезображуватись сітка. Крок встановлюється відразу по двох осях і вимірюється в поточних одиницях. У полі *Тип сетки* встановлюється зовнішній вигляд сітки або зовсім знімається.

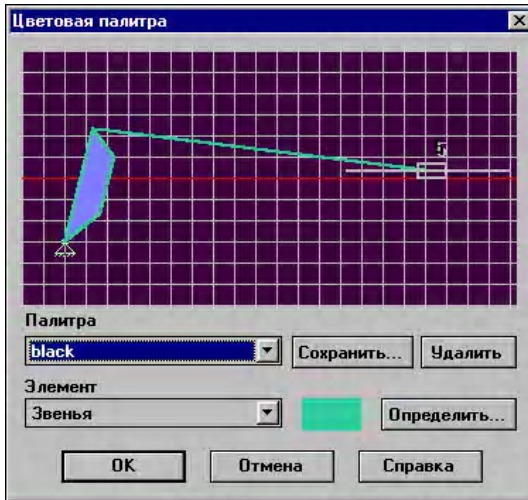


Рис. 7.13. Діалогове вікно зміни палітри

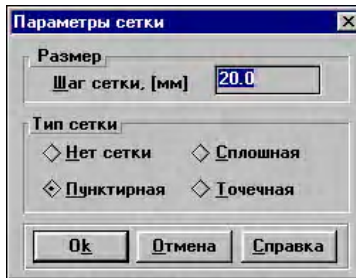



Рис. 7.14. Діалогове вікно параметрів сітки

По команді **Шаг Курсора...** викликається діалогове вікно введення кроку курсору. Змінюючи крок курсору можна змінювати точність задання координат шарніра при переміщенні його мишкою в робочій області екрана. За замовчування крок курсору встановлюється рівним 1 мм.

 Команда меню **Единицы** викликає діалогове вікно вибору одиниць вимірювання (рис. 7.15). При зміні одиниць вимірювання автоматично перезображуються лінійки.

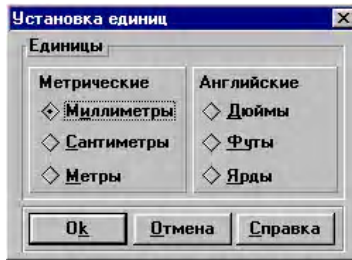


Рис. 7.15. Діалогове вікно вибору одиниць вимірювання

Команда **Закон Движения** дозволяє змінювати закон руху ведучої ланки механізму. По цій команді викликається діалогове вікно (рис. 7.16).

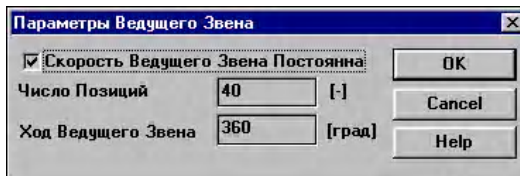


Рис. 7.16. Діалогове вікно вибору закону руху

Якщо в розділі *Скорость Ведущего Звена Постоянна* немає галочки, то після натискання **ОК** програма переходить у режим введення закону руху. У розділі *Число Позичий* відзначається число положень механізму. У секції *Ход Ведущего Звена* відзначається максимальний кут у градусах, на який може переміститися ведуча ланка. Приріст кута повороту для ведучої ланки при постійній швидкості буде обчислюватися за формулою $\text{хід}/\text{число позицій}$. При несталій швидкості ведучої ланки збільшення буде залежати від закону руху й обчислюється як $(F(x_i) - F(x_{i+1}))$, де i - поточне положення механізму. Зі збільшенням числа позицій збільшується точність обчислень. Число позицій рекомендується встановлювати не менше 40.

Меню Редактор

Це меню (рис. 7.17) дозволяє редагувати механізм і містить наступні команди:

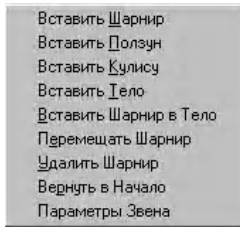



Рис. 7.17. Меню **Редактор**


 Команда **Вставити Шарнир** дозволяє вставити шарнір: рухомий чи нерухомий - це програма вирішує сама. Однак, якщо шарнір з'явився невірною типу (нерухомий замість рухомого), у результаті розрахунків програма сама визначить його тип і виправить. Тому перед роздруківкою схеми механізму рекомендується провести розрахунки, і, якщо необхідно, повернути механізм у вихідне положення. Вставка кінематичних пар відбувається наступним чином.

Виберіть команду **Вставити Шарнир**, натисніть ліву кнопку миші на позиції екрана, де необхідно поставити шарнір або на шарнірі, до якого він буде прив'язаний. Не відпускаючи кнопку миші шарнір можна переміщувати. При цьому в рядку стану відображується поточне положення шарніра (в абсолютній і відносній системах координат, при цьому початок відліку відносної системи координат буде знаходитися в точці, у якій була натиснута ліва кнопка миші). При переміщенні шарніра механізм зображується тонкими лініями, а після відпускання кнопки миші, механізм буде перемальовано.

Якщо вставляється перший шарнір, то він буде елементом стійки, а перша прив'язана до нього ланка - ведучою. Ведуча ланка відрізняється наявністю стрілки, що позначає напрямок руху. Після вставлення стійки з'являється вікно введення параметрів ведучої ланки.

Нумерація шарнірів починається з нуля.

Якщо на схемі механізму видаляється стійка (шарнір з нульовим номером), то весь механізм буде видалено без запиту підтвердження видалення.

 Команда **Вставити Ползун** дозволяє створити повзун. Натиснувши ліву кнопку миші на вузлі, до якого необхідно прив'язати повзун (з'явиться також напрямна повзуна), і не відпускаючи кнопки, необхідно перемістити шарнір, що належить повзуну в потрібне положення. Змінювати кут нахилу напрямної можна переміщуючи її другий кінець (визначений як шарнір). Для цього потрібно вибрати команду **Перемещать Шарнир**, натиснути ліву кнопку миші на кінці напрямної і, не відпускаючи кнопки, переміщувати покажчик миші в потрібне положення.



Команда **Вставити Кулісу** дозволяє вставити кулісу. Для цього виберіть дану команду, підведіть курсор миші до шарніра, до якого буде прив'язуватися куліса, натиснувши і не відпускаючи ліву кнопку миші, переміщуйте кінематичну пару, що утворена зі стояком в потрібне положення. Відпустіть кнопку миші і механізм перезображується. При переміщенні основи куліси її довжина змінюється у більшу сторону.

Якщо в результаті розрахунків виявиться, що довжини куліси не вистає, вона наростає.

До куліси можна прив'язувати шарніри і інші ланки механізму.



Команда **Вставити Тіло** дозволяє створити тіло для будь-якої ланки. Для цього виберіть команду, підведіть курсор до ланки, до якої буде прив'язане тіло і, натиснувши і не відпускаючи ліву кнопку миші, переміщуйте його. Тіло використовується для того, щоб кінематичну пару можна було вставити в будь-якому місці поза ланкою.

У тіло можна вставити задану кількість шарнірів. До одного шарніра можна прив'язувати декілька ланок. Тіло можна зробити прозорим чи видимим і воно може мати будь-як форму, що складається з ліній.

Для видалення тіла скористайтеся командою **Удалити Шарнір** на точці, що позначає кінець лінії тіла.



Команда **Вставити Шарнір в Тіло** вставляє кінематичну пару у тіло ланки. Цим шарніром можна користуватися як для зв'язку з іншими ланками, так і для дослідження переміщення кінематичної пари у процесі руху ланок механізму. Вибравши цю команду, можна також поставити шарнір безпосередньо на ланку чи кулісу.

У тіло можна вставити будь-яку кількість шарнірів. До одного шарніра можна прив'язувати декілька ланок.

Для видалення шарніра необхідно скористатися командою **Удалити Шарнір**.



Командою **Перемістити Шарнір** користуються для того, щоб перемістити шарнір, напрямну повзуна чи основу куліси в нову позицію. Цією командою можна скористатися також для того, щоб змінити вид тіла чи ланок. При цьому шарнір можна переміщати за межі тіла, але він буде як і раніше належати ланці, до якої був прив'язаний.



Команда **Удалити Шарнір** видаляє шарнір. Цією командою можна скористатися для видалення повзуна, куліси, вузла чи шарніра в тілі ланки. Для того щоб видалити який-небудь елемент механізму, необхідно вибрати цю команду, підвести курсор миші до потрібного елемента і натиснути ліву кнопку миші.

Для видалення повзуна можна скористатися цією командою на кінці на-

прямої. Для видалення куліси необхідно видалити її основу.

Команда **Вернуть в Начало** дозволяє повернути механізм у вихідне положення (положення до запуску останнього розрахунку). Якщо розрахунки виконувалися вдруге, то по цій команді механізм повернеться в положення перед другим запуском.

Якщо необхідно з'ясувати поведінку механізму при різних законах руху, то потрібно після кожного розрахунку і перегляду результатів повертати механізм у первісний стан.

Команда **Параметры звена** дозволяє переглядати і змінювати параметри будь-якої ланки, зображеної в робочій області. Для того, щоб змінити координати кінців ланки, необхідно вибрати цей режим і вказати мишкою на ланку, параметри якої будуть змінюватися. З'явиться діалогове вікно (рис. 7.18) введення параметрів ланки.

Параметры звена	
Первый узел	1 [-]
X [мм]	82
Y [мм]	44
Второй узел [-]	2 [-]
X [мм]	114
Y [мм]	68
DX [мм]	82
DY [мм]	24
Длина звена [мм]	85.44
Угол наклона [мм]	16.3139

Рис. 7.18. Вікно редагування параметрів ланки

У цьому вікні відображаються:

номера шарнірів;

координати шарнірів (X, Y);

зміщення другого вузла відносно першого (DX, DY);

довжина ланки і кут її нахилу щодо горизонталі.

При зміні кожного з цих параметрів, інші заповнюються символом "-".

▶ Команда **Рассчитать**, що знаходиться у відповідному меню, починає виконання розрахунків. При цьому кінематична схема механізму перезображується на кожному кроці розрахунків, а в рядку стану (у правій її частині) відображується етап розрахунків у відсотках. Для того щоб зупинити розрахунки необхідно вибрати команду меню **Стоп**. Якщо розрахунки виконані менш

ніж на 100%, то команда **Результати** і відповідна кнопка будуть недоступними.

■ Команда **Стоп** зупиняє розрахунки. Для перегляду результатів, розрахунки повинні бути виконані на 100%!

Меню **Помощь**

Спливаюче меню **Помощь** (Рис. 7.19.) містить команди, які: викликають систему підказки **APM WinSlider**; виводять вікно **О программе...**

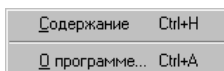


Рис. 7.19. Спливаюче меню **Помощь**

Команда **Содержание** виводить на екран зміст системи підказок **APM WinSlider**. Виберіть розділ, що Вас цікавить, і натисніть на ньому лівою кнопкою миші або клавішу ENTER. У дійсності, викликаючи підказку в прикладній програмі, що працює в середовищі Microsoft Windows, запускається спеціальна програма, що входить до складу Windows.

Команда **О программе** викликає на екран діалогове вікно, в якому показана назва і версія програми, а також ліцензійна інформація.

Інструментальна панель

Інструментальна панель являє собою групу піктографічних кнопок, розташованих нижче головного меню (рис. 7.20.). Інструментальна панель призначена для прискореного вибору деяких команд, що часто використовуються.



Рис. 7.20. Інструментальна панель APM WinSlider

Кнопки інструментальної панелі ініціюють наступні команди (зліва направо):

Файл | Открыть

Файл | Сохранить

Параметры | Масштаб

Параметры | Палитра

Параметры | Единицы
 Параметры | Сетка
 Файл | Печать
 Новый Механизм
 Рассчитать
 Стоп
 Редактор | Вернуть в Начало
 Показывать | Номера Шарниров
 Показывать | Результаты
 Показывать | Траектория
 Показывать | Тела
 Редактор | Вставить Шарнир
 Редактор | Удалить Шарнир
 Редактор | Перемещать Шарнир
 Редактор | Вставить Ползун
 Редактор | Вставить Кулису
 Редактор | Вставить Тело
 Редактор | Вставить Шарнир в Тело
 Редактор | Параметры Звена
 Помощь | Содержание

Для виконання команди за допомогою інструментального меню необхідно натиснути лівою кнопкою миші на потрібній кнопці.

7.1.3. Приклад побудови та розрахунку кінематичних параметрів важільного механізму

Для вказаної схеми механізму (рис. 7.21) виконаємо кінематичне дослідження за кутової швидкості кривошипа $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$ у середовищі АРМ WinSlider.

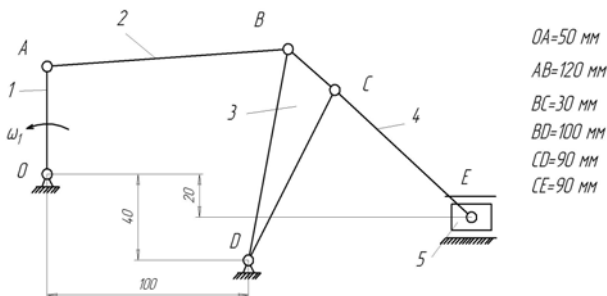


Рис. 7.21. Схема механізму для дослідження

Побудову кінематичної схеми важільного механізму у середовищі APM WinSlider виконаємо в наступній послідовності.

Виконати команду **Редактор | Вставити Шарнір**.

Підвести курсор в те місце, де буде знаходитись стояк і натиснути ліву кнопку миші. У вікні, що з'явилося (рис. 7.16) вказати параметри вхідної ланки та натиснути на кнопку "ОК". Уточнити положення шарніру можна наступним чином: підвести курсор до шарніра, натиснути праву кнопку миші, у вікні вибору системи координат (рис. 7.22) вибрати "Абсолютные". У вікні абсолютної системи координат набрати значення $X - 0$, $Y - 0$, та підтвердити вибрані дані, натиснувши на клавіатурі "Enter".

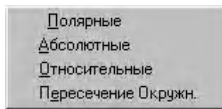


Рис. 7.22. Меню вибору системи координат для уточнення положення кінематичної пари

Підвівши курсор до утвореного шарніра та натиснувши ліву кнопку миші потягнути за шарнір. При цьому утворюється вхідна ланка з кінематичною парою, що відповідає на кінематичній схемі шарніру A . Уточнюємо положення кінематичної пари. Знаходячись на кінематичній парі натискаємо праву клавішу миші та вибираємо розділ "Абсолютные". У вікні абсолютної системи координат набрати значення $X - 0$, $Y - 50$.

За аналогією, потягнувши за шарнір A утворюється шатун. Відпуском лівої кнопки миші утворився шарнір B . Потягнувши за шарнір B утворюється коромисло. Відпустивши ліву кнопку миші утворився шарнір D разом із стояком. Вводимо команду **Показувати | Номера Шарніров**. Тоді на екрані монітора кінематичній парі O відповідає шарнір з номером 0 , для інших $A-1$, $B-2$, $D-3$.

Зробимо уточнення геометричних параметрів введених шарнірів B і D . Знаходячись на кінематичній парі D натискаємо праву кнопку миші та вибираємо розділ "Абсолютные". У вікні абсолютної системи координат набрати значення $X - 100$, $Y - -40$. Знаходячись на кінематичній парі натискаємо праву кнопку миші та вибираємо розділ "Пересечение Окружн.". У вікні набрати значення: **Номер Первого Шарнира - 1; Номер Второго Шарнира - 3; Первый радиус - 120; Второй радиус - 100**. Підтвердити введення значень натиснувши на піктограму "ОК". Після цього механізм перебудується.

Вводимо команду **Редактор | Вставити Тело**, підводячи курсор і натискаючи на коромисло.

Вводимо команду **Редактор | Вставити Шарнір в Тіло** і вставляємо створений шарнір в тіло коромисла. Уточнюємо його координати. Для цього знаходяться на кінематичній парі натискаємо праву кнопку миші та вибираємо розділ "Пересечение Окружн.". У віконці набрати значення: **Номер Первого Шарніра - 2; Номер Второго Шарніра - 3; Первый радиус - 30; Второй радиус - 90**. Натискаємо на піктограму "ОК". Розтягуємо коромисло, утворюючи трикутник, що відповідає на кінематичній схемі ланці *BCD*.

Вводимо команду **Редактор | Вставити Ползун** та курсором натискаємо на кінематичну пару *C*. Уточнюємо координати шарніра *E*. Вводимо команду **Редактор | Параметры Звена** та натискаємо на шатун. У вікні редагування параметрів ланки, знаючи координати кінематичної пари *C*, розраховуємо координати шарніра *E*. Вводимо у віконця **Второй узел: X - 210,88; Y - -20**. У віконцях, що відповідають значенням зміщення другого вузла відносно першого (*DX, DY*); довжини ланки і кута її нахилу щодо горизонталі вводимо символ "-". Переміщуємо напрямну повзуна таким чином, щоб переміщення повзуна здійснювалось по координаті **Y = -20**.

На цьому побудова кінематичної схеми закінчена. Результати роботи представлені на рис. 7.23.

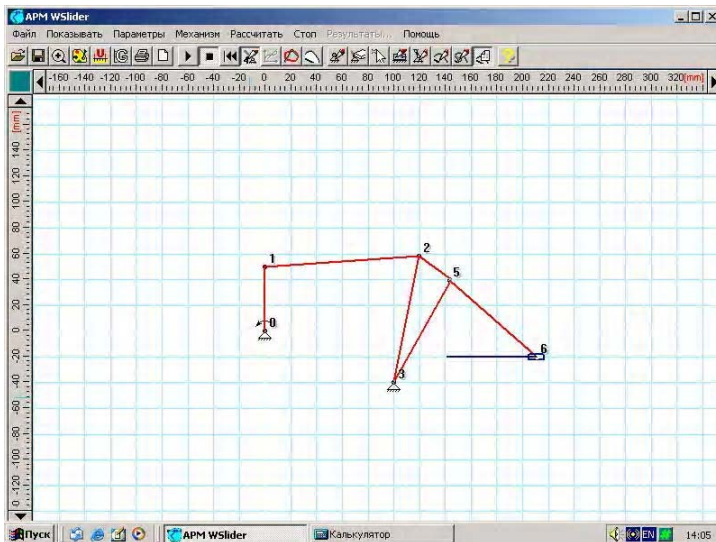


Рис. 7.23. Побудова кінематичної схеми механізму в програмі APM WinSlider

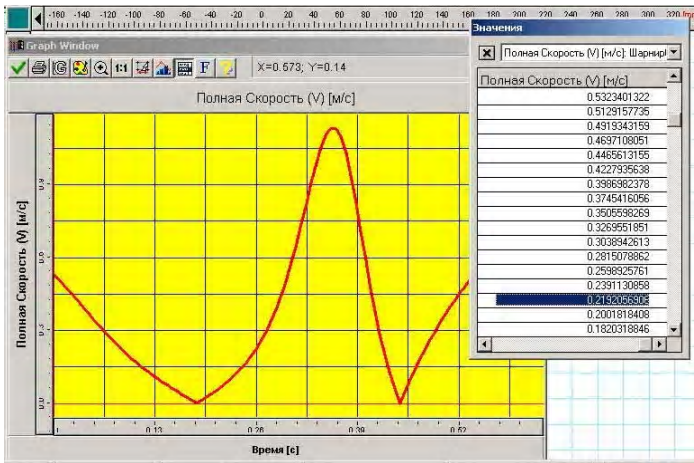


Рис. 7.24. Залежність швидкості шаріра Е від часу

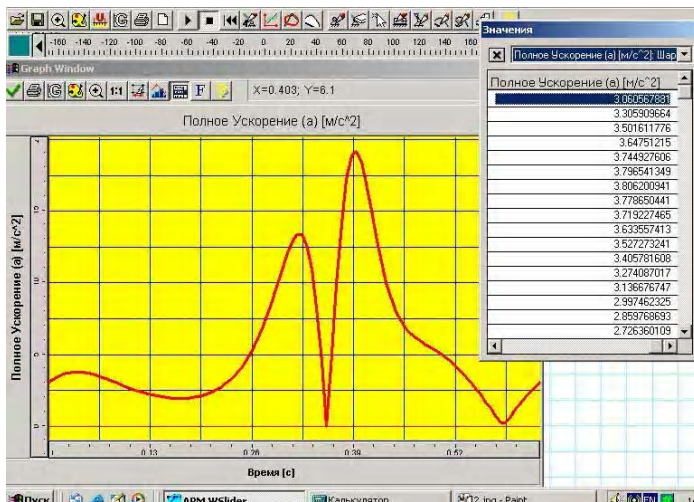


Рис. 7.25. Залежність прискорення шаріра Е від часу

Вводимо команду **Рассчитать**, що знаходиться у відповідному меню, починається виконання розрахунків. При цьому кінематична схема механізму перемальовується. Для того щоб зупинити розрахунки необхідно вибрати команду меню **Стоп**.

Для перегляду розрахунків у вікні, що спливає, вводять необхідні параметри для побудови графіків кінематичних параметрів. На рисунках 7.24 та 7.25 представлені відповідно графіки залежності швидкості та прискорення шарніра E від часу.

7.2. Програмний засіб Mathcad

7.2.1. Загальні відомості та інтерфейс системи Mathcad

Mathcad - програмний засіб створений фірмою MathSoft Inc., середовище для виконання на комп'ютері різноманітних математичних і технічних розрахунків, що надає користувачу інструменти для роботи з формулами, числами, графіками і текстами.

У середовищі Mathcad доступні більше сотні операторів і логічних функцій, призначених для чисельного і символічного вирішення технічних проблем різної складності. Mathcad містить:

- велику бібліотеку вбудованих математичних функцій;

- інструменти побудови графіків різних типів;

- засоби створення текстових коментарів і оформлення звітів;

- конструкції, подібні до програмних конструкцій мов програмування, що дозволяють писати програми для розв'язання задач, що дуже складно вирішити стандартними інструментами пакета;

- зручно організовану інтерактивну систему одержання довідки й оперативної підказки;

- засоби обміну даними з іншими windows-додатками через механізм OLE (Object Linking and Embedding - зв'язок і впровадження об'єктів);

- засоби пересилання готових робочих документів по електронній пошті чи в Інтернет точно в такому виді, у якому вони представлені на екрані монітору.

Основна відмінність Mathcad від інших програмних засобів цього класу полягає в тому, що математичні вирази на екрані комп'ютера представлені в загальноприйнятій математичній формі.

Записавши в звичній формі математичний вираз, можна виконати з ним найрізноманітніші символні чи чисельні математичні операції: обчислити значення, виконати алгебраїчні перетворення, вирішити рівняння, про диференціювати, побудувати графік тощо. Можна коментувати обчислення текстовими фразами, ілюстраціями, побудованими в інших додатках, і одержати повний звіт про виконані обчислення.

При роботі з програмою відкривається вікно (рис. 7.26) - простір, де розміщені всі необхідні для роботи інструменти і робочий документ.

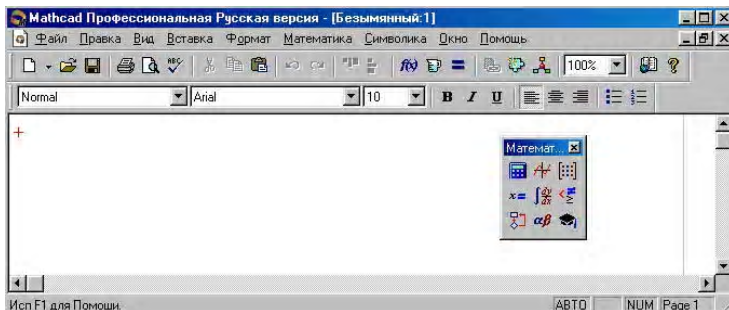


Рис. 7.26. Вікно програми Mathcad 2001

Верхній рядок вікна - стандартний рядок Windows-додатків. Другий рядок екрана - рядок меню.

Меню має набір стандартних для windows-додатків пунктів: File (Файл), Edit (Правка), View (Вид), Format (Формат), Window (Окно), Help (Помощь або ?), і специфічні для Mathcad пункти: Insert (Вставка), Math (Математика), Symbolics (Символы, Символьные вычисления). Натискання по пункту меню відкриває спливаюче меню зі списком доступних у даному пункті меню операцій.

Наступні два рядки вікна містять панелі інструментів, частина з яких - стандартні для Windows-додатків операції роботи з файлами і текстом, а інша частина - специфічні функції Mathcad.

Нижче на робочому полі розташовується панель інструментів для виконання математичних операцій.

Математичні операції в Mathcad поділені на групи, і кожна кнопка панелі математичних інструментів відкриває доступ до визначеної групи операцій - натискання по кнопці цієї панелі відкриває іншу панель, на якій власне і розташовані кнопки математичних операцій відповідної групи.

Вікно робочого документа Mathcad - простір, у якому розташовуються усі введені команди і вирази, куди Mathcad виводить результати обчислень та графіки, і де розміщаються текстові коментарі. Вміст цього вікна можна редагувати, формувати, зберігати у файлах на диску, друкувати тощо. Вікно оточене двома смугами прокручування - вертикальною і горизонтальною. І останній, нижній рядок вікна - рядок стану. У ньому записані рекомендації щодо подальших дій, описаний поточний стан середовища і зазначений номер відображеної на екрані сторінки робочого документа.

Більшість операцій у Mathcad можна виконати трьома способами:
вибором відповідного пункту в меню;
за допомогою панелей інструментів;
звертанням до відповідних функцій.

Майже всі операції, закріплені за пунктами меню, дублюються відповідними кнопками панелі інструментів. Для звертання до вбудованої функції можна вставити функцію в робочий документ, вибравши потрібне ім'я зі списку функцій, можна ввести ім'я функції з клавіатури чи вставити ім'я функції натиснувши на кнопку в панелі інструментів.

Розглянемо вміст деяких пунктів меню й опишемо правила виконання операцій, що найчастіше використовуються.

Меню **File (Файл)** і **Edit (Правка)** - звичайні меню, як і у всіх Windows-додатків.

Меню **View (Вид)** (рис. 7.27) містить операції настроювання вікна Mathcad. Якщо один з рядків меню Toolbar (Панелі), Status Bar (Строка состояния) чи Ruler (Линейка) має позначку, то на екрані розміщується відповідна панель.

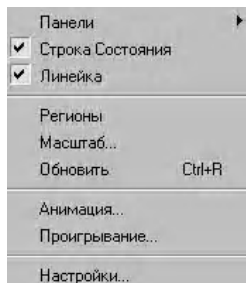


Рис. 7.27. Пункти меню **View (Вид)**

Пункти Regions (Регионы), Zoom (Масштаб), Refresh (Обновить) містять операції перетворення зображення в робочому документі. Animate (Анимация) і Playback (Проигрывание) - операції побудови і запуску анімації. Пункт Preferences (Настройки) відкриває доступ до панелей настроювання режиму запуску Mathcad, клавіатури і зв'язки з Internet.

Наступне меню **Insert (Вставка)** (рис. 7.28). У цьому меню пункт Graph (График) відкриває доступ до восьми операцій побудови різних типів графіків, серед яких: графік функції однієї змінної в декартових координатах, графік функції однієї змінної в полярних координатах, тривимірні гістограми, векторні поля тощо.

Mathcad надає користувачу різноманітні засоби форматування графіка -

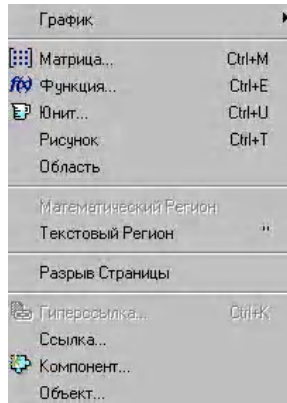


Рис. 7.28. Пункты меню **Insert (Вставка)**

зміна товщини і кольору ліній, виду осей координат, координатні сітки, текстові коментарі й ін. Для того щоб змінити вид зображення, потрібно двічі натиснути по полю графіка й встановити необхідні параметри у вікнах налаштування.

Пункт Matrix (Матрица) відкриває в робочому документі вікно визначення розмірності матриці (число рядків, число стовпців). Після того як розмірність матриці визначена, у робочому документі відкривається поле введення матриці з позначеними позиціями для введення елементів.

Пункт Function (Функция) відкриває вікно діалогу списку вбудованих функцій Mathcad. Для того щоб вставити функцію в робочий документ, потрібно вибрати у вікні за допомогою стрілок прокручування потрібну функцію зі списку, натиснути на кнопці Insert (Вставить) і ввести в позначених позиціях аргументи функції.

Пункт Unit (Единица измерения) відкриває вікно списку визначених у Mathcad одиниць виміру.

Пункт Picture (Рисунок) задає операцію вставки малюнка.

Пункт Text Region (Текстова область) використовується для визначення полів текстових коментарів.

Меню **Format (Формат)**. Всі операції цього меню призначені для визначення стилю і форми відображення в робочому документі виразів, даних, результатів обчислень і графіків - визначення кольорів фону і написів, роз-міру і типу шрифту, вирівнювання текстів, поділу робочого документа на області й інше.

Меню **Math (Математика)**. Це меню (рис. 7.29) містить операції керу-

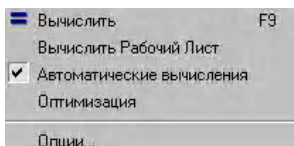


Рис. 7.29. Пункти меню **Math**

вання обчисленнями.

Після натискання на Calculate (Вычислить) обчислюються вирази, розташовані вище і ліворуч курсору. Пункт Calculate Worksheet (Вычислить Рабочий Лист) дає можливість виконати всі обчислення і перемалювати усі графіки, визначені в робочому документі. Якщо рядок Automatic Calculation (Автоматические Вычисления) позначено символом, то будь-який вираз обчислити негайно після закінчення введення операторів, а графік будуватиметься автоматично. Якщо рядок Optimization (Оптимизация) позначити символом, то буде включений режим оптимізації обчислень. Режим оптимізації - це режим обчислень із включеним символьним процесором. У цьому режимі спочатку спрощуються усі вирази, поміщені праворуч від знака присвоєння, і потім вирази обробляються числовим процесором.

Пункт Options (Опции) відкриває тимчасове вікно налаштування параметрів режиму обчислень за п'ятьма варіантами: звичайні обчислення, обчислення з одиницями вимірів, тощо.

Меню **Symbolics (Символика)** - це меню, що містить операції символічної математики. Користуючись процесорами даного меню можна спростити вирази, розкрити дужки, розкласти на множники, виконати операції з матрицями, продиференціювати або проінтегрувати вирази, виконати операції математичного аналізу, тощо.

Меню **Window (Окно)**, **Help (Помощь)** - звичайні меню всіх Windows-додатків.

У вікні Mathcad розміщені три кнопкові панелі інструментів, дві з яких мають таке ж призначення, як і стандартні панелі інструментів Windows-додатків.

Панель Math (Математика) - це панель математичних інструментів. Саме тут розташовані кнопки обчислювальних операцій і операцій конструювання обчислювальних процедур. Панель математичних інструментів містить дев'ять кнопок, кожна з яких відкриває додаткову панель математичних операцій. Більш детально функції деяких кнопок буде розкрито у відповідних розділах.

7.2.2. Кінематичне дослідження важільного механізму аналітичним методом в середовищі системи Mathcad

Розглянемо приклад кінематичного аналізу важільного механізму. Розв'язання задачі проведемо з використанням програмного середовища Mathcad. Кінематична схема механізму задана на рис. 7.30.

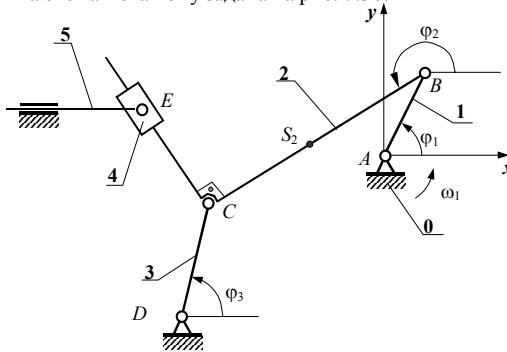


Рис. 7.30. Кінематична схема механізму

Введемо вихідні дані, при цьому знак рівності повинен мати вигляд ":=". Геометричні параметри:

$$l_{AB} := 0.1 \quad l_{BC} := 0.3 \quad l_{CD} := 0.3 \quad x_D := -0.35$$


$$l_{BS_2} := 0.18 \quad y_E := 0.2 \quad y_D := -0.27$$

Кінематичні параметри вхідної ланки та приблизні значення кутів φ_2 та φ_3 :

$$\omega_1 := 20 \quad \varphi_2 := 3 \quad \varphi_3 := 0.8$$

Визначимо відстань AD :

$$l_{AD} := \left(x_D^2 + y_D^2 \right) \quad l_{AD} = 0.195$$

Для розрахунків передаточних функцій механізму введемо змінне значення кута повороту вхідної ланки φ_1 , при цьому першим вводиться початкове значення, через кому - крок розрахунків, після двох крапок - кінцеве значення. Для введення знаку ".." в панелі інструментів "Матриця" треба скористатись піктограмою .

$$\phi_1 := 0, 0.2618..6.29$$

Наступним кроком задається система рівнянь за допомогою функції Given. Функція Find повертає в програму результати розрахунків системи рівнянь:

$$\text{Given} \quad l_{AB} \cdot \cos(\phi_1) + l_{BC} \cdot \cos(\phi_2) = l_{CD} \cdot \cos(\phi_3) + x_D$$

$$l_{AB} \cdot \sin(\phi_1) + l_{BC} \cdot \sin(\phi_2) = l_{CD} \cdot \sin(\phi_3) + y_D$$

$$F(\phi_1) := \text{Find}(\phi_2, \phi_3)$$

$$\phi_2(\phi_1) := F(\phi_1)_0 \quad \phi_3(\phi_1) := F(\phi_1)_1$$

Знак "=" можна знайти в панелі інструментів "Логические".

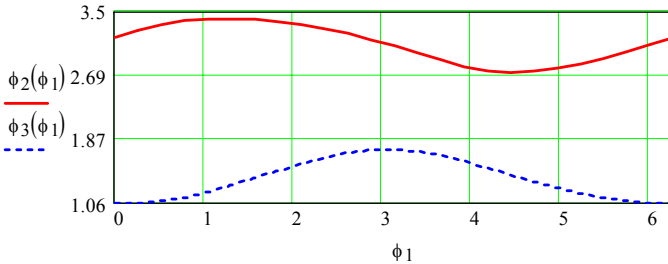
Наступні параметри залежать від кута повороту вхідної ланки. Запишемо для них співвідношення:

$$l_{CE}(\phi_1) := \frac{(y_E - l_{CD} \cdot \sin(\phi_3(\phi_1)) - y_D)}{\sin\left(\phi_2(\phi_1) - \frac{\pi}{2}\right)}$$

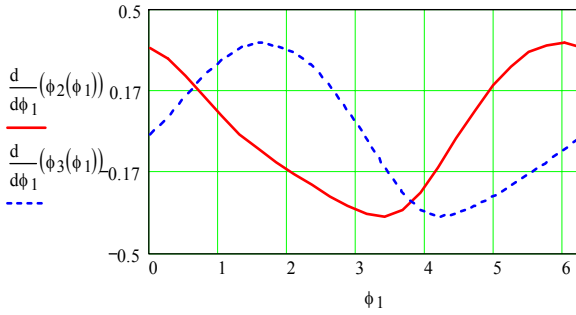
$$x_E(\phi_1) := x_D + l_{CD} \cdot \cos(\phi_3(\phi_1)) + l_{CE}(\phi_1) \cdot \cos\left(\phi_2(\phi_1) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Побудуємо графіки залежності функцій положення та передавальних функцій для кутів ϕ_2 та ϕ_3 від кута повороту вхідної ланки.

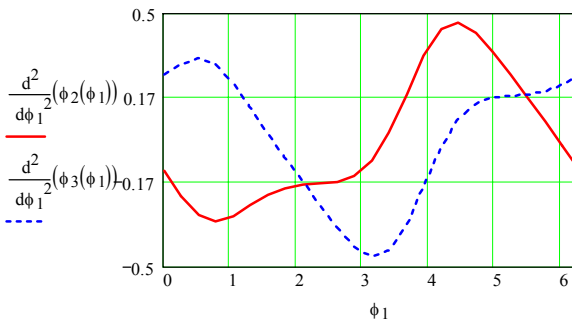
Графіки функцій положення ϕ_2 і ϕ_3



Перші передавальні функції

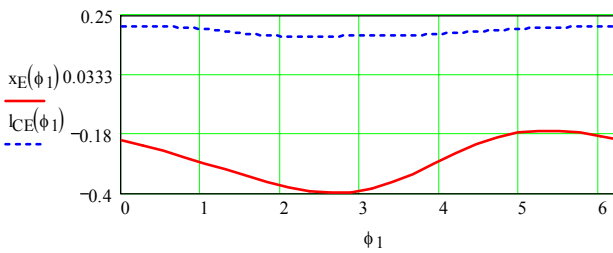


Другі передавальні функції

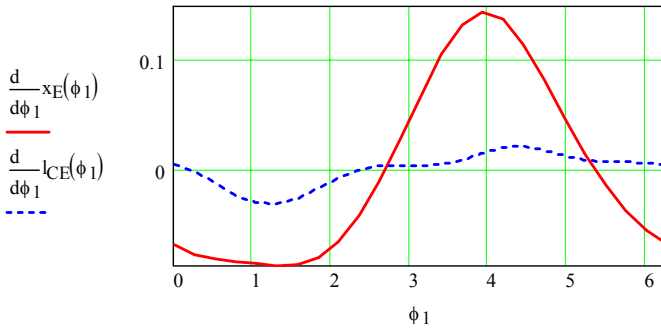


Теж саме для координати x_E та довжини CE :

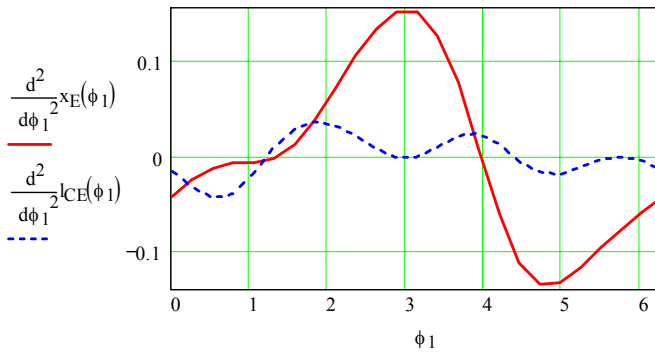
Графіки функцій положення x_E і l_{CE}



Перші передавальні функції



Другі передавальні функції



Визначимо кінематичні параметри механізму для положення яке відповідає куту повороту вхідної ланки $\phi_1 = 30^\circ$.

Вводимо кут повороту:

$$F_1 := 30 \quad f_1 := \frac{\pi}{180} \cdot F_1 \quad f_1 = 0.524$$

Визначаємо кутові швидкості.

$$\omega_{q2}(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1}(\phi_2(\phi_1)) \quad \omega_2 := \omega_{q2}(f_1) \cdot \omega_1 \quad \omega_2 = 4.513$$

$$\omega_{q3}(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1}(\phi_3(\phi_1)) \quad \omega_3 := \omega_{q3}(f_1) \cdot \omega_1 \quad \omega_3 = 2.833$$

Визначаємо лінійні абсолютні та відносні швидкості.

$$V_C := \omega_3 \cdot l_{CD} \quad V_C = 0.85$$

$$V_{qE}(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1}(x_E(\phi_1)) \quad V_E := V_{qE}(f_1) \cdot \omega_1$$

$$V_{CB} := \omega_2 \cdot l_{BC} \quad V_{CB} = 1.354$$

$$V_B := \omega_1 \cdot l_{AB} \quad V_B = 2$$

$$V_{S2B} := \omega_2 \cdot l_{BS2} \quad V_{S2B} = 0.812$$

$$V_{S2x} := -V_B \cdot \sin(f_1) - V_{S2B} \cdot \sin(\phi_2(f_1))$$

$$V_{S2y} := V_B \cdot \cos(f_1) + V_{S2B} \cdot \cos(\phi_2(f_1))$$

$$V_{S2} := (V_{S2x}^2 + V_{S2y}^2)^{0.5} \quad V_{S2} = 1.262$$

$$V_{qEK}(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1}(l_{KE}(\phi_1)) \quad V_{EK} := V_{qEK}(f_1) \cdot \omega_1 \quad V_{EK} = -0.231$$

Визначаємо кутові прискорення.

$$\varepsilon_{q2}(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2}(\phi_2(\phi_1)) \quad \varepsilon_2 := \varepsilon_{q2}(f_1) \cdot \omega_1^2 \quad \varepsilon_2 = -118.872$$

$$\varepsilon_{q3}(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2}(\phi_3(\phi_1)) \quad \varepsilon_3 := \varepsilon_{q3}(f_1) \cdot \omega_1^2 \quad \varepsilon_3 = 129.034$$

Закінчуємо кінематичне дослідження визначенням прискорень.

$$a_{qE}(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2}(x_E(\phi_1)) \quad a_E := a_{qE}(f_1) \cdot \omega_1^2 \quad a_E = -4.766$$

$$a_B := \omega_1^2 \cdot l_{AB} \quad a_B = 40$$

$$a_{CD} := \omega_2^2 \cdot l_{CD} \quad a_{CD} = 6.109$$

$$a_{qEK}(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2}(l_{KE}(\phi_1)) \quad a_{kEK} := 2 \cdot \omega_2 \cdot v_{EK} \quad a_{kEK} = -2.081$$

$$a_{EK} := a_{qEK}(f_1) \cdot \omega_1^2 \quad a_{EK} = -17.287$$

$$a_{nS2B} := \omega_2^2 \cdot l_{BS2} \quad a_{tS2B} := \varepsilon_2 \cdot l_{BS2}$$

$$a_{S2B} := (a_{nS2B}^2 + a_{tS2B}^2)^{0.5} \quad a_{S2B} = 21.709$$

$$a_{S2x} := -a_{tS2B} \cdot \sin(\phi_2(f_1)) - a_{nS2B} \cdot \cos(\phi_2(f_1))$$

$$a_{S2y} := a_{tS2B} \cdot \cos(\phi_2(f_1)) - a_{nS2B} \cdot \sin(\phi_2(f_1))$$

$$a_{S2} := (a_{S2x}^2 + a_{S2y}^2)^{0.5} \quad a_{S2} = 21.709$$

7.2.3. Розрахунок параметрів динамічної двомасової моделі

Великий клас задач динаміки механізмів та машин можна звести до двомасових моделей (рис. 7.31).

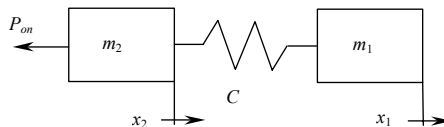


Рис. 7.31. Двомасова модель системи

Припустимо, що розраховані приведені маси та приведена жорсткість системи і складають відповідно:

$$m_1 = 100 \text{ кг}; m_2 = 50 \text{ кг}; C = 50000 \text{ Н/м.}$$

Будемо вважати, що приведена маса m_1 рухається з постійною швидкістю V_1 . Тоді для переміщення x_1 матимемо:

$$x_1 = V_1 t.$$

Припустимо, що: $V_1 = 0,15 \text{ м/с}$.

В якості сил опору можуть бути сили тертя, які визначаються за виразом:

$$P_{on} = f m_2 g,$$

де: $f = 0,15$ - коефіцієнт тертя в парі "робоча площа-маса m_2 ";

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння.

Математичну модель для випадку, що розглядається можна представити у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 = V_1 t; \\ m_2 \ddot{x}_2 - C(x_1 - x_2) = P_{on}. \end{cases}$$

Останню систему можна звести до рівняння, придатного до вирішення за допомогою програмного пакету Mathcad:

$$\ddot{x}_2 = \frac{C}{m_2}(V_1 t - x_2) - f g.$$

Для розв'язання однорідного лінійного диференційного рівняння необхідно визначити початкові умови:

$$t_n = 0; \quad x_{2n} = -\frac{P_{on}}{C}; \quad \dot{x}_{2n} = 0.$$


Вирішення диференціального рівняння зробимо в середовищі програми Mathcad.

Задамо початкові параметри.

$$c := 50000 \quad m := 50 \quad v := 0.15 \quad f := 0.2 \quad g := 9.81$$

При необхідності можна визначити силу опору P_{on} :

$$por := f \cdot m \cdot g \quad por = 98.1$$

Початкові умови для обчислення диференціального рівняння необхідно ввести в матричному вигляді. Для цього натиснути на піктограму  в панелі інструментів "Матриця".

У віконцях про параметри матриці необхідно вказати кількість рядків і кількість стовпчиків (рис. 7.32).

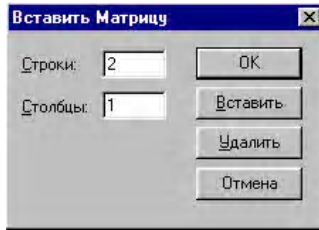


Рис. 7.32. Вікно параметрів матриці.

У створеній матриці слід ввести початкові умови:

$$y := \begin{pmatrix} -\rho \rho \\ c \\ 0 \end{pmatrix}$$

Наступним кроком у матричному вигляді вводять параметри функції, яку потім необхідно буде проінтегрувати:

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{(v \cdot t - y_0) \cdot c}{m} - f \cdot g \end{bmatrix}$$

Команда `rkfixed(y, x1, x2, N, D)` (де: y - змінна, що інтегрується; $x1, x2$ - межі інтегрування; N - кількість кроків в інтервалі обчислення диференціального рівняння; D - матриця диференціального рівняння;) повертає в матричному вигляді результати обчислення диференціального рівняння D . Для введення команди в меню "Вставка" необхідно вибрати параметр "Функція". З віконця, що спливає (рис. 7.33) вибрати відповідну функцію.

Для випадку, що розглядається, в інтервалі часу від 0 до 1 секунди вводимо параметри:

$$Z := \text{rkfixed}(y, 0, 1, 1000, D).$$

Для подальших обчислень додатково треба ввести змінну, яка відповідає кількості кроків інтегрування:

$$i := 0..1000$$

Результати можна переглянути в чисельному вигляді. Для цього треба задати відповідні параметри для переміщення і швидкості другої маси:



Символи верхнього " $<1>$ " та нижнього регістра " $<2>$ " можна ввести за допомогою піктограм $\text{m}^{<1>}$ та x_n в панелі інструментів "Матрици".

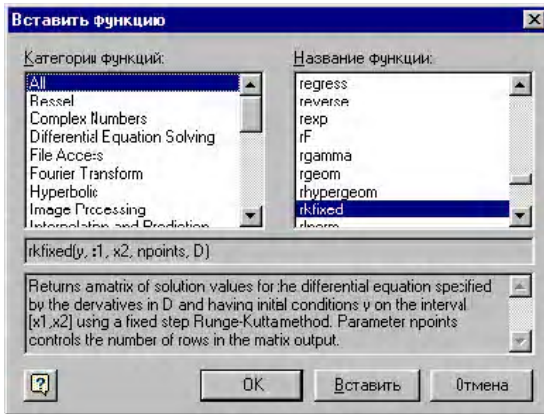



Рис. 7.33. Вікно вставлення функції

При необхідності можна переглянути результати, але зробити висновки з отриманого дуже важко. Найбільш ефективним буде отримання графіків залежності переміщення та швидкості від часу. В середовищі Mathcad є можливість отримання різних графіків. Для задачі, що розглядається, краще отримати графіки у Декартових координатах.

Для побудови графіка необхідно натиснути на піктограму  в панелі "Графики".

По осі абсцис вводиться параметр часу ($Z^{<0>}$), а по осі ординат параметри переміщення ($Z^{<1>}$), або швидкості ($Z^{<2>}$).

Результати розрахунків наведено на рис. 7.34.

Не менш цікавим для дослідження є визначення навантаження на пружний елемент. Для обчислення P_{np} необхідно ввести:

$$ppr(i) := c \cdot \left[v \cdot (Z^{<0>})_i - (Z^{<1>})_i \right]$$

Графік залежності навантаження на пружний елемент від часу представлено на рис. 7.35.

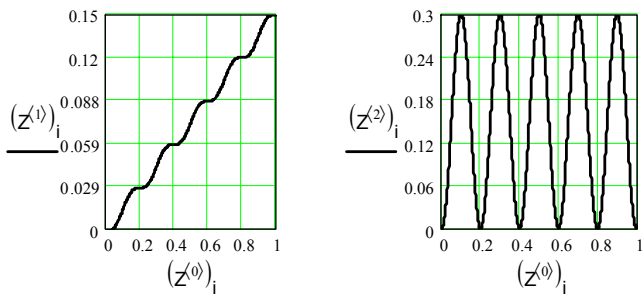


Рис. 7.34. Результати розрахунків кінематичних параметрів

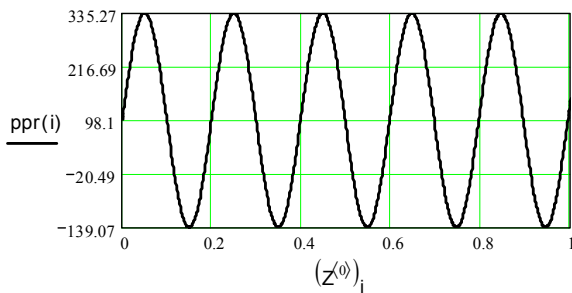


Рис. 7.35. Графік залежності навантаження на пружний елемент від часу

РОЗДІЛ 8. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ТА ЗАХИСТУ КУРСОВОГО ПРОЕКТУ

8.1. Мета та завдання курсового проектування

Основною метою курсового проектування є одержання навичок використання загальних методів дослідження і проектування у аналізі та синтезі конкретних машин.

Студент повинен навчитися виконувати розрахунки з використанням обчислювальної техніки, оволодіти графічними методами розрахунків, створювати і аналізувати аналітичні моделі.

Курсове проектування має за мету засвоєння студентами нових методів та навичок за такими напрямками:

оцінювання відповідності структурної схеми механізму умовам роботи машини;

проектування структурної та кінематичної схем важільного механізму за заданими основними і додатковими умовами;

аналіз і регулювання режиму руху ланок механізму під дією заданих сил; силовий аналіз механізму;

розрахунок параметрів і геометричний синтез зубчастого зачеплення; динамічний і кінематичний синтез кулачкових механізмів.

Завдання на курсовий проект має у своєму складі кінематичну схему важільного механізму, вихідні дані на виконання його силового розрахунку і визначення параметрів систем для досягнення заданої нерівномірності ходу вихідної ланки, дані на синтез зубчастого зачеплення та динамічний і кінематичний синтез кулачкового механізму.

Структура курсового проекту

Курсовий проект з ТММ складається з чотирьох розділів, а саме:

- 1) силовий розрахунок важільного механізму;
- 2) визначення динамічних параметрів машини і забезпечення заданої кінематичної точності;
- 3) геометричний синтез зубчастого зачеплення і визначення його якісних характеристик;
- 4) динамічний і кінематичний синтез кулачкового механізму.

Виконання кожного з розділів супроводжується графічною частиною на аркушах формату А1 та розрахунково-пояснювальною запискою.

8.2. Вимоги до оформлення пояснювальної записки

1. Всі сторінки записки повинні бути однакового розміру 210 x 297 мм (формат А4). Рукопис пишуть на одній стороні листа чорнилом або пастою.

2. Відстань від меж аркуша до меж тексту слід залишати: зліва - 20...25 мм, вгорі і внизу - 5...10 мм, справа - не менше 5 мм.

3. Заголовки розділів повинні мати порядкові номери, позначені арабськими цифрами. Підрозділи повинні мати двозначну нумерацію в межах кожного розділу. Підрозділи можуть мати декілька пунктів.

Наприклад:

1. Силловий розрахунок важільного механізму.

1.3. Кінематичне дослідження.

1.3.1. Вхідна ланка.

1.3.2. Група Асура 2,3.

4. Розрахункові формули записують в літерних позначеннях з експлікацією, в якій приводять найменування кожної величини, що входить у формулу, і одиницю виміру СІ, наприклад:

$$V_{A_{1,2}} = \left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right) \cdot l_{O_1A},$$

де $V_{A_{1,2}}$ – лінійна швидкість шарніра A , м/с; n – частота обертання кривошипа, хв^{-1} ; l_{O_1A} – довжина ланки, м.

Потім у формулу підставляють необхідні числові значення і наводять результат обчислень з вказівкою одиниці виміру СІ, наприклад:

$$V_{A_{1,2}} = \left(\frac{3,14 \cdot 100}{30} \right) \cdot 0,1 = 1,05 \text{ м/с.}$$

Формули нумеруються, якщо в записці необхідно робити на них посилення. Нумерацію доцільно указувати в межах певного розділу (наприклад: 1.5; 3.2 тощо).

5. Літерні позначення одиниць СІ, що входять в добуток, слід відділяти крапками на середній лінії рядка, наприклад Н·м. При застосуванні літерних позначень одиниць СІ у вигляді відносин повинна застосовуватися тільки одна коса або горизонтальна межа, наприклад: $\text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$.

При застосуванні косої, позначення одиниць СІ в чисельнику і знаменнику слід поміщати в рядок, а добуток в знаменнику слід брати в дужки, наприклад: $\text{мм}/(\text{кг} \cdot \text{м}^2)$.

6. Подавання функцій і результати розрахунків рівняння з великим об'ємом числових даних рекомендується приводити в пояснювальній записці у вигляді таблиць. Кожна таблиця повинна мати позначення (наприклад:

Таблиця 1.1), заголовок, що відображає зміст таблиці, а також заголовки боковиків і граф.

7. Невеликий за об'ємом цифровий матеріал зручніше оформляти в рядок (колонки розділяються не лініями, а пропусками), наприклад:

Позиція механізму	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M_{36} , Нм	0	17	25	57	19	0	0	0	0	0

8. Основний текст записки повинен бути коротким, чітким, але достатнім для точного і конкретного віддзеркалення змісту розрахунків, графічних побудов і висновків.

9. Записка повинна містити посилання на використану літературу, які оточують в квадратні дужки, наприклад: [1, 2-5]; список літератури приводять в кінці записки.

10. Всі сторінки записки брошурують в обкладинку і нумерують. Записка повинна мати титульний лист встановленої форми (Додаток).

11. У "Змісті" наводяться найменування розділів записки з вказівкою номерів сторінок. Наприклад:

	ЗМІСТ	стор.
1.	СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ВАЖЛИВОГО МЕХАНІЗМУ	...
1.1.	Формулювання завдання	...
1.2.	Структурний аналіз механізму	...
1.3.	Побудова плану швидкостей	...
1.4.	Побудова плану прискорень	...
1.5.	Силовий розрахунок механізму	...
1.6.	Визначення зрівноважувальної сили за допомогою "важеля" Жуковського	...
1.7.	Висновки	...
2.	ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МАХОВИКА	...
2.1.	Формулювання завдання	...
2.2.	Обґрунтування методики розрахунку маховика	...
2.3.	Побудова плану положень механізму та плану швидкостей	...
2.4.	Розрахунок та побудова графіків $M_{36,0} = M_{36,0}(\varphi)$, $A_o = A_o(\varphi)$, $\Delta E = \Delta E(\varphi)$...
2.5.	Розрахунок та побудова графіка $I_{36} = I_{36}(\varphi)$...
2.6.	Розрахунок параметрів маховика	...
2.7.	Висновки	...
3.	ГЕОМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	...
3.1.	Формулювання завдання	...
3.2.	Розрахунок геометричних параметрів зубчастих коліс	...
3.3.	Побудова профілів зубчастих коліс	...

- 3.4. Визначення якісних характеристик зацеплення ...
- 3.5. Розрахунок параметрів нормального зацеплення ...
- 3.6. Висновки ...
- 4. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНІЗМУ ...
- 4.1. Формулювання завдання ...
- 4.2. Розрахунок та побудова кінематичних діаграм ...
- 4.3. Визначення основних розмірів кулачкового механізму ...
- 4.4. Кінематичний синтез кулачкового механізму ...
- 4.5. Оцінка спроектованого кулачкового механізму ...
- 4.6. Висновки ...
- ЛІТЕРАТУРА ...

12. Текст записки пишеться від третьої особи або в безособовій формі, наприклад: "визначають", "визначається", "визначення". Форма "визначаю" недопустима.

13. У списку літератури перераховуються всі друковані і рукописні джерела використані при виконанні проекту, наприклад:

ЛІТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин: Учеб. для ВТУЗов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова - М.: Высш. шк., 1987. - 496 с.

2. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / Под ред. К.В. Фролова. - М.: Высш. шк., 1986. - 295 с.

8.3. Вимоги до оформлення графічної частини проекту

Вимоги до оформлення графіків і діаграм регламентуються стандартом.

1. Осі координат, осі шкал слід виконувати суцільними основними лініями з товщиною $s = 0,5 \dots 1,4$ мм. На діаграмі однієї функціональної залежності її зображення виконується лінією з товщиною $2s$. Креслення виконані "від руки" (без використання плоттерів і принтерів) викреслюються і обводяться тільки олівцем.

2. Позначення фізичних величин і одиниць їх вимірювання наносяться на графік одним із способів вказаних у стандартах. Числові значення величин по осях координат зображують шкалами. Кількість числових значень на шкалах повинна бути мінімально необхідною (не менше п'яти значень, включаючи нульове). Числа на шкалі повинні бути зручні для інтерполяції і, звичайно, кратні основі системи числення (наприклад: 1,2,3... або 10,20,30...).

Багатозначні числові значення по осях координат слід приводити у вигляді добутку цілих чисел на деякий постійний множник, який варто указувати при літерному позначенні фізичної величини, або використовувати при-

ставки до позначення одиниці СІ (наприклад: F_3 , кН). Якщо проект виконується з використанням графоаналітичних методів, то поряд з графіками указуються масштаби фізичних величин.

3. Для діаграм, призначених для практичних розрахунків, з метою полегшення їх читання, рекомендується застосовувати координатну сітку. Товщина ліній координатної сітки і інших допоміжних ліній 0,3...0,5 s.

5. Використання текстових найменувань величин, розташованих упродовж осей координат, не бажане.

6. Кінематичні схеми механізмів повинні бути зображені відповідно до вимог діючих стандартів.

7. На кожному листі проекту в правому нижньому куті повинен бути основний напис.

8. На планах механізмів, швидкостей, прискорень, сил тощо необхідно вказувати відповідні масштабні коефіцієнти. Наприклад: $\mu_v = 5,5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}$; $\mu_a = 0,18 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}/\text{мм}$.

Приклади виконання графічної частини курсового проекту наведені в Додатку.

8.4. Організація захисту проекту

Курсовий проект при остаточному оформленні підписують студент і керівник проекту. В процесі захисту студент стисло висловлює призначення і принцип роботи механізмів і особливості прийнятих рішень при дослідженні і проектуванні механічної системи. В процесі обговорення студент повинен показати, що він оволодів загальними методами аналізу та синтезу механізмів, одержав навички виконання конкретних розрахунків, володіє аналітичними і графічними методами дослідження механізмів, може обґрунтувати доцільність прийняття конкретних рішень при проектуванні механічної системи.

8.5. Перелік питань для підготовки до захисту курсового проекту

До захисту першого листа проекту

1. Дайте назву механізму, який досліджується та вкажіть його призначення.

2. Що таке ланка? Підрахуйте кількість ланок механізму і вкажіть їх назви.

3. Які ланки є вхідними, які вихідними і чому? Вкажіть їх на схемі механізму.

4. Що таке кінематична пара? Підрахуйте кількість кінематичних пар в механізмі, позначте їх та визначте клас кожної з них.

5. Розкажіть про класифікацію кінематичних пар і наведіть їх умовні по-

значення.

6. Як визначити ступінь рухомості плоского і просторового механізмів (напишіть формули і поясніть зміст цифр і символів, які входять до їх складу).

7. Вказати про призначення структурного аналізу механізму.

8. Як визначити клас механізму і з якою метою він визначається?

9. Що називається механізмом першого класу? Наведіть приклад його зображення і визначте його ступінь рухомості.

10. Що називається групою Ассура і які властивості вона має?

11. Як визначається клас, порядок і вид групи Ассура?

12. Приведіть структурні зображення всіх п'яти видів груп Ассура другого класу?

13. Наведіть приклади зображення структурних груп Ассура третього та четвертого класів.

14. Як виконати заміну вищих кінематичних пар на нижчі? З якою метою це робиться? Наведіть приклад механізму, до складу якого входить вища кінематична пара та знайдіть замінюючий механізм.

15. Які недоліки має механізм із пасивним зв'язком?

16. Чим треба керуватись при пошуках та усуненні пасивних ланок?

17. Як записати структурну формулу механізму?

18. Які завдання вирішуються за допомогою кінематичного аналізу механізму?

19. Які існують методи кінематичного аналізу механізмів? Дайте їх характеристику.

20. Що називається кінематичною схемою механізму та як визначити її масштаб?

21. Викладіть послідовність кінематичного аналізу механізму.

22. Сформулюйте властивості плану швидкостей та плану прискорень.

23. Напишіть векторні рівняння для визначення швидкостей основних точок механізму.

24. Сформулюйте теорему подібності для планів швидкостей та прискорень.

25. Як визначити масштаби планів швидкостей та прискорень?

26. Як розміщуються вектори абсолютних та відносних швидкостей та прискорень точок механізму на відповідних планах?

27. Як визначають чисельні значення та напрями кутової швидкості та прискорення ланок, що мають обертальний рух?

28. Що називається аналогом швидкості та аналогом прискорення?

29. Яким чином рухається будь-яка ланка механізму сповільнено чи прискорено?

30. Приведіть класифікацію сил, що діють на ланки механізму?

31. Розкрити фізичний зміст терміну "кінетостатика".
32. Сформулюйте принцип Д'Аламбера.
33. Розкрийте мету кінетостатичного аналізу та припущень, які приймаються.
34. Що називають динамічною схемою механізму?
35. Що називають силою інерції та як визначають величину, точку прикладання та напрям головного вектора сил інерції при різних законах руху ланки?
36. Що називають моментом сил інерції та як визначають його напрям?
37. Розкажіть про послідовність кінетостатичного розрахунку механізму. На чому вона базується?
38. Поясніть, що означає термін "статично визначена система".
39. Як визначити чисельне значення та напрям вектора тангенційної складової в обертельній кінематичній парі?
40. Як визначити лінію дії реакції в поступальній кінематичній парі?
41. Запишіть векторне рівняння силової рівноваги групи Ассура та дайте характеристику сил, які на неї діють.
42. Як будується замкнений силовий багатокутник?
43. Розкажіть про визначення реакції у внутрішній кінематичній парі.
44. З якою метою визначають реакції в кінематичних парах та величину зрівноважувальної сили (зрівноважувального моменту)?
45. Розкажіть, як розрахувати миттєве значення коефіцієнту корисної дії механізму?
46. Сформулюйте теорему Жуковського про "жорсткий важіль". На якому принципі вона базується?

До захисту другого листа проекту

1. Що приймають за цикл роботи механізму? Що називають робочим та холостим ходом і які умови їх вибору?
2. Які періоди існують в русі машини, чим характеризується кожен з них? Для якого періоду розраховують маховик?
3. Напишіть рівняння руху механізму для кожного періоду у формі рівнянь робіт.
4. Розповісти про послідовність побудови графіка зведених моментів сил опору.
5. Поясніть прийнятий метод побудови графіка робіт та запишіть формули для визначення масштабів по осях координат.
6. Як будують графіки моменту сил та роботи рушійних сил?
7. З якою метою і яким чином будується графік приросту кінетичної енергії ланок механізму?
8. На чому базується зведення сил та моментів сил, мас та моментів

інерції?

9. Розкажіть про послідовність побудови графіка зведеного моменту інерції механізму.

10. Запишіть формулу для визначення чисельного значення зведеного моменту інерції механізму.

11. З якою метою будується діаграма енергомас (крива Віттенбауера)?

12. Запишіть формулу для визначення чисельного значення моменту інерції маховика, з її допомогою обґрунтуйте вибір місця встановлення маховика.

13. Навіщо до складу механізму вводять маховик, і як обчислюють його геометричні параметри?

14. Що називають періодичною нерівномірністю обертання головного валу машини? Вкажіть на причини її виникнення?

15. Напишіть формули, за якими обчислюють величини періодичної нерівномірності та середньої кутової швидкості головного валу машини.

16. Що називають динамічною моделлю механізму? Розкажіть про одномасові та багатомасові моделі.

17. Які задачі вирішують при динамічному дослідженні механізму?

До захисту третього листа проекту

1. Розкажіть про класифікацію зубчастих механізмів (по розміщенню осей в просторі, по виду та розміщенню твірної профілю зуба, по розміщенню коліс одне відносно одного).

2. З якою метою застосовують зубчасті механізми? Який зубчастий механізм називають редуктором, а який мультиплікатором?

3. Який зубчастий механізм називають рядним, а який епіциклічним?

4. Які існують типи епіциклічних механізмів, в чому їх принципові відмінності? Назвіть ланки в цих механізмах.

5. Що називають передаточним відношенням та передаточним числом механізму? Чим вони відрізняються, з якою метою введені?

6. Знайдіть вищу кінематичну пару в зубчастій передачі та визначте її клас.

7. Визначте ступінь рухомості зубчастої передачі.

8. Сформулюйте основну теорему зачеплення та її наслідки, запишіть її математичні вирази.

9. Що називають профілем зуба, які існують профілі зубців, які потреби повинні задовольняти профілі зубців та чому?

10. Зробіть ілюстрацію застосування основної теореми зачеплення на прикладі спроєктованої евольвентної зубчастої передачі (покажіть спряжені профілі, контактну точку та її траєкторії під час взаємодії профілів, полюс зачеплення). Запишіть передаточне відношення через кутові швидкості та

відношення відрізків міжцентрової відстані, визначте його числове значення.

11. Перерахуйте позитивні якості та недоліки евольвентного зачеплення.

12. Розгляньте основні властивості евольвентного профіля на прикладі спроектованого зубчастого колеса та графічно знайдіть величину інволюти (евольвентної функції) для точки профілю, яка співпадає з полюсом зачеплення.

13. Які існують способи виготовлення зубчастих коліс?

14. Які існують методи нарізання зубчастих коліс, їх переваги та недоліки? Назвіть інструменти, які застосовуються.

15. Розповісти про параметри вихідного контуру та про його стандартизацію.

16. Розповісти про явище підрізання зубців (як це явище можна виявити на схемі зачеплення; яка частина зуба підрізається інструментом; вкажіть мінімальне число зубців, які нарізаються без підрізання).

17. Що називають нульовим, рівнозміщеним та нерівнозміщеним зачепленням.

18. Як визначають коефіцієнт зміщення та величину зміщення?

19. Розповісти про явище загострення.

20. Що таке радіальний зазор, як визначити його величину?

21. Пояснити, що відносять до якісних показників зубчастого зачеплення.

22. Розповісти, як будується графік питомого ковзання профілів зубів.

23. Пояснити необхідність змащування зубчастої передачі.

24. Розповісти, як будується блокуючий контур для зубчастої передачі?

До захисту четвертого листа проекту

1. Наведіть класифікацію кулачкових механізмів.

2. Назвіть ланки кулачкового механізму та вкажіть переваги та недоліки цих механізмів.

3. Визначіть ступінь рухомості кулачкового механізму та проаналізуйте отриманий результат.

4. Проведіть заміну вищої кінематичної пари та побудуйте замінуючий важильний механізм.

5. Сформулюйте мету кінематичного аналізу кулачкового механізму, та викладіть послідовність його виконання.

6. Сформулюйте метод кінематичного та динамічного синтезу кулачкового механізму та розкажіть про послідовність їх виконання.

7. Розкажіть про умови вибору закону зміни аналога прискорення при проектуванні кулачкового механізму.

8. Поясніть причини виникнення м'якого та жорсткого ударів (що називають ударом, яка сила є причиною виникнення удару, вкажіть на схемі меха-

нізму місце, де виникає удар).

9. Які існують способи замикання вищої кінематичної пари в кулачковому механізмі та чим викликається її розімкнення?

10. Розкажіть, в якій послідовності виконується інтегрування графіка аналога прискорень та як визначають масштаби по осях ординат та абсцис?

11. Що називають кутом тиску та кутом передачі руху, як вони зв'язані між собою, вкажіть їх на схемі кулачкового механізму?

ДОДАТОК

Коефіцієнти x_1 та x_2 для нерівноміщеного зовнішнього зачеплення при $2 \geq i_2 \geq 1$

Таблиця 1

z ₁ \ z ₂	11		12		13		14		15		16		17	
	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂
11	0,395	0,395												
12	0,432	0,372	0,444	0,444										
13	0,464	0,354	0,479	0,423	0,486	0,486								
14	0,490	0,341	0,515	0,400	0,524	0,462	0,525	0,425						
15	0,513	0,330	0,543	0,386	0,557	0,443	0,565	0,506	0,571	0,571				
16	0,534	0,322	0,566	0,376	0,588	0,426	0,600	0,485	0,609	0,547				
17	0,551	0,317	0,589	0,365	0,614	0,414	0,631	0,468	0,644	0,526	0,644	0,586	0,646	0,646
18	0,568	0,312	0,609	0,358	0,636	0,405	0,661	0,452	0,677	0,508	0,678	0,566	0,683	0,624
19	0,584	0,308	0,626	0,353	0,659	0,394	0,686	0,441	0,706	0,492	0,716	0,542	0,720	0,601
20	0,601	0,303	0,646	0,345	0,676	0,389	0,706	0,433	0,731	0,481	0,744	0,528	0,756	0,580
21	0,617	0,299	0,663	0,341	0,694	0,384	0,726	0,426	0,754	0,472	0,766	0,519	0,781	0,568
22	0,630	0,297	0,679	0,337	0,714	0,376	0,745	0,419	0,775	0,463	0,793	0,507	0,809	0,554
23			0,693	0,334	0,730	0,372	0,763	0,414	0,792	0,458	0,815	0,497	0,833	0,543
24			0,706	0,333	0,745	0,369	0,780	0,409	0,813	0,449	0,834	0,491	0,856	0,534
25					0,758	0,368	0,796	0,405	0,830	0,445	0,854	0,483	0,878	0,525
26					0,773	0,365	0,813	0,400	0,848		0,869	0,480	0,898	0,517
27							0,826	0,399	0,862	0,438	0,892	0,470	0,916	0,511
28							0,840	0,397	0,881	0,431	0,907	0,467	0,936	0,504
29									0,894	0,430	0,921	0,465	0,952	0,500
30									0,908	0,428	0,936	0,462	0,968	0,496
31											0,951	0,459	0,981	0,495
32											0,967	0,455	0,999	0,490
33													1,014	0,487
34													1,030	0,483
z ₁ \ z ₂	18		19		20		21		22		23		24	
	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂	x ₁	x ₂
18	0,684	0,684												
19	0,723	0,658	0,720	0,720										
20	0,756	0,639	0,756	0,899	0,755	0,755								
21	0,792	0,617	0,793	0,676	0,793	0,731	0,782	0,782						
22	0,814	0,609	0,830	0,652	0,831	0,707	0,821	0,758	0,812	0,812				
23	0,849	0,588	0,860	0,636	0,866	0,686	0,861	0,732	0,850	0,787	0,839	0,839		
24	0,871	0,579	0,888	0,622	0,893	0,673	0,892	0,715	0,884	0,761	0,872	0,820	0,865	0,865
25	0,898	0,566	0,915	0,609	0,926	0,654	0,925	0,696	0,924	0,742	0,913	0,793	0,898	0,845
26	0,916	0,561	0,937	0,601	0,948	0,645	0,951	0,683	0,950	0,729	0,946	0,774	0,934	0,822
27	0,937	0,552	0,959	0,592	0,976	0,632	0,976	0,672	0,984	0,708	0,979	0,755	0,966	0,804
28	0,958	0,543	0,980	0,583	0,997	0,624	1,000	0,662	1,007	0,700	1,010	0,737	1,000	0,784
29	0,976	0,537	0,997	0,578	1,018	0,615	1,023	0,651	1,031	0,689	1,038	0,723	1,033	0,764
30	0,994	0,532	1,017	0,571	1,038	0,608	1,045	0,641	1,051	0,618	1,055	0,718	1,060	0,750
31	1,011	0,528	1,038	0,562	1,056	0,602	1,065	0,634	1,075	0,669	1,084	0,701	1,081	0,741
32	1,026	0,525	1,054	0,559	1,076	0,594	1,082	0,629	1,094	0,662	1,101	0,696	1,105	0,720
33	1,041	0,522	1,071	0,554	1,093	0,589	1,102	0,622	1,114	0,655	1,121	0,689	1,127	0,729
34	1,059	0,516	1,088	0,550	1,110	0,584	1,122	0,614	1,131	0,650	1,145	0,678	1,149	0,719
35	1,072	0,515	1,102	0,547	1,127	0,580	1,140	0,608	1,154	0,639	1,163	0,672	1,170	0,702
36	1,088	0,511	1,117	0,545	1,141	0,578	1,157	0,603	1,172	0,634	1,180	0,667	1,188	0,696
37			1,131	0,542	1,159	0,573	1,172	0,601	1,187	0,631	1,200	0,659	1,206	0,690
38			1,145	0,540	1,173	0,570	1,186	0,599	1,204	0,626	1,218	0,653	1,223	0,685
39					1,187	0,568	1,201	0,595	1,222	0,622	1,232	0,651	1,241	0,680
40					1,201	0,567	1,218	0,591	1,233	0,621	1,249	0,647	1,260	0,673
41							1,231	0,589	1,250	0,616	1,265	0,643	1,276	0,669
42							1,247	0,586	1,266	0,612	1,279	0,640	1,291	0,665

Коефіцієнти x_2 для нерівнозміщеного зовнішнього зачеплення при $5 \geq i_{12} \geq 2$

Таблиця 2

$Z_1 \backslash Z_2$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
25	0,442	0,425									
30	0,501	0,486	0,471	0,463							
35	0,556	0,542	0,528	0,522	0,518	0,512	0,505				
40	0,610	0,596	0,582	0,577	0,575	0,569	0,564	0,560	0,553		
45	0,661	0,648	0,635	0,632	0,628	0,624	0,620	0,616	0,611	0,606	0,566
50	0,709	0,696	0,685	0,684	0,682	0,677	0,674	0,671	0,667	0,662	0,623
55	0,754	0,745	0,734	0,732	0,731	0,728	0,727	0,722	0,720	0,716	0,677
60		0,789	0,782	0,780	0,779	0,778	0,777	0,773	0,772	0,769	0,729
65			0,822	0,825	0,826	0,827	0,825	0,823	0,821	0,820	0,778
70				0,866	0,870	0,872	0,874	0,871	0,869	0,868	0,828
75					0,909	0,914	0,917	0,920	0,919	0,916	0,876
80						0,954	0,957	0,961	0,962	0,965	0,924
85							0,998	1,001	1,003	1,008	0,964
90								1,042	1,046	1,048	1,005
95									1,086	1,088	1,045
100										1,129	1,087
105											1,131

Коефіцієнти $x = x_1 = x_2 > 0$ для рівнозміщеного зовнішнього зачеплення з вирівняними коефіцієнтами відносного ковзання

Таблиця 3

$Z_1 \backslash Z_2$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
18						0,060	0,032	0,000				
19					0,124	0,094	0,060	0,030	0,000			
20				0,182	0,159	0,120	0,086	0,056	0,027	0,000		
21			0,241	0,220	0,181	0,144	0,110	0,080	0,052	0,025	0,000	
22		0,300	0,283	0,239	0,201	0,165	0,131	0,101	0,073	0,047	0,023	0,000
23	0,358	0,343	0,299	0,256	0,219	0,183	0,149	0,119	0,092	0,067	0,043	0,021
24	0,400	0,350	0,313	0,271	0,235	0,199	0,165	0,136	0,109	0,085	0,062	0,041
25	0,400	0,350	0,326	0,285	0,248	0,213	0,180	0,151	0,125	0,101	0,079	0,058
26	0,400	0,350	0,337	0,297	0,260	0,226	0,191	0,168	0,138	0,115	0,094	0,073
27	0,400	0,350	0,347	0,308	0,271	0,238	0,205	0,178	0,152	0,128	0,107	0,087
28	0,400	0,350	0,356	0,318	0,281	0,249	0,216	0,189	0,163	0,140	0,119	0,100
29	0,400	0,350	0,364	0,327	0,291	0,258	0,226	0,199	0,173	0,150	0,130	0,111
30	0,400	0,350	0,372	0,335	0,300	0,266	0,235	0,208	0,183	0,160	0,140	0,122
31	0,400	0,350	0,379	0,343	0,308	0,274	0,243	0,216	0,192	0,170	0,150	0,132
32	0,400	0,350	0,385	0,350	0,315	0,282	0,251	0,224	0,200	0,178	0,159	0,141
34	0,400	0,350	0,390	0,363	0,329	0,296	0,265	0,238	0,215	0,194	0,175	0,158
36	0,400	0,350	0,390	0,375	0,341	0,309	0,279	0,253	0,230	0,210	0,191	0,174
38	0,400	0,350	0,390	0,385	0,353	0,322	0,293	0,266	0,246	0,226	0,207	0,190
40	0,400	0,350	0,390	0,395	0,363	0,333	0,306	0,282	0,260	0,240	0,222	0,225
44	0,400	0,350	0,390	0,409	0,378	0,350	0,325	0,301	0,280	0,260	0,242	0,225
48	0,400	0,350	0,390	0,422	0,392	0,366	0,341	0,319	0,297	0,277	0,260	0,243
52	0,400	0,350	0,390	0,430	0,404	0,378	0,354	0,332	0,312	0,292	0,275	0,252
56	0,400	0,350	0,390	0,430	0,414	0,399	0,364	0,343	0,324	0,305	0,287	0,271
60	0,400	0,350	0,390	0,430	0,423	0,397	0,374	0,353	0,334	0,316	0,299	0,283
66	0,400	0,350	0,390	0,430	0,435	0,409	0,388	0,366	0,349	0,331	0,315	0,300
72	0,400	0,350	0,390	0,430	0,445	0,421	0,398	0,378	0,361	0,344	0,328	0,313
78	0,400	0,350	0,390	0,430	0,454	0,430	0,407	0,387	0,370	0,353	0,336	0,320
84	0,400	0,350	0,390	0,430	0,459	0,436	0,414	0,394	0,376	0,360	0,344	0,328

Таблиця 4

Градуси	Порядок	0'	5'	10'	15'	20'	25'
1	0,000	00177	00225	00281	00346	00420	00504
2	0,000	01318	01603	01804	02020	02253	02503
3	0,000	04790	05201	05634	06091	06573	07078
4	0,000	11364	12090	12847	13634	14453	15305
5	0,000	22220	23352	24522	25731	26978	28266
6	0,000	03845	04008	04175	04347	04524	04706
7	0,000	06115	06337	06564	06797	07035	07279
8	0,000	09145	09435	09732	10034	10343	10659
9	0,000	13048	13416	13792	14174	14563	14960
10	0,000	17941	18397	18860	19332	19812	20299
11	0,000	23941	24495	25057	25628	26208	26797
12	0,000	31171	31832	32504	33185	33875	34555
13	0,000	39754	40534	41325	42126	42938	43760
14	0,000	49819	50729	51650	52582	53526	54482
15	0,000	61488	62548	63611	64686	65773	66873
16	0,000	07493	07613	07735	07857	07982	08107
17	0,000	09025	09161	09299	09439	09580	09722
18	0,000	10760	10915	11071	11228	11387	11547
19	0,000	12715	12888	13063	13240	13418	13598
20	0,000	14904	15098	15293	15490	15689	15890
21	0,000	17345	17560	17777	17996	18217	18440
22	0,000	20054	20292	20533	20775	21019	21266
23	0,000	23044	23312	23577	23845	24114	24386
24	0,000	26350	26639	26931	27225	27521	27820
25	0,000	29975	30293	30613	30935	31260	31587
26	0,000	33947	34294	34644	34997	35352	35709
27	0,000	38287	38666	39047	39432	39819	40209
28	0,000	43017	43430	43845	44264	44685	45110
29	0,000	48164	48612	49064	49518	49976	50437
30	0,000	53751	54238	54728	55221	55711	56217
31	0,000	58809	60335	60856	61400	61937	62478
32	0,000	66364	66934	67507	68084	68665	69250
33	0,000	73449	74064	74684	75307	75934	76565
34	0,000	81097	81760	82422	83100	83777	84457
35	0,000	89342	90058	90777	91502	92230	92963
36	0,000	09822	09899	09977	10055	10133	10212
37	0,000	10778	10861	10944	11028	11113	11197
38	0,000	11806	11895	11985	12075	12165	12257
39	0,000	12911	13006	13102	13199	13297	13395
40	0,000	14097	14200	14303	14407	14511	14616
41	0,000	15370	15480	15591	15703	15815	15928
42	0,000	16737	16855	16974	17093	17214	17335
43	0,000	18202	18329	18457	18585	18714	18844
44	0,000	19774	19910	20047	20185	20323	20463
45	0,000	21460	21606	21753	21900	22049	22198
46	0,000	23268	23424	23582	23740	23899	24059
47	0,000	25206	25374	25543	25713	25883	26055
48	0,000	27285	27465	27646	27828	28012	28196
49	0,000	29516	29709	29903	30098	30295	30492
50	0,000	31909	32116	32324	32534	32745	32957
51	0,000	34478	34700	34924	35149	35376	35604
52	0,000	37237	37476	37716	37958	38202	38446
53	0,000	40202	40459	40717	40977	41239	41502

Приклади користування таблицею. 1. Знайти inv кута $\alpha = 14^\circ 30'$, $\text{inv } \alpha = 0,0055448$.
 2. Знайти inv кута $\alpha = 22^\circ 18' 25''$. З таблиці знаходимо $\text{inv } 22^\circ 15' = 0,020775$, таблицна
 звідки $\text{inv } 22^\circ 18' 25'' = 0,020775 + 0,000171 = 0,20946$.

$\text{inv } \alpha = 9$

30'	35'	40'	45'	50'	55'	Порядок	Градуси
00598	00704	00821	00950	01092	01248	0,000	1
02771	03058	03364	03689	04035	04402	0,000	2
07610	08167	08751	09362	10000	10668	0,000	3
16189	17107	18059	19045	20067	21125	0,000	4
29594	30963	32394	33827	35324	36864	0,000	5
04892	05083	05280	05481	05687	05898	0,00	6
07528	07783	08044	08310	08582	08861	0,00	7
10980	11308	11643	11984	12332	12687	0,00	8
15363	15774	16193	16618	17051	17492	0,00	9
20795	21299	21810	22330	22859	23396	0,00	10
27394	28001	28016	29241	29875	30518	0,00	11
35285	36005	36735	37474	38224	38984	0,00	12
44593	45437	46291	47157	48033	48921	0,00	13
55448	56427	57417	58420	59434	60460	0,00	14
67985	69110	70248	71398	72561	73738	0,00	15
08234	08362	08492	08623	08756	08889	0,0	16
09866	10012	10158	10307	10456	10608	0,0	17
11709	11873	12038	12205	12373	12543	0,0	18
13779	13963	14148	14334	14523	14713	0,0	19
16092	16296	16502	16710	16920	17132	0,0	20
18665	18891	19120	19350	19583	19817	0,0	21
21514	21765	22018	22272	22529	22788	0,0	22
24660	24936	25214	25495	25778	26062	0,0	23
28121	28424	28729	29037	29348	29660	0,0	24
31917	32249	32583	32920	33260	33602	0,0	25
36069	36432	36798	37166	37537	37910	0,0	26
40602	40397	41395	41797	42201	42607	0,0	27
45537	45967	46400	46837	47276	47718	0,0	28
50901	51363	51838	52312	52788	53268	0,0	29
56720	57226	57736	58249	58765	59285	0,0	30
63022	63570	64122	64677	65236	65798	0,0	31
69838	70430	71026	71626	72230	72838	0,0	32
77200	77839	78483	79130	79781	80437	0,0	33
85142	85832	86525	87223	87925	88631	0,0	34
63701	94443	95190	95942	96698	97459	0,0	35
10292	10371	10452	10533	10614	10696	0	36
11283	11369	11455	11542	11630	11718	0	37
12348	12441	12534	12627	12721	12815	0	38
13493	13592	13692	13792	13893	13995	0	39
14722	14829	14936	15043	15152	15261	0	40
16041	16156	16270	16386	16502	16619	0	41
17457	17579	17702	17826	17951	18076	0	42
18975	19106	19238	19371	19505	19639	0	43
20603	20743	20885	21028	21171	21315	0	44
22348	22499	22651	22804	22958	23112	0	45
24220	24382	24545	24709	24874	25040	0	46
26228	26401	26576	26752	26929	27107	0	47
23381	28567	28755	28943	29133	29324	0	48
30691	30891	31092	31295	31498	31708	0	49
33171	33385	33681	33818	34037	34257	0	50
35833	36063	36295	36529	36763	36999	0	51
38693	38941	39190	39441	39693	39947	0	52
41767	42034	42302	42571	42843	43116	0	53

різниця $0,000244$ на $5'$, додаткова величина inv дорівнює $\frac{0,000244 \cdot 205}{300} = 0,000171$,

*МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ*

*Кафедра технічної механіки
і пакувальної техніки*

КУРСОВИЙ ПРОЕКТ

з теорії механізмів і машин

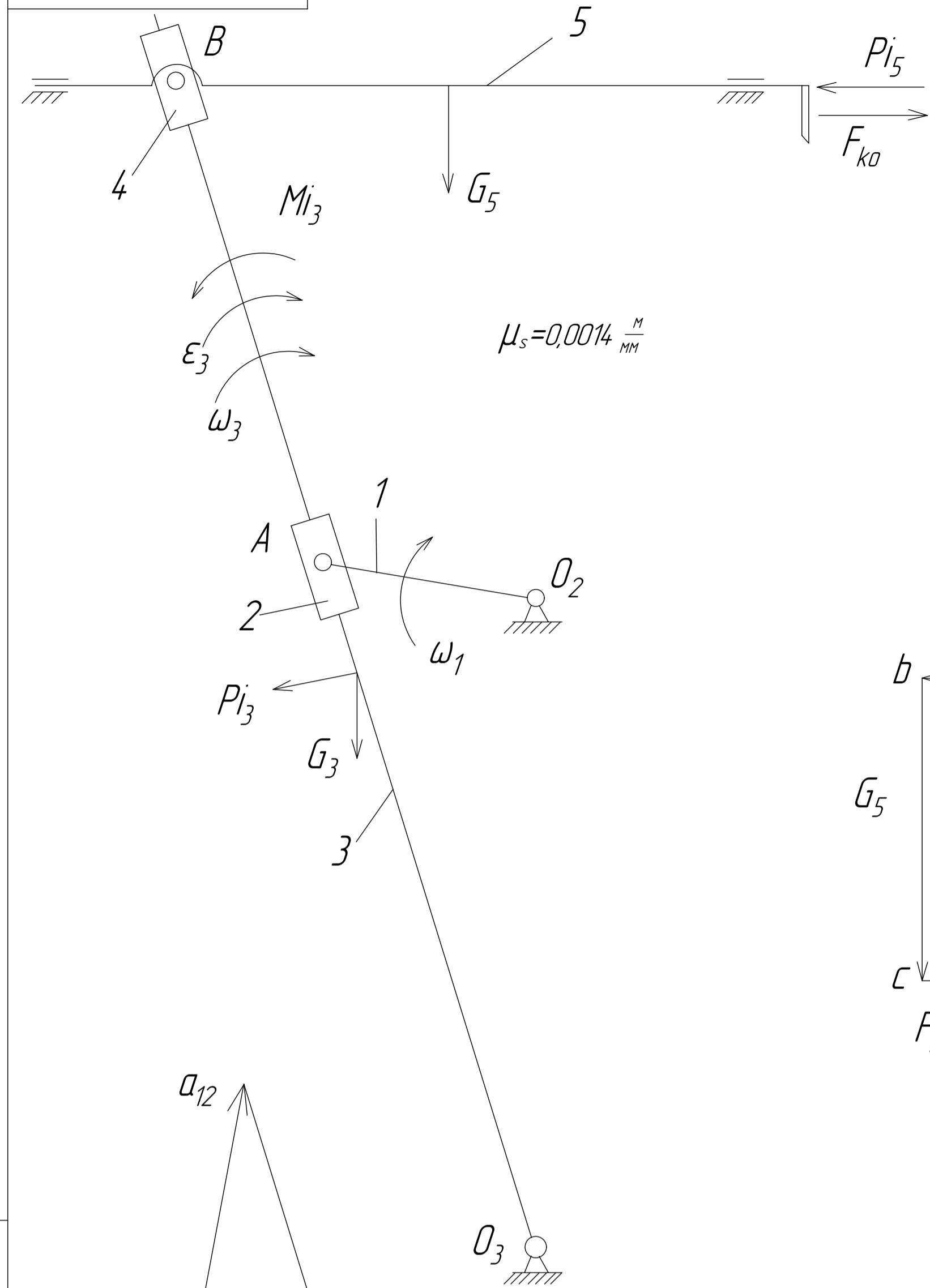
*Виконав
студент гр. М-11-3*

Сидоренко А.

*Перевірів
доцент*

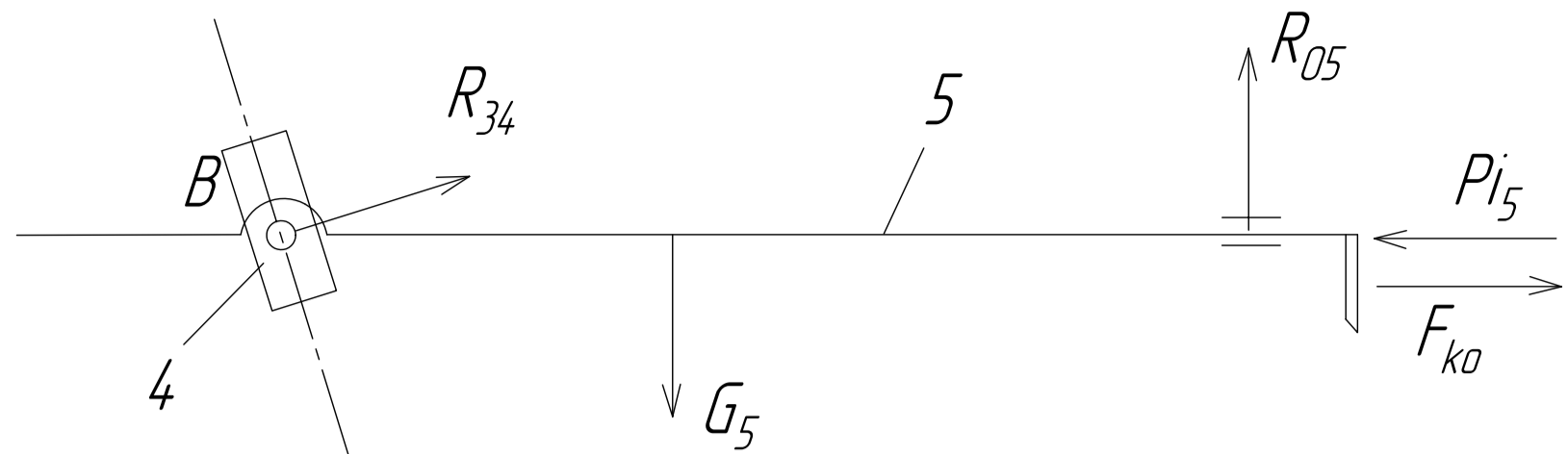
Петренко Б.

Київ 2005



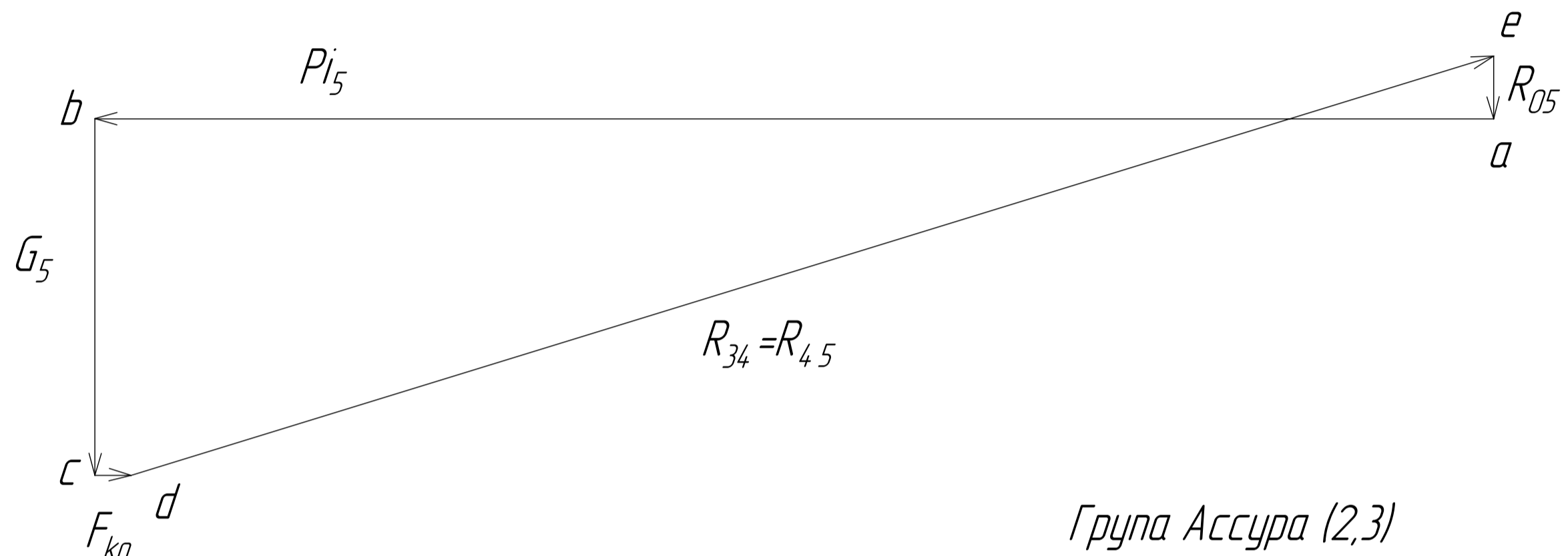
$\mu_s = 0,0014 \frac{H}{mm}$

Група Ассура (4,5)

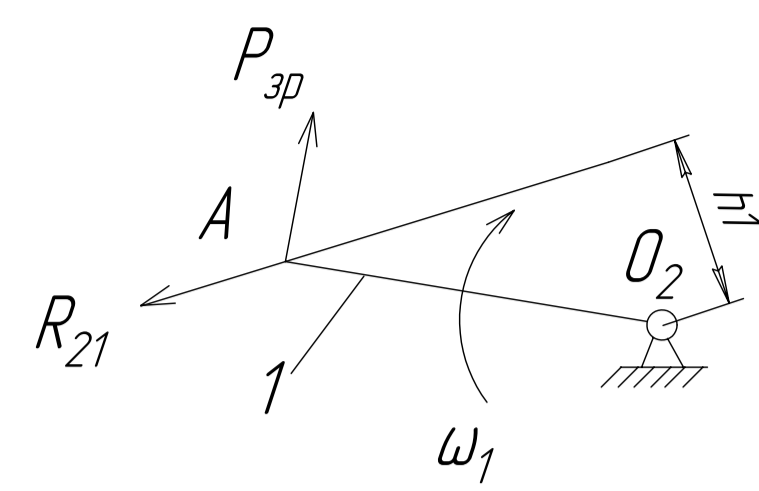


План сил групи (4,5)

$\mu_p = 25 \frac{H}{mm}$

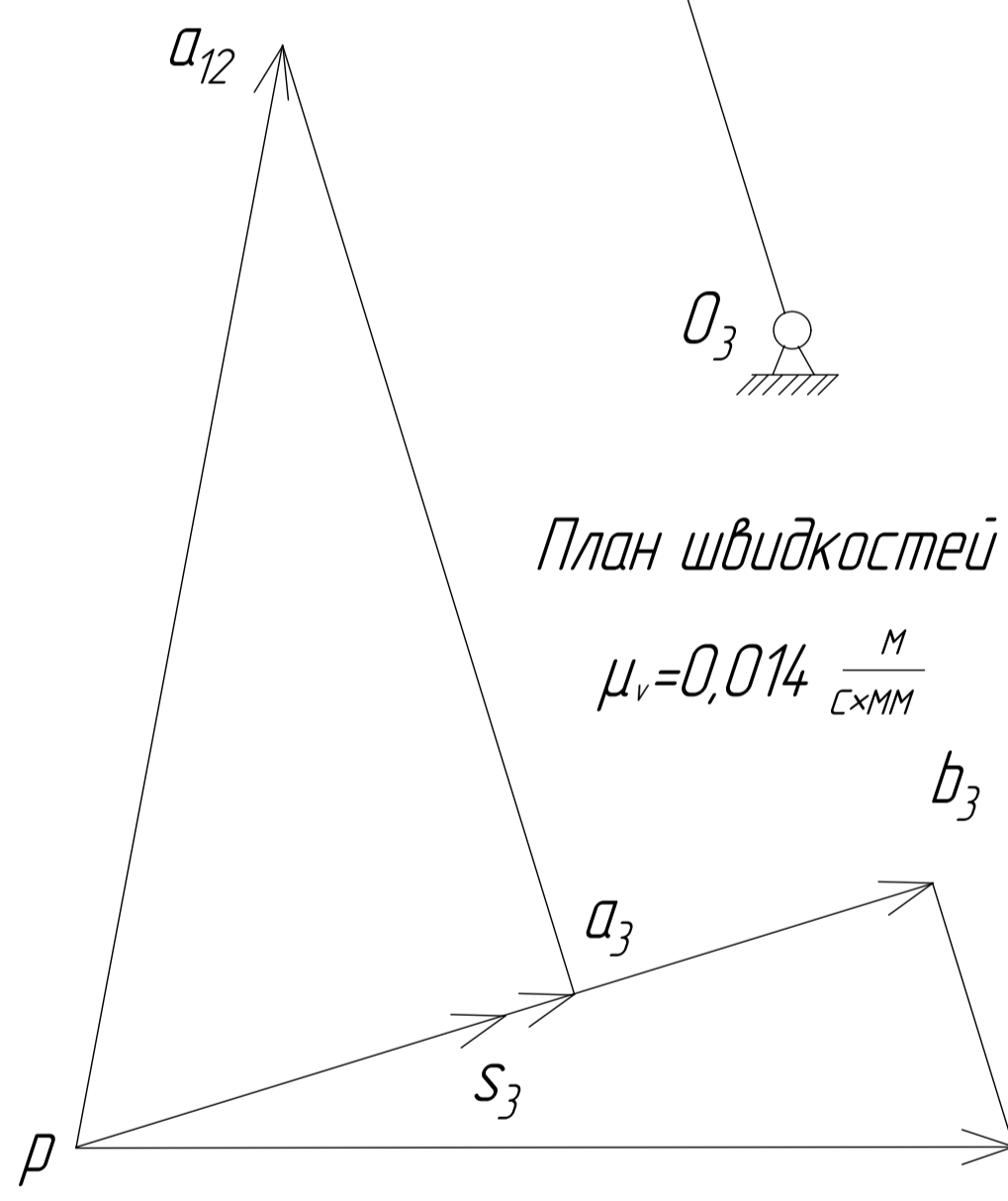
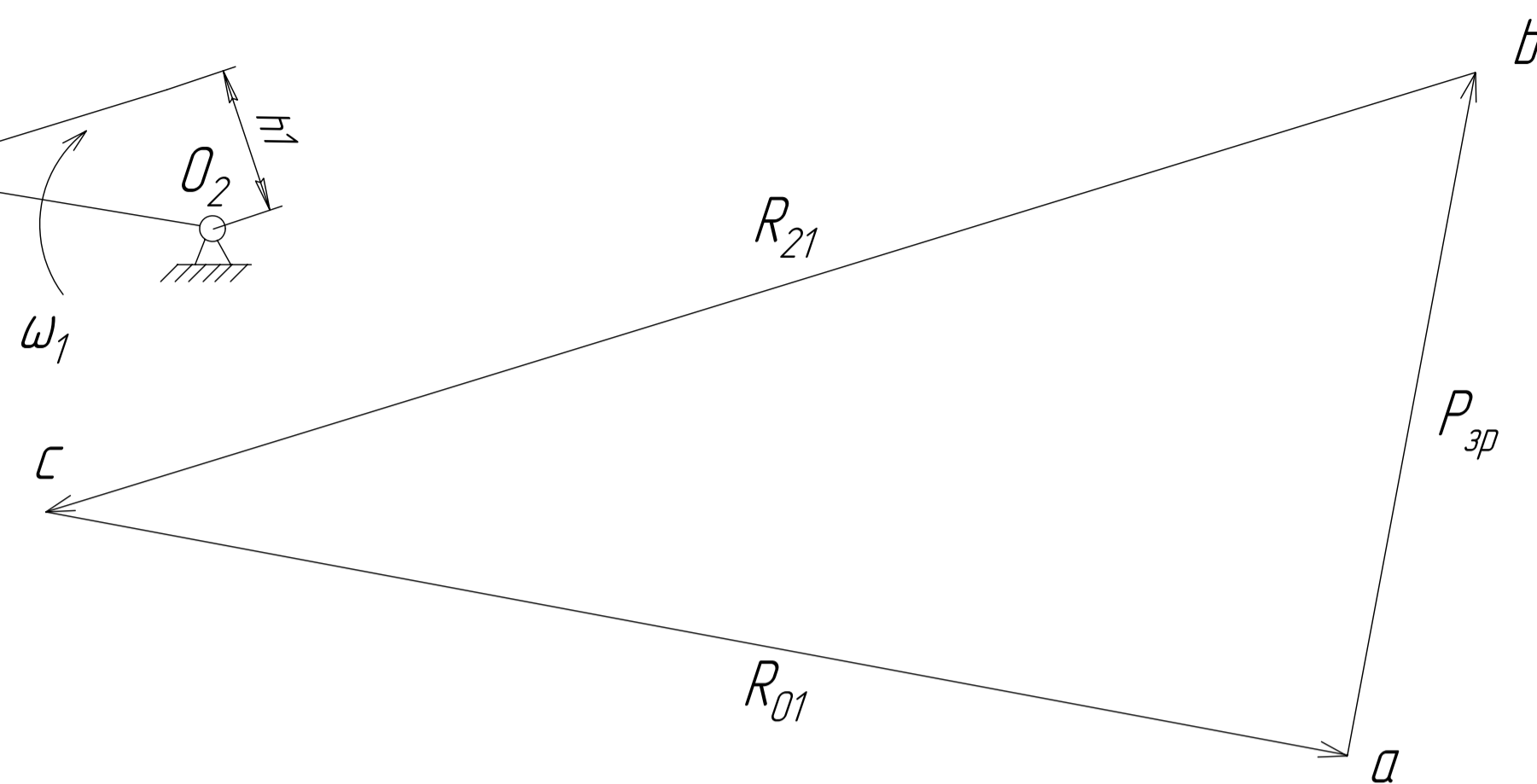


Механізм першого класу



План сил механізму 1-20 класу

$\mu_p = 55 \frac{H}{mm}$

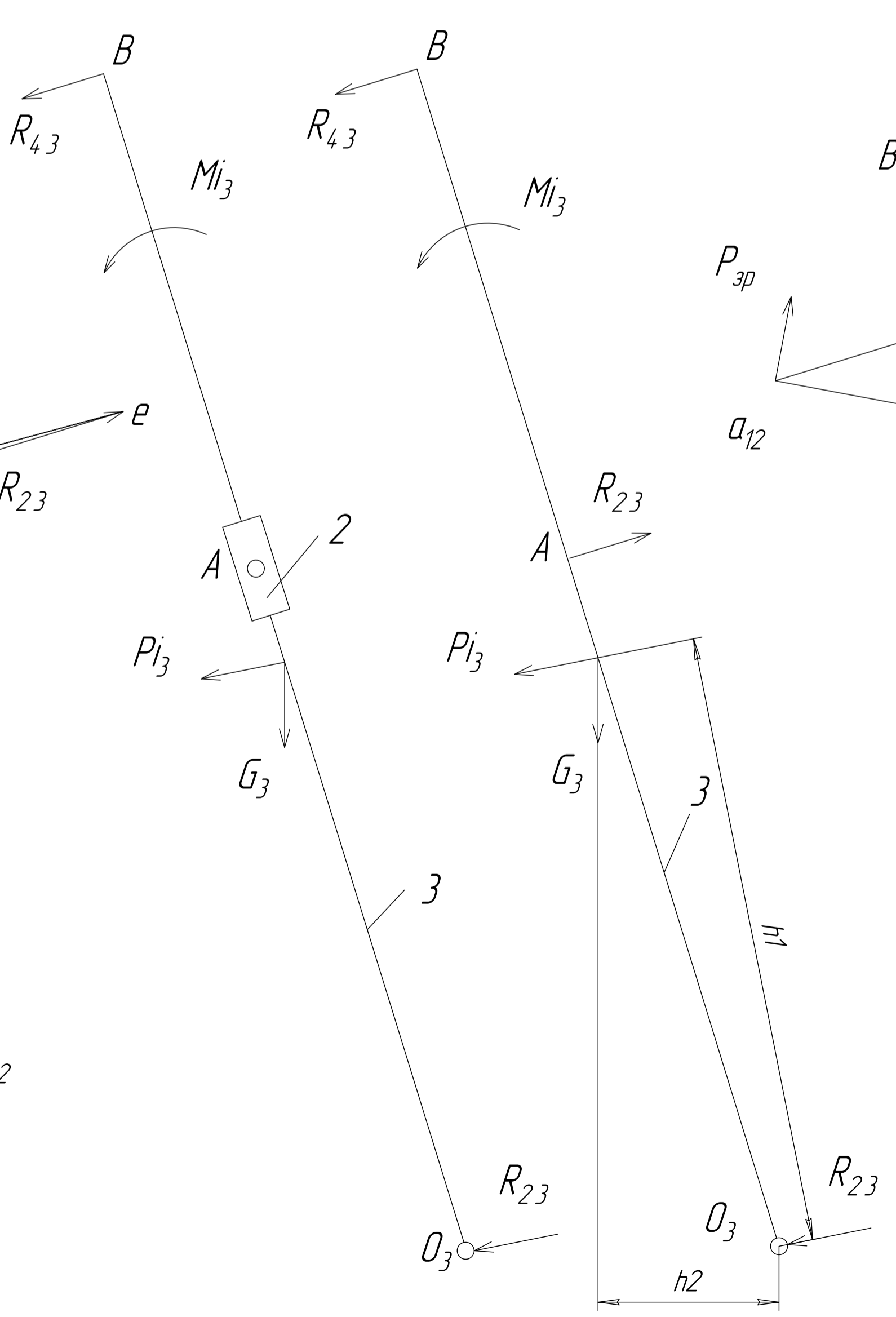


План швидкостей

$\mu_v = 0,014 \frac{m}{s \times mm}$

Група Ассура (2,3)

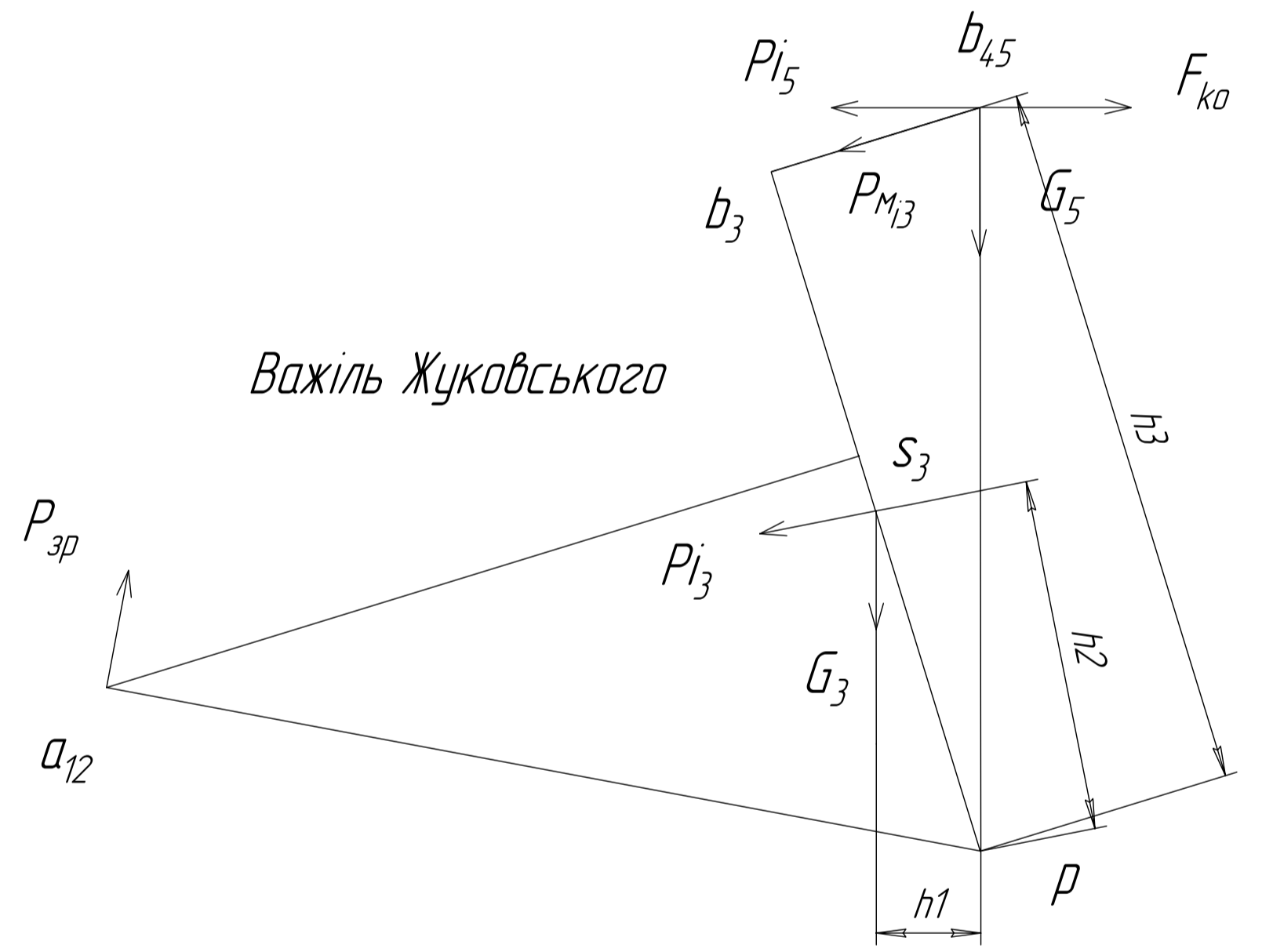
Ланка 3



План сил ланки 3

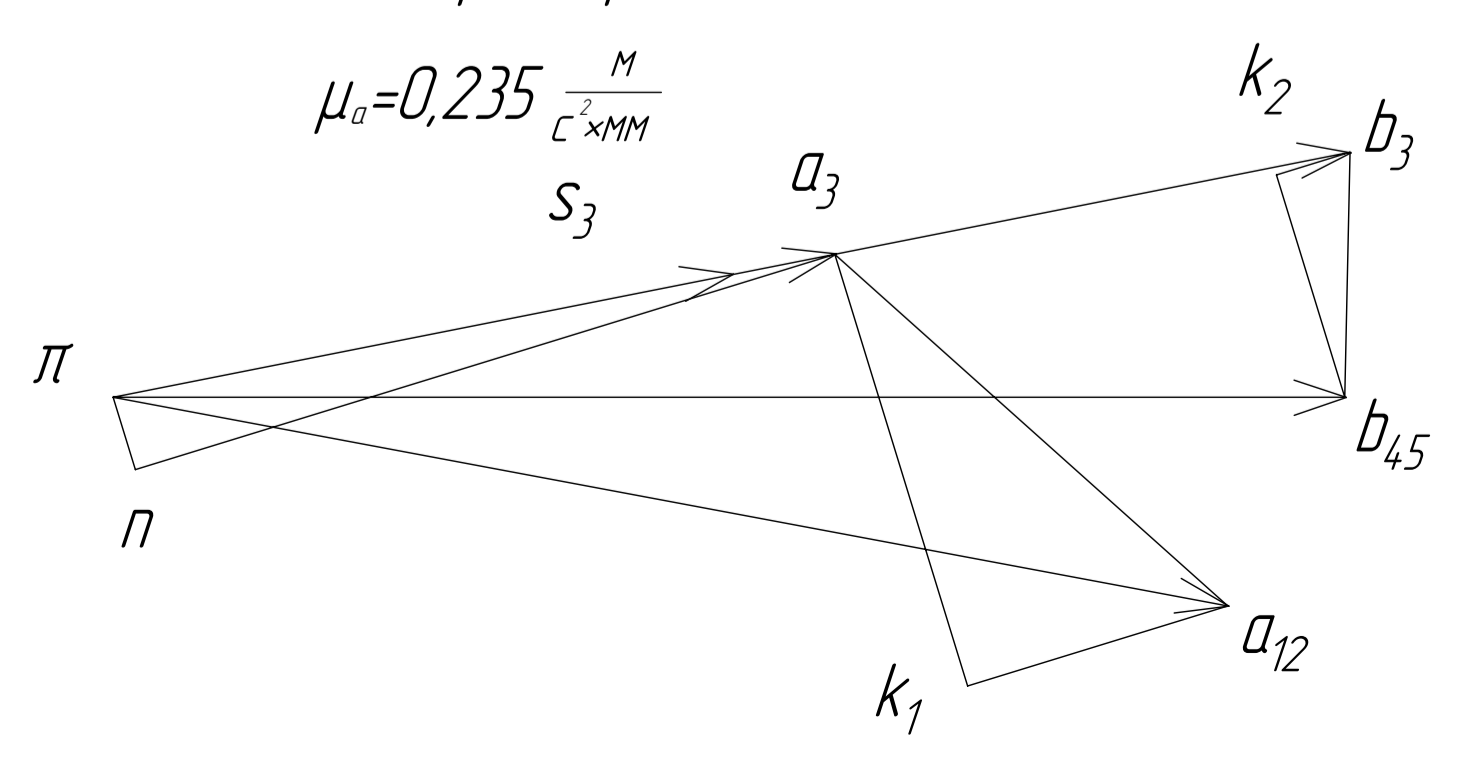
$\mu_p = 40 \frac{H}{mm}$

Важіль Жуковського

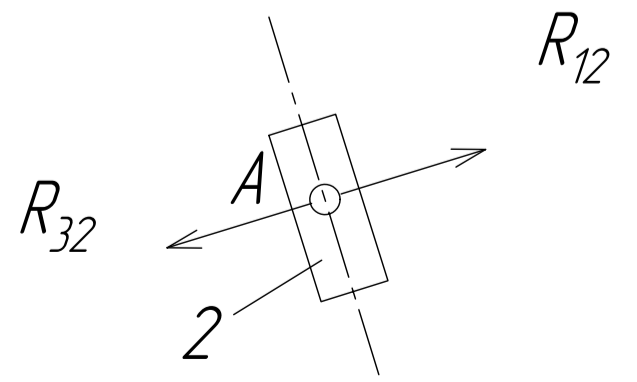


План прискорень

$\mu_a = 0,235 \frac{m}{s^2 \times mm}$

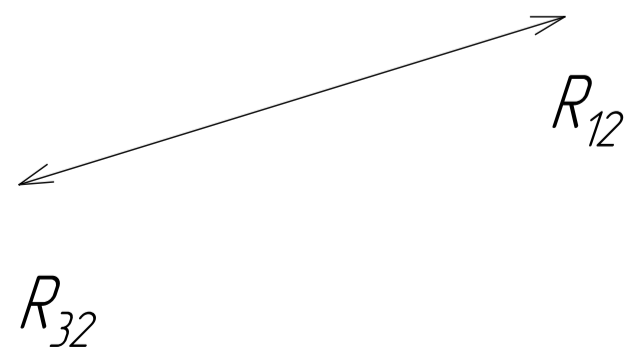


Ланка 2

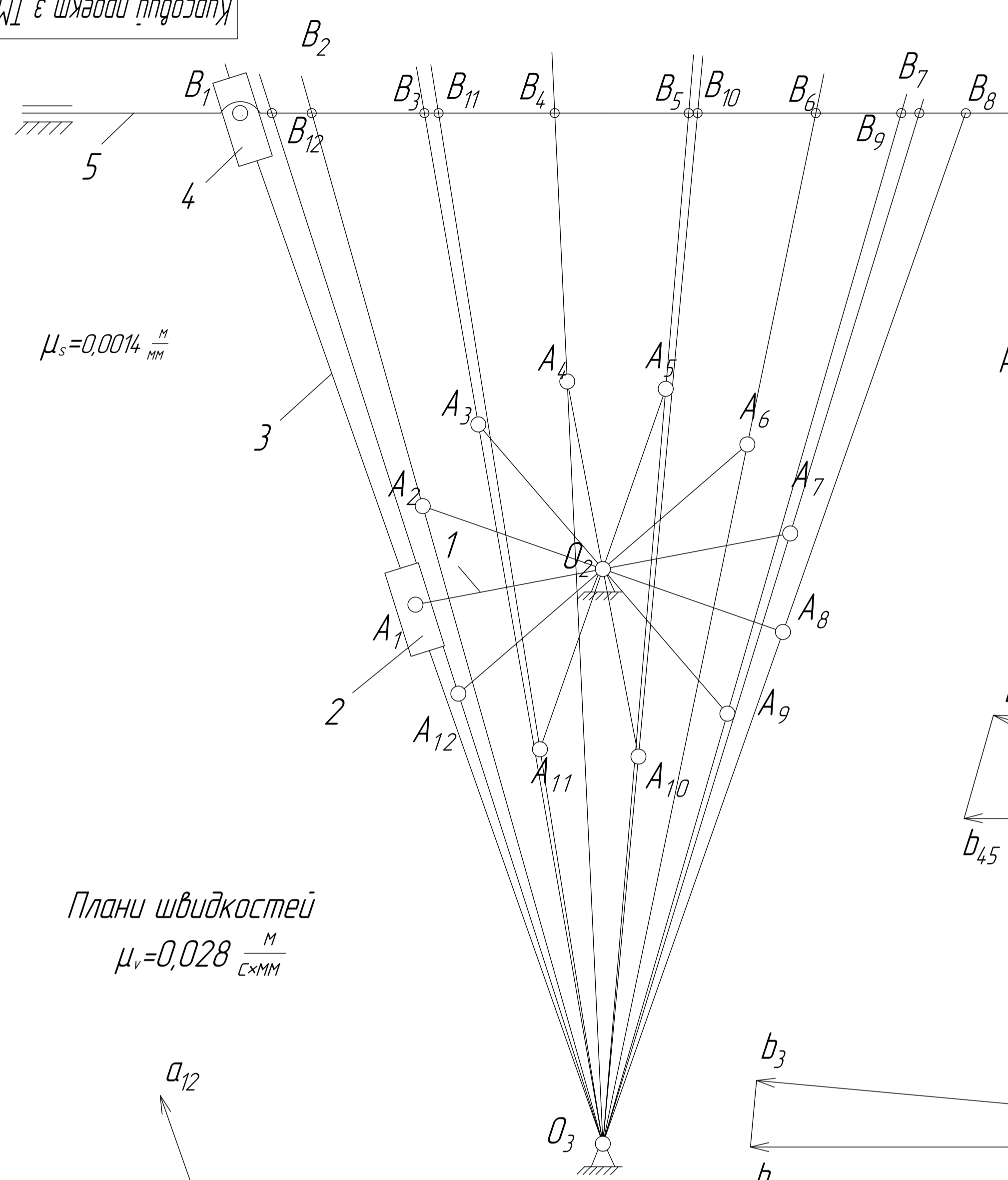


План сил ланки 2

$\mu_p = 10 \frac{H}{mm}$

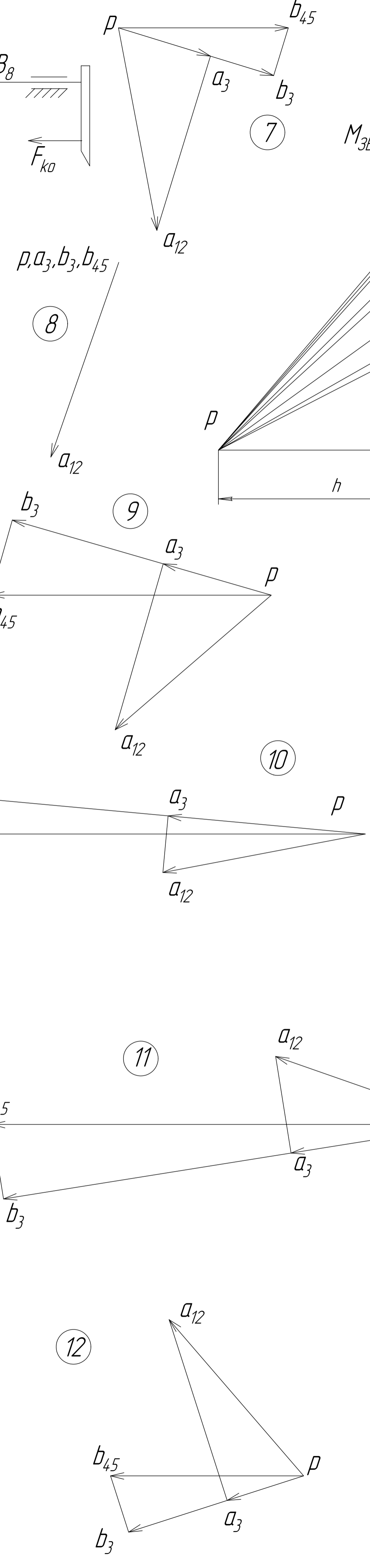
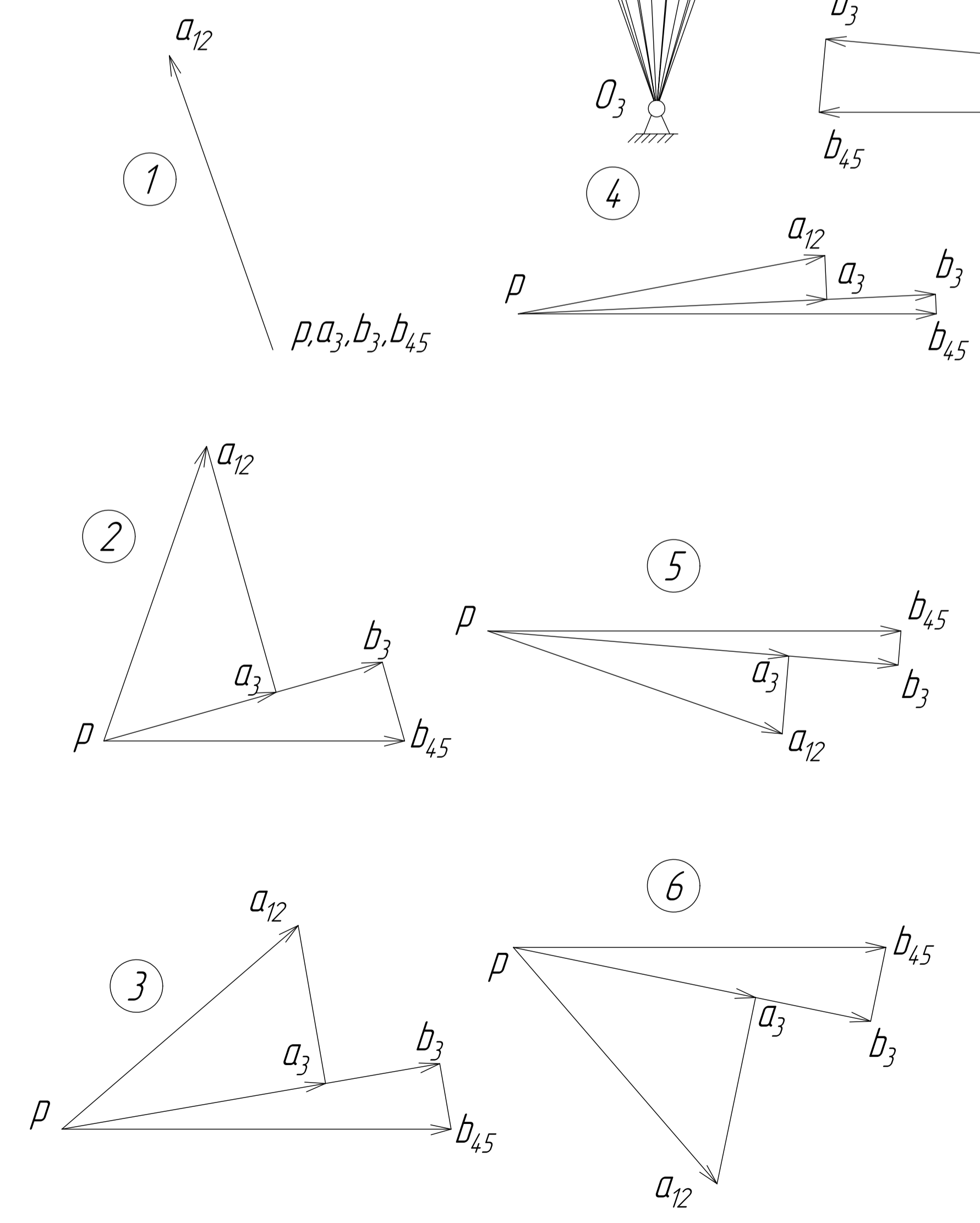


Курсовий проект з ТММ				Силовий розрахунок важільного механізму		
Ім'я	Лист	№ докум	Підп	Дата	Лист	Масштаб
Розроб	Сидоренко А				1	4
Проб	Петренко Б					
Т.контр						
Н.контр						
Чтб						
Копіював				Формат А1		

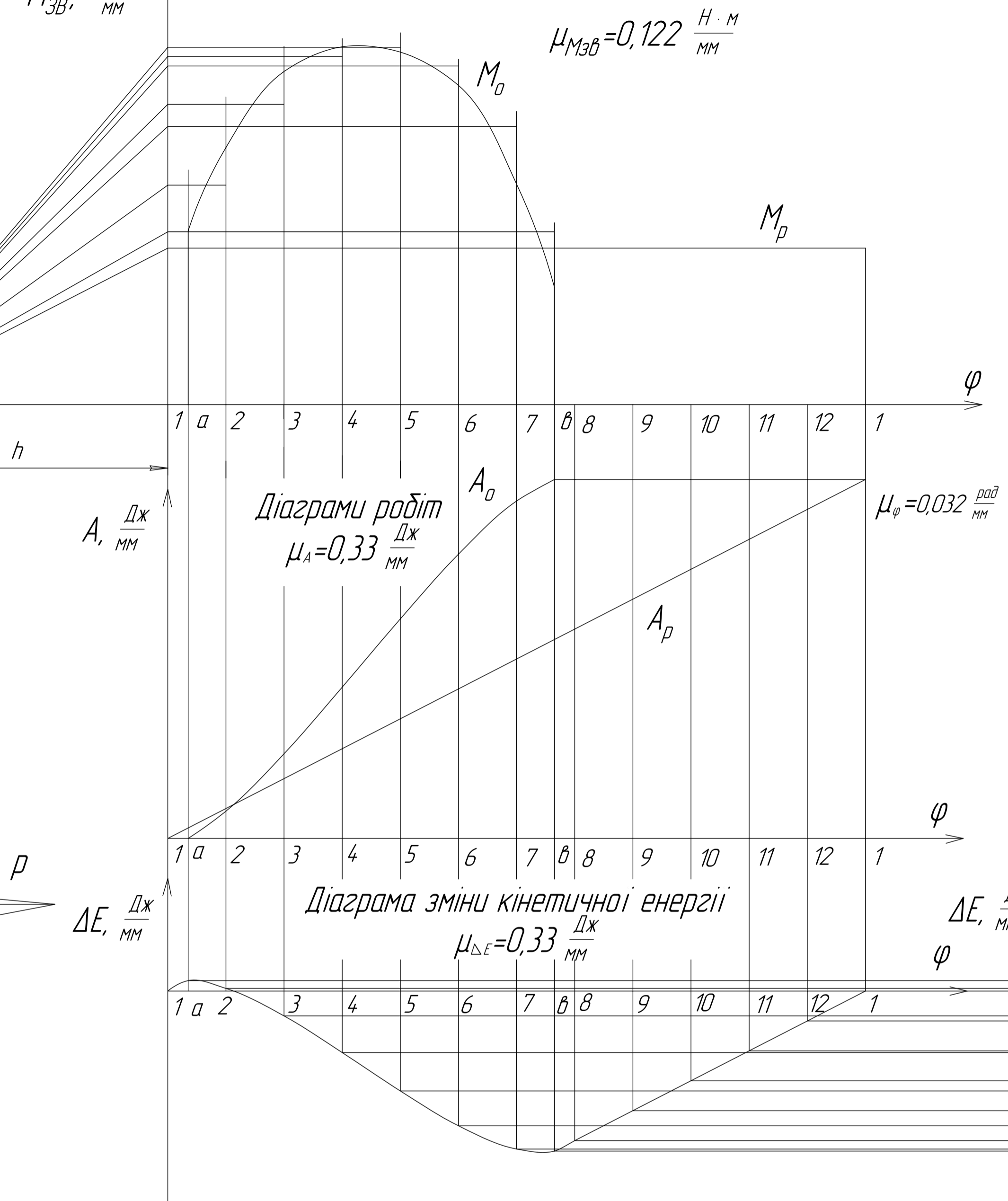


$\mu_s = 0,0014 \frac{м}{мм}$

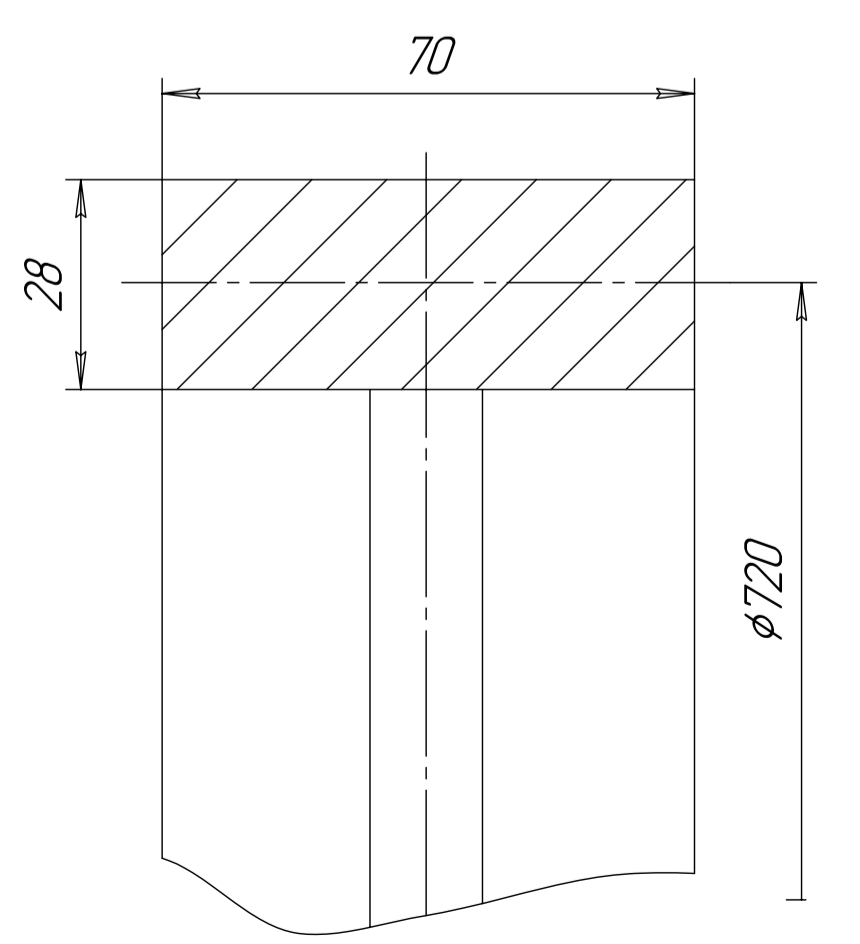
Плани швидкостей
 $\mu_v = 0,028 \frac{м}{с \times мм}$



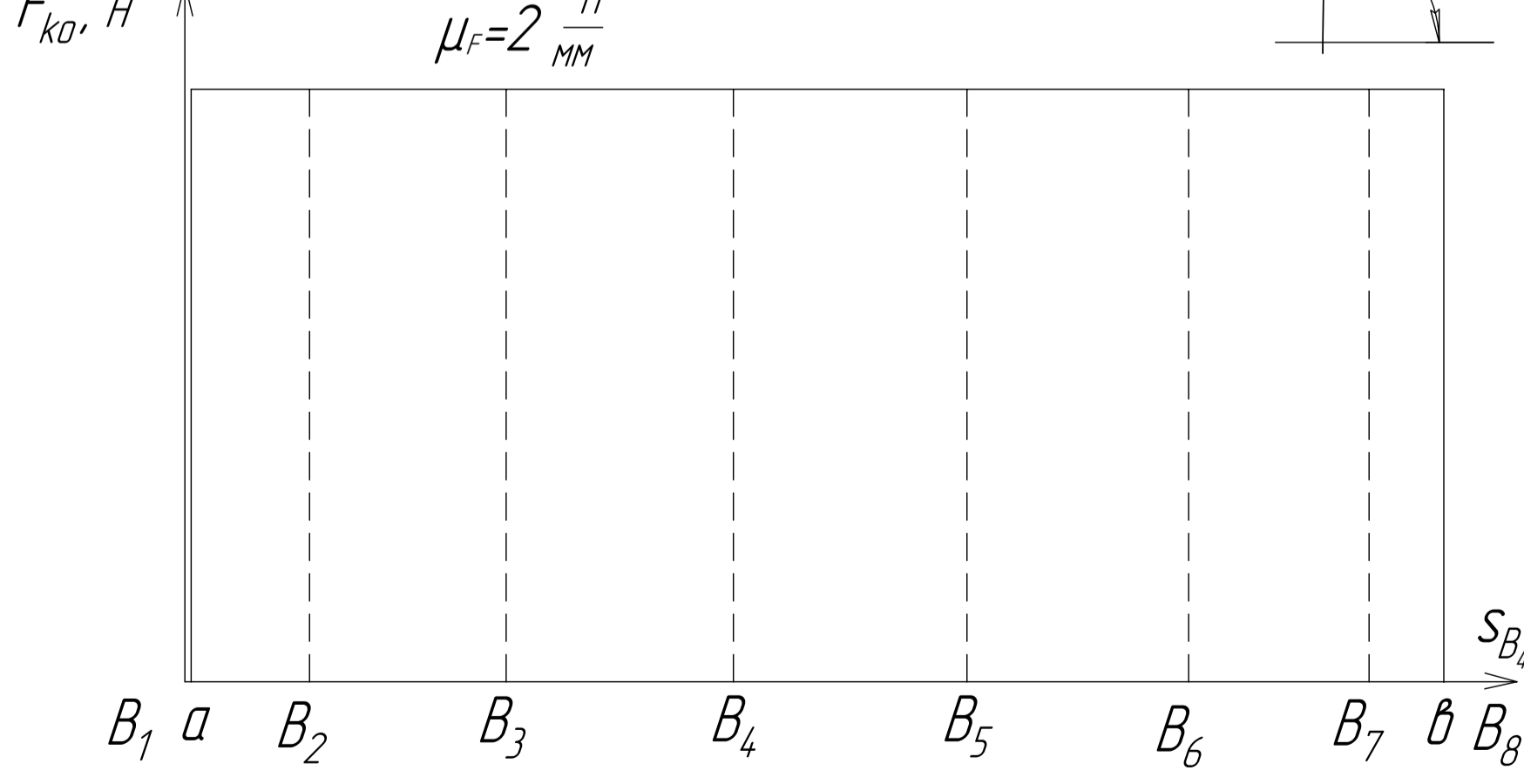
Діаграми зведених моментів сил



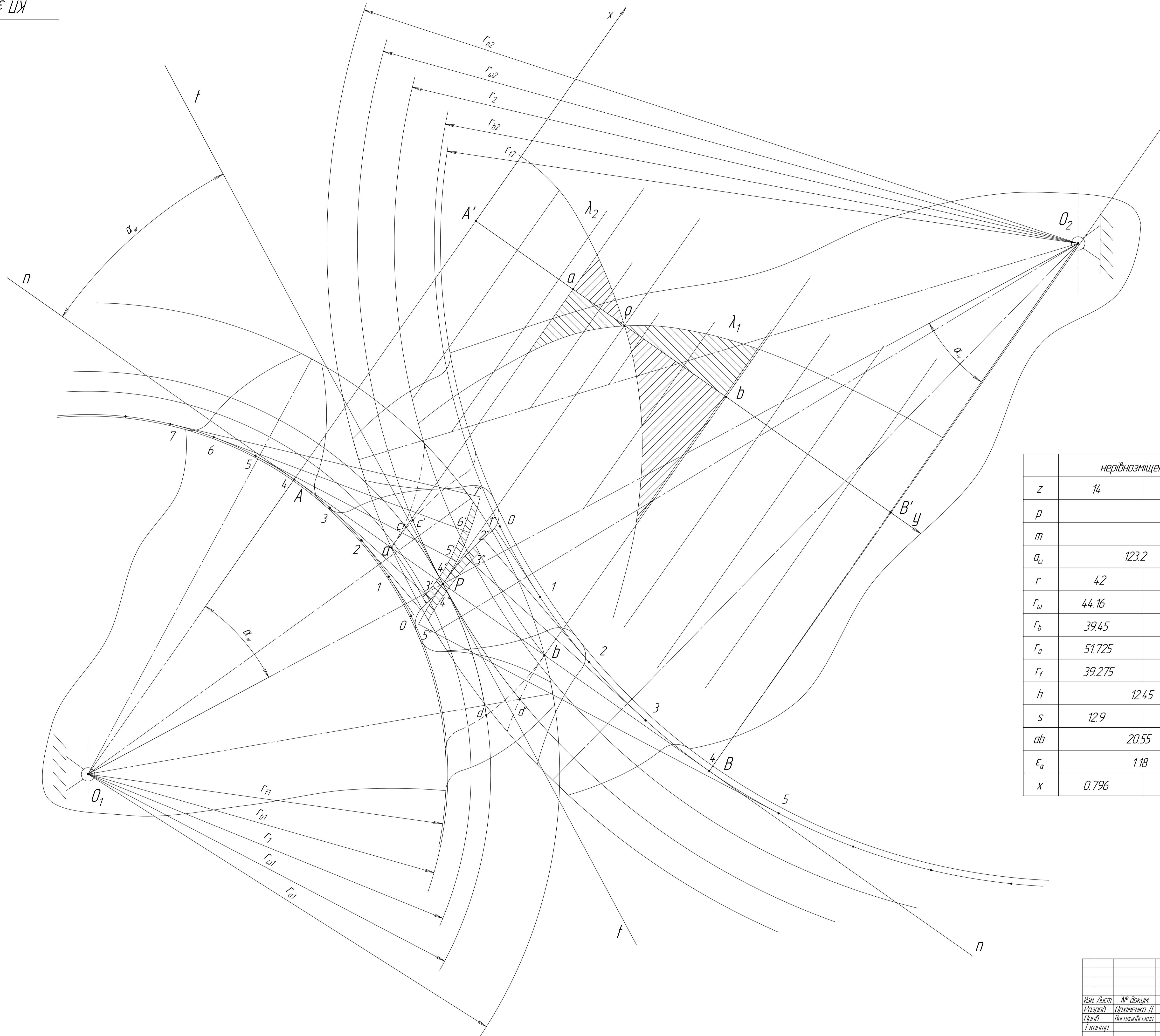
Переріз обода маховика (1:1)



Діаграма сил корисного опору



Курсовий проект з ТММ				Розрахунок параметрів маховика		
Ім'я	Лист	№ докум	Підп	Дата	Лист	Масштаб
Розроб	Сидоренко А				2	4
Проб	Петренко Б					
Т.контр						
Н.контр						
Суб						
НЧХТ						
М-11-3						
Формат А1						



	нерівномірне		нульове	
z	14	25	14	25
p	18.84			
m	6			
a_w	123.2		117	
r	42	75	42	75
r_w	44.16	79.04	44.16	79.04
r_b	39.45	70.475	39.45	70.475
r_a	51.725	82.38	48	81
r_f	39.275	69.93	34.5	67.5
h	12.45		13.5	
s	12.9	11.19	9.42	
ab	20.55		27.25	
ϵ_a	1.18		1.54	
x	0.796	0.405	0	0

Перш. примір.

Сторінка №

Листів у ділянці

Листів у ділянці

Всього листів №

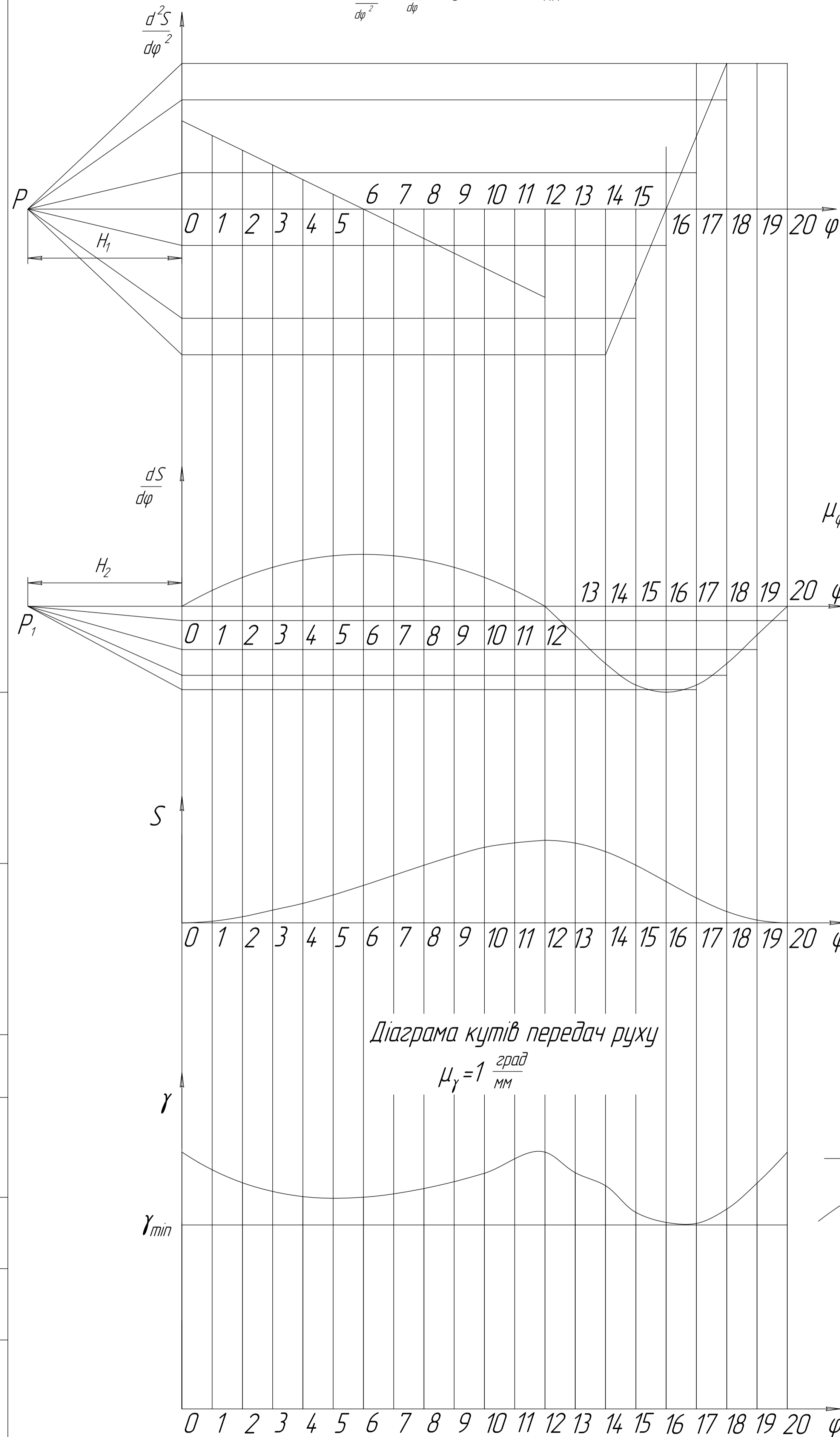
Листів у ділянці

Листів у ділянці

				КП з ТММ		
Ім'я	Лист	№ докум.	Лист	Дата	Геометричний синтез	Лист
Розроб.		Орхименко Д.			зубчастого механізму	3
Проб.		Васильківський				Листов
Т.контр.						4
Н.контр.						НЧХТ
Чтб						М-ІІ-4
				Копіював	Формат А1	

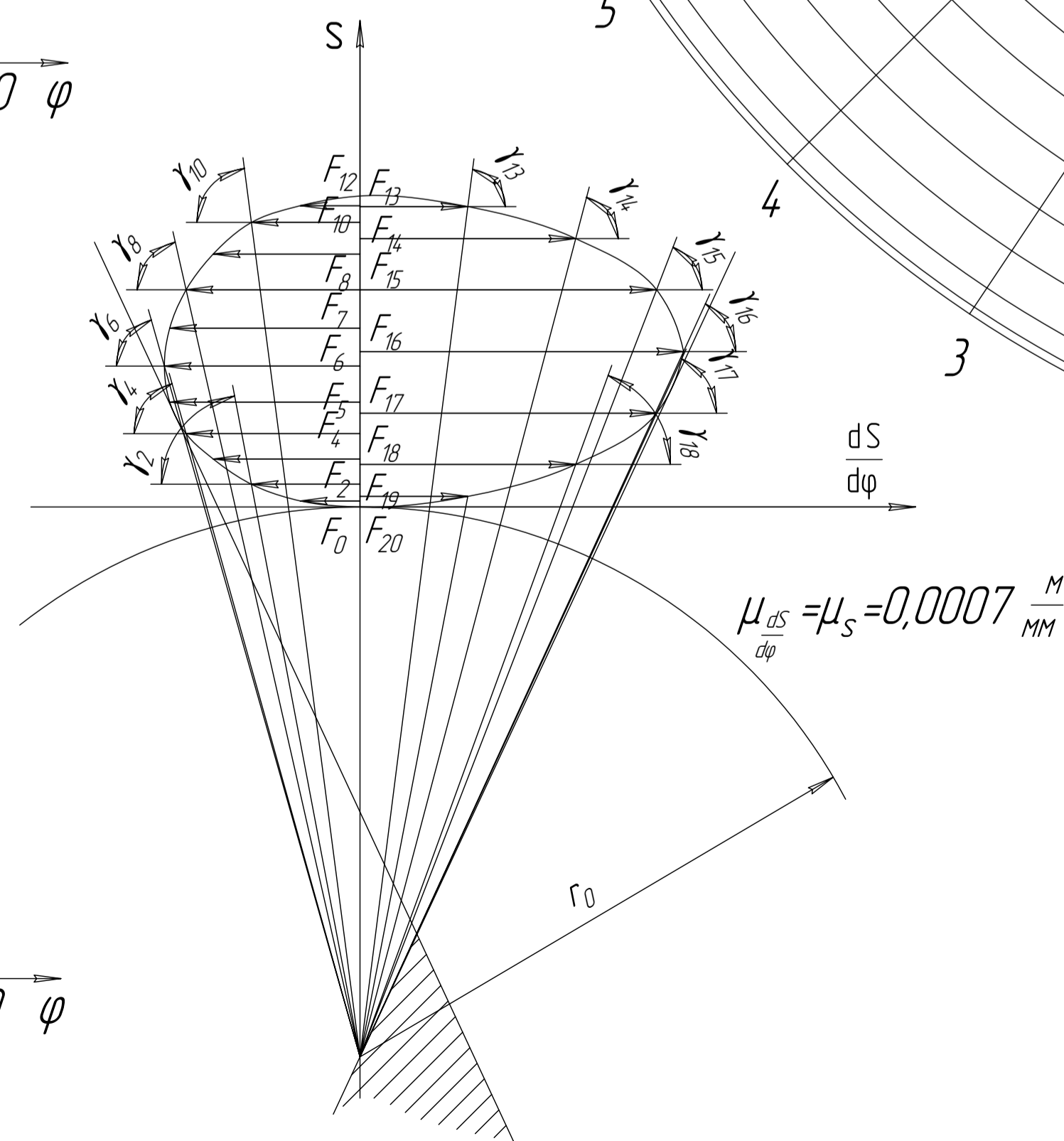
Діаграми руху штовхача

$$\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_S = 0,0014 \frac{M}{MM}$$

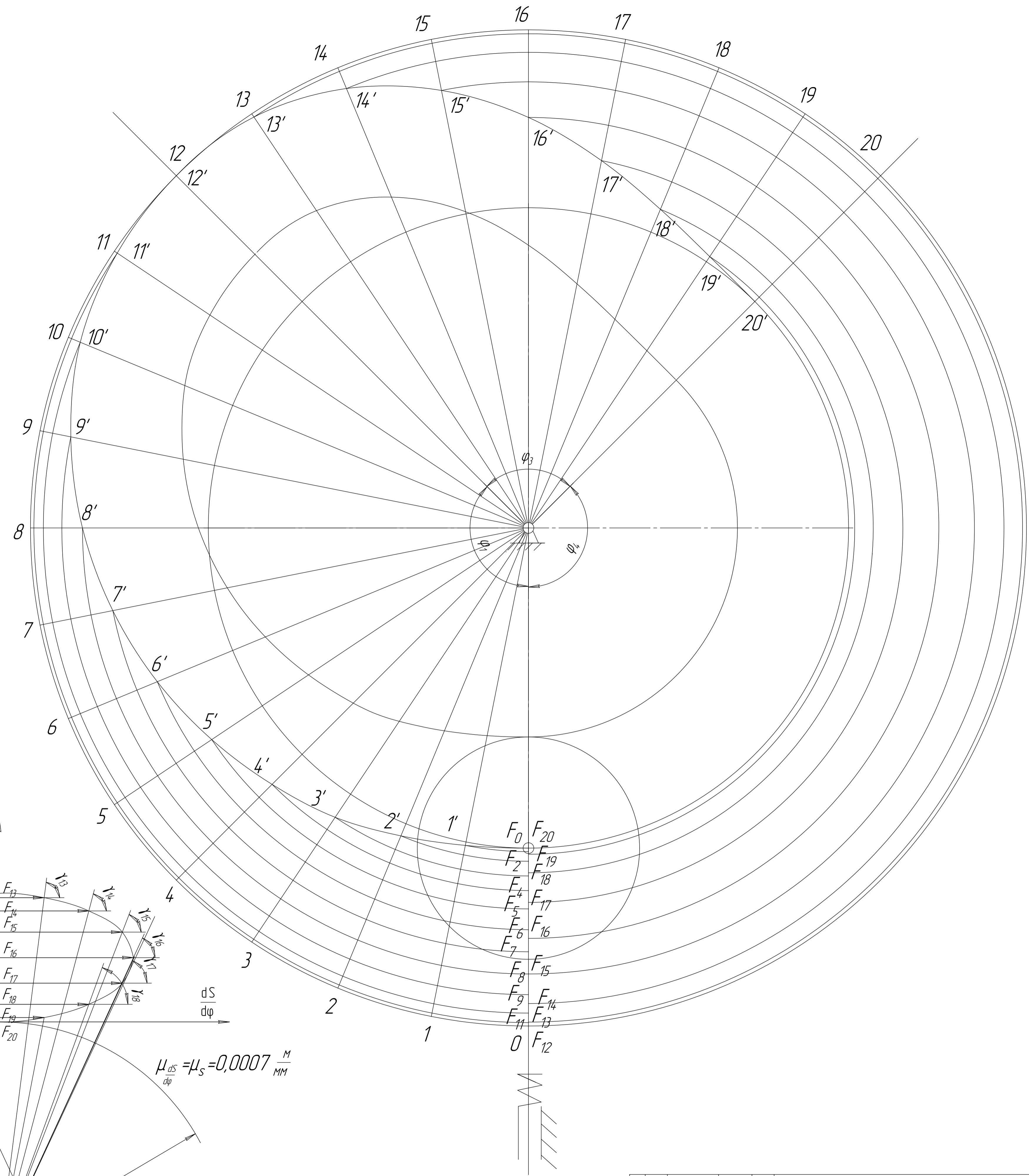


Діаграма кутів передач руху

$$\mu_\gamma = 1 \frac{град}{MM}$$



$$\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_S = 0,0007 \frac{M}{MM}$$



КП з ТММ				Синтез кулачкового механізму		
Ім'я	Лист	№ докум	Підп	Дата	Лист	Масштаб
Розроб		Сидоренко А			4	4
Проб		Петренко Б				
І контр						
Н.контр						
Чтб						

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
2. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. М., 1972.
3. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. М.: Высш. шк., 1999.
4. Теория механизмов и машин. Сб. контрольных работ и курсовых проектов. Под общ. ред. Н.В. Алехновича. Минск, "Вышэйш. школа", 1970.
5. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. Теория механизмов и машин. Под ред. К.В. Фролова. М., 1986.